

ВЕСТНИК

Череповецкого государственного университета



НАУЧНЫЙ
ЖУРНАЛ

*Основан
в 2002 году*

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ
И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

1 / 2002

Уважаемые читатели!

В 2001 г. вышли два пробных выпуска научного журнала «Вестник ЧГУ».

Вашему вниманию предлагается очередной выпуск журнала, в который включены статьи физико-математической и технической направленности. Следующий выпуск будет посвящён научным исследованиям в области гуманитарных наук. В дальнейшем предполагается издавать журнал 2 раза в год (объём каждого выпуска до 20 п.л., тираж до 200 экз.). Предусматривается увеличение предельного объёма публикуемых статей до 8 машинописных страниц. В журнале будут публиковаться и статьи в форме кратких сообщений объёмом до 2 машинописных страниц (в основном работы аспирантов). Своё отражение в журнале найдёт и информация о научных конференциях различного уровня, организуемых ЧГУ, другая хроника, относящаяся к научным исследованиям.

Предполагается издавать журнал поочерёдно по двум группам отраслей науки:

– физико-математические, химические, биологические, геолого-минералогические, технические и экономические науки;

– исторические, философские, филологические, педагогические, психологические, социологические и политические науки.

Все замечания и предложения по научному содержанию публикуемых статей, по структуре и оформлению журнала будут с благодарностью приняты. Приглашаем к сотрудничеству всех преподавателей, аспирантов и докторантов университета.

Главный редактор

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 2002 г.

№ 1(3) • 2002 • ДЕКАБРЬ

Выходит два раза в год

Направление ЕСТЕСТВЕННЫЕ
И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УЧРЕДИТЕЛЬ:

Череповецкий государственный
университет

РЕДАКЦИОННАЯ
КОЛЛЕГИЯ:

Н.И. ШЕСТАКОВ, д-р техн.
наук, проф. (гл. редактор);
А.И. ВИНОГРАДОВ, канд. техн.
наук, доц. (зам. гл. редактора);
Н.В. ДЕМИДОВА, канд. филол.
наук, доц. (ответственный сек-
ретарь);
В.Р. АНШЕЛЕС, д-р техн. наук,
проф.;
Э.А. ГАРБЕР, д-р техн. наук,
проф.;
В.С. ГРЫЗЛОВ, д-р техн. наук,
проф.;
Н.П. КОЛОМИЙЦЕВ, канд.
биол. наук, доц.;
В.А. КОТЕНКО, канд. техн.
наук, доц.;
В.В. МУХИН, д-р физ.-мат наук,
проф.;
С.А. ШЕЛКУНОВ, канд. хим.
наук, доц.

РЕДАКТОРЫ:

Н.А. БАЧУРИНА,
Г.В. ИВАНОВА,
Н.С. МЕНЬКИНА

Адрес редакции:

162600, г. Череповец,
пр. Луначарского, 5,
тел. (8202) 51-72-40

© Череповецкий
государственный
университет, 2002

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Раздел 1. Биология

А.А. Артеменков. Билатеральная асимметрия висцеральных систем	4
А.В. Румянцева. Дополнения к флоре сосудистых растений Вологодской об- ласти	6

Раздел 2. Математика

В.В. Мухин. Инвариантные меры на декартовом произведении локально ком- пактных полугрупп	9
А.П. Макаров. Формула для точного вычисления длины алгоритма Евклида . .	12
А.Н. Данилов. Поля вероятностей над полугруппой с регулярной нормировкой.	14
М.И. Толовиков. О применении специальных гомоморфизмов полугрупп к зада- чам пересчетной комбинаторики	18
В.В. Макарова. Частный случай квадратур типа Гаусса	21

Раздел 3. Материаловедение

В.С. Грызлов. Методология «структурного подхода» в строительном материало- ведении	24
П.М. Быков. Износ в узлах трения зубчатых передач в режиме РВС-техно- логий.	26

Раздел 4. Промышленная теплоэнергетика

Э.К. Кабаков, Н.Н. Силицын, Т.А. Окунева. Угловые коэффициенты лучистого теплообмена между двумя бесконечно длинными параллельными поверхнос- тями	31
Е.Л. Никонова. Методика расчета тепломассообмена при восстановлении окси- дов азота в отходящих дымовых газах теплоэнергетических установок	33
Д.Н. Шестаков, Ю.Р. Осипов. Математическое моделирование нагрева гуммиро- вочных листовых заготовок.	36
Н.С. Захарова, В.В. Мацнев, Н.Н. Силицын. Снижение вредных газообразных выбросов при сжигании топлив в кипящем слое.	38
Е.А. Шестакова. Методика расчета процесса удаления формальдегида из движущихся пленок.	41
Н.Н. Силицын, Н.И. Шестаков. Моделирование тепломассообмена симметрич- ных тел при фазовых переходах в плотном слое кусковых материалов.	43

Раздел 5. Металлургия

Э.А. Гарбер, И.А. Шадрюнова, Д.И. Никитин, Е.В. Дилигенский, М.А. Тимофеева. Совершенствование технологических режимов холодной прокатки на основе новой модели очага деформации.	47
С.В. Лукин, Ю.А. Калягин, Н.И. Шестаков. Тепловые потоки в рабочей стенке кристаллизатора машин непрерывного литья заготовок при стационарных и нестационарных режимах разлива.	53
Ю.А. Калягин, С.В. Сорокин, С.В. Лукин. Исследование систем охлаждения крис- таллизаторов slabовых машин непрерывного литья заготовок методом мате- матического моделирования.	55
А.М. Ламухин, Н.И. Шестаков, Ю.А. Калягин. Методика расчета теплообмена в slabовой заготовке при непрерывной разливке стали.	59

Раздел 6. Химия и химическая технология

Л.В. Кузнецов, Н.Г. Жаворонкова, А.М. Ананьин. Производство опытно-промыш- ленных партий жидких азотных удобрений.	61
Л.В. Кузнецов, Н.Б. Соколова. Расчет показателей процесса окисления сложной шихты в производстве серной кислоты.	64
Н.Б. Соколова, Л.В. Кузнецов. Экономический анализ затрат на сырье при исполь- зовании сложной шихты в производстве серной кислоты.	65
И.Н. Круглов, В.А. Котенко, А.Н. Лазарев. Исследование кинетических и теп- лофизических закономерностей в колонне синтеза аммиака.	69
С.А. Шелкунов, Г.А. Котенко. Влияние растворителя на взаимодействие арил- магнийбромидов с диметил(хлорэтинил)карбинолом.	71
О.А. Розанова. Создание новых технологий комплексных удобрений.	72

БИОЛОГИЯ

УДК 612.89

А.А. Артеменков
Кафедра анатомии и физиологии (ЧГУ)

БИЛАТЕРАЛЬНАЯ АСИММЕТРИЯ ВИСЦЕРАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В настоящее время одной из актуальных проблем физиологии является проблема изучения межсистемных взаимоотношений и латерализации висцеральных функций. Межсистемные связи – это неременное условие существования организма. Они проявляются в естественных условиях и при реализации компенсаторно-приспособительных процессов. Механизм их осуществления – висцеро-висцеральные и сомато-висцеральные взаимоотношения, наиболее ярким выражением которых является кардиореспираторное сопряжение. Данное взаимодействие выражается в модуляции импульсной активности ряда вегетативных и соматических нервов, вариативности артериального давления, электрокардиограммы, электропроводности, температуры и др. [1, 5, 7, 8].

Известно, что восстановление нарушенных функций организма осуществляется за счет включения компенсаторно-адаптационных реакций, направленных на сохранение рабочих констант гомеостаза. Осуществление компенсации нарушенных функций и развертывание адаптационных реакций начинается с включения циркуляторных и респираторных систем, что обеспечивает переход

на новый, более адекватный уровень функционирования [3, 6]. Между тем изучение механизмов сомато-висцерального взаимодействия и оценка билатеральной асимметрии функциональных показателей позволит расширить представления о вегетативной регуляции функционирования висцеральных систем.

В результате проведенных исследований [1, 2, 3, 4, 8, 9] было установлено изменение сомато-висцерального взаимодействия как в состоянии покоя, так и после дозированных физических нагрузок. Наиболее ярким выражением сомато-висцеральных взаимосвязей является кардиореспираторное сопряжение. В определенной степени кардиореспираторное сопряжение характеризует коэффициент Хильдебранта. Обнаружено, что рост этого показателя и рассогласование висцеральных систем происходит при интенсивной мышечной деятельности. В то же время гипотермически-гипоксические воздействия нормализуют механизмы кардиореспираторного синхронизма. Рассинхронизация функций сопровождается снижением числа положительных корреляций между вегетативными и респираторными показателями.

Согласно О.С. Глазачеву, К.В. Судакову [5], особенности межсистемного взаимодействия опираются на типы вегетативного регулирования. Внутрисистемные и межсистемные отношения оптимально распределены у детей с нормотоническим типом регуляции. У ваготоников плотность распределения ниже. Симпатикотоники характеризуются "жесткостью" корреляций с дезинтеграцией межсистемных отношений и наименьшим числом значимых связей.

Можно предположить, что характеристика взаимосвязанных функций и теснота их связи являются важнейшими критериями, отражающими генетически обусловленную или сформированную способность центральной нервной системы к синхронизации функциональных систем организма. Сопряжение дыхания и кровообращения проявляются в неоднозначных формах, с отсутствием линейной корреляционной зависимости, что, вероятно, свидетельствует о разнообразии механизмов, регулирующих деятельность этих систем, и многовариантности их сочетаний. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в ряду механизмов, включающихся при физических и респираторных нагрузках, находится психоэмоциональное напряжение, проприоцептивные влияния с мышечного аппарата, в том числе с дыхательных мышц, с рецепторов дыхательных путей, и, наконец, самые мощные гиперкапнические и гипоксические влияния [1].

Между тем критерием межсистемного взаимодействия является выявленный нами коэффициент билатеральной асимметрии, рассматриваемый как неспецифический критерий сомато-висцерального взаимодействия. Исследование температурного гомеостаза в состоянии покоя и при мышечной деятельности показало неоднозначность динамики этого коэффициента. Показано, что на фоне дозированных приседаний отмечается снижение средневзвешенной температуры кожи на 1 °С, что сопровождается исчезновением термоасимметрии в ряде точек тела. На это указывает коэффициент билатеральной асимметрии, который после нагрузки приближается к 1 [2, 3, 9].

Асимметрия выявляется и при оценке биопотенциалов сердца в отведениях aVL и aVR электрокардиограммы. Установлено, что у 70 % испытуемых коэффициент билатеральной асимметрии

возрос, у 20 % — снизился и только у 10 % показатель не изменился. Вегетативная асимметрия выявляется и при проведении холодовой латерализованной пробы. Оценка показателей вариабельности сердечного ритма при латерализованных воздействиях показала, что с левой руки симпатические влияния на сердце более выражены, чем с правой. Индивидуальный латеральный профиль проявляется в доминировании вегетативных параметров с одной стороны и динамичностью их с другой. Он формируется на основе межсистемных механизмов сомато-висцерального взаимодействия. Неоднозначность регулирующих влияний и формирует своеобразный профиль асимметрии вегетативных функций, что в конечном счете и определяет адаптированность организма [2, 3].

Латерализация функций обусловлена вегетативно-гормональными и корково-висцеральными влияниями. Выявляется латеральная асимметрия структур, участвующих в регуляции кардиореспираторной системы на корково-таламическом, стволовом и периферическом уровнях. Показана тесная корреляционная связь между соматическими и висцеральными асимметриями в онтогенезе, их зависимость от степени созревания отдельных компонентов функциональных систем [2, 4, 9].

Асимметрия в функциональных системах, по-видимому, способствует оптимальному осуществлению их работы. Можно предположить, что всякие изменения, происходящие в любой системе, есть результат взаимодействия ее с внешним окружением и внутрисистемными влияниями. При этом необходимым условием возникновения изменений являются асимметрия и неравновесность взаимодействий, в какой-то момент и в какой-то мере нарушающих гомеостаз. Процесс достижения полезного приспособительного результата характеризуется асимметрией физиологических показателей, прежде всего кардиореспираторного сопряжения — главного признака сомато-висцерального взаимодействия. Поэтому конкретным принципом анализа физиологических процессов является установление степени асимметричности взаимодействий.

* * *

Таким образом, закономерностью реагирования организма на физические воздействия и дру-

гие экстремальные факторы является консолидация сомато-вегетативного взаимодействия на более экономном уровне. В организме при этом формируется функциональная сопряженность, гарантирующая минимизацию энергетических затрат на приспособительные процессы. Адаптация организма к новым условиям существования строится на основе сомато-висцерального взаимодействия функциональных систем организма. Этот морфо-функциональный синхронизм обеспечивает сочетание нервных и гуморальных ансамблей, которое вызывает доминирование именно тех функций организма, которые сиюминутно необходимы для достижения полезного приспособительного результата.

Механизмы компенсации и синхронизации функций являются составной частью защитных сил организма, они формируют надежность живых систем. В конечном счете вегетативная модуляция кардиореспираторного сопряжения обеспечивает адекватную адаптацию организма к факторам внешней и внутренней среды и достижение конечного приспособительного результата.

Процесс достижения полезного адаптивного результата характеризуется асимметрией физиологических показателей. Коэффициент билатеральной асимметрии может служить дополнительной характеристикой вегетативного статуса, способствовать адекватной оценке функциональных состояний человека в норме и при патологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артеменков А.А., Синельникова Е.В. Сопряжение дыхания и кровообращения как показатель компенсаторных возможностей организма // Биохимические и биофизические механизмы физиологических функций:

Материалы конференции молодых физиологов и биохимиков России. – СПб., 1995. – С. 14.

2. Артеменков А.А., Герасимов А.П., Синельникова Е.В., Смирнов О.Н. Коэффициент билатеральной асимметрии в оценке эффективности межсистемного взаимодействия // Экспериментальная и прикладная физиология. Развитие теории функциональных систем: Материалы конференции молодых ученых «Системная организация физиологических функций». – М., 1999. – Т. 8. – С. 360.

3. Артеменков А.А. Динамика кардиореспираторного сопряжения при дозированных физических нагрузках: Автореф. дис... канд. биол. наук. – СПб., 2002. – 17 с.

4. Герасимов А.П., Синельникова Е.В., Артеменков А.А., Смирнов О.Н. Изменение сомато-вегетативного взаимодействия в онтогенезе: Материалы медико-биологической конференции молодых исследователей «Человек и его здоровье». – СПб.: СПбГУ, 1999. – С. 17.

5. Глазачев О.С., Судаков К.В. Взаимодействия функциональных систем гомеостатического уровня у детей и подростков в норме и радиэкологически неблагоприятной среде // Успехи физиологических наук. – 1999. – Т. 30. – № 3. – С. 73-92.

6. Мейерсон Ф.З. Защитные эффекты адаптации и некоторые перспективы развития адаптационной медицины // Успехи физиологических наук. – 1991. – Т. 22. – № 2. – С. 52-89.

7. Ноздрачев А.Д. Физиология вегетативной нервной системы. – Л.: Медицина, 1983. – 295 с.

8. Пушкарев Ю.П., Артеменков А.А., Синельникова Е.В. О сопряжении кровообращения и внешнего дыхания у крыс с генетически обусловленной гипертонией: Тез. докл. Республиканской науч. конф. физиологов, посвященной 95-летию М.В. Сергиевского. – Самара, 1993. – С. 102-104.

9. Пушкарев Ю.П., Герасимов А.П., Синельникова Е.В., Артеменков А.А. Коэффициент билатеральной асимметрии в оценке функций кардиореспираторной системы // Тез. симпозиума «Растущий организм: адаптация к физической и умственной нагрузке». – Казань, 1998. – С. 101.

УДК 581.9

А.В. Румянцева

Кафедра биологии и общей экологии (ЧГУ)

ДОПОЛНЕНИЯ К ФЛОРЕ СОСУДИСТЫХ РАСТЕНИЙ ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ

Флора Вологодской области изучается достаточно давно. Первые флористические сводки поя-

вились в XIX веке. Они в основном касались центральных и восточных районов области (Фортуна-

тов, 1826; Иваницкий, 1884; Перфильев, 1911, 1934, 1936; Шенников, 1914 и др.), так как современные административные границы области были установлены в 1937 году. Проводились исследования и в западных районах, но менее масштабные.

Территория Вологодской области весьма значительна – 145 800 км² (Дуров, Горденина, 1970), поэтому сложно проводить сборы, которые бы содержали все встречающиеся растения. Кроме детально изученных центральных районов области тщательно исследовалась на юго-западе области территория Дарвинского государственного заповедника (ДГЗ) (Немцева С.Ф., Немцева Н.Д., 1987), а также самые западные и северо-западные районы области, обследованные сотрудниками и студентами кафедры ботаники Ленинградского государственного университета (Орлова, 1993). К настоящему времени во всех районах побывали и провели сборы растений экспедиции кафедры ботаники Вологодского государственного педагогического университета (ВГПУ). В разное время экспедициями руководили Р.В. Бобровский, В.И. Антонова, Т.А. Сулова, А.В. Паланов. Материалы, собранные сотрудниками кафедры и студентами естественно-географического факультета ВГПУ, в числе других были использованы Н.И. Орловой (1993) для составления самой последней и до сих пор наиболее полной сводки флоры высших растений Вологодской области. А позже ресурсоведческой экспедицией ВГПУ были детально обследованы Бабушкинский, Междуреченский, Грязовецкий и Череповецкий районы, расположенные на юго-востоке, юге и юго-западе области. Основная цель экспедиции заключалась в учете запасов лекарственного сырья, поэтому маршруты не пролегли возле крупного города области Череповца. Таким образом, за долгую историю изучения флоры высших растений Вологодской области окрестностям Череповца было уделено мало внимания. Следует также отметить слабую транспортную доступность восточных и северо-восточных районов области, поэтому и здесь сохраняется вероятность обнаружения новых местообитаний редких растений и, возможно, не указанных ранее видов.

В данной статье приводятся результаты исследования флоры окрестностей г. Череповца. Обсле-

дование проводилось в июле–августе 2001 года маршрутным методом.

Впервые в Вологодской области собраны: *Zannichellia palustris* L. (Окрестности Череповца; 0,4 км Ю д. Новосела. Водоем карьера на глубине около 0,5 м); *Medicago romanica* Prod. (Череповецкий р-н; 2,2 км Ю д. Патино, между ж/д ст. Нелазское и пристанью Межное. Произрастает вдоль ж/д полотна совместно с *Gypsophila paniculata* L. и *Centaurea scabiosa* L.); *Gypsophila perfoliata* L. (Г. Череповец, промзона ОАО «Северсталь»; по трамвайным путям).

Zannichellia palustris очень редко встречается по всей территории таежной зоны Европейской части России (Скворцов, 2000). Южнее Вологодской области этот вид встречается чаще (Определитель сосудистых растений ..., 1995).

Medicago romanica довольно редко встречается на северо-западе – в Ленинградской и Новгородской областях (Цвелев, 2000), и изредка – в областях центра европейской России (Определитель сосудистых растений ..., 1995). Скорее всего, данный вид был занесен по железной дороге не с южных, а с западных районов. В окрестностях Череповца относительно большая популяция люцерны румынской располагается на южном склоне железнодорожной насыпи и, по-видимому, весьма устойчива. Интересным является ее совместное произрастание с другим адвентивным видом – *Gypsophila paniculata* L. Этот вид ранее отмечался лишь для Устюженского района Вологодской области (Орлова, 1993) и единственный раз в 1973 году был встречен на территории п. Борок в ДГЗ (Немцева Н.Ф., Немцева Н.Д., 1987). В гербарии ВГПУ имеются образцы качима метельчатого, который выращивался на опытном участке агробиостанции в г. Вологде. Однако в окрестностях г. Вологды данный вид не отмечен.

Gypsophila perfoliata имеет более южный ареал распространения, поэтому в северных областях встречается редко. Вид, например, отмечен в торговом порту Санкт-Петербурга (Цвелев, 2000). А в Вологодской области это растение было зафиксировано на территории промзоны ОАО «Северсталь» вдоль трамвайных путей. Недалеко располагается известково-доломитный цех. Возможно, почвы загрязнены известью и оказались благоприятными для произрастания качима

пронзеннолистного. Растений достаточно много, можно ожидать их расселения.

А вот встреча в окрестностях Череповца *Hordeum jubatum* L. (обочина дороги, 2 км В б/о Торо-во (1 км З города) может не повториться, так как летом 2001 года на обочине дороги были найдены всего два растения. В Вологодской области единственное местонахождение этого вида указывалось для Сямженского района (Орлова, 1993).

Также единично был встречен в окрестностях Череповца *Galega orientalis* Mill. (Череповецкий р-н; 0,8 км Ю-Ю-З д. Патино; обочина дороги в сероольшанике по берегу р. Нелазы). По сообщению Т.А. Сусловой (ВГПИ), отдельные находки этого растения в последнее время были сделаны и в других районах области, где козлятник высаживался на полях в составе травяных смесей.

Указанные выше виды адвентивных растений возможно не так давно появились на территории области, так как Череповецкий район располагается на юге Вологодской области и г. Череповец является крупным транспортным узлом. Такие условия являются благоприятными для заноса растений (Ильминских, 1998). А вот *Geranium robertianum* L. скорее всего был просмотрен исследователями. Этот вид нередко встречается в Ленинградской, Новгородской и Псковской областях (Цвелев, 2000). В Вологодской области он указан только для Бабушкинского и Устюженского районов (Орлова, 1993). Вид был назван дифференциальным для Вытегорско-Андомского района при флористическом районировании Вологодской области (Орлова, 1990). Герань Роберта достоверно обнаруживается в окрестностях Череповца с 1996 года. Растение встречается единичными экземплярами западнее и южнее Череповца в травяном ярусе хвойно-мелколиственных и мелколиственных лесов, произрастающих по берегам р. Шексны и Рыбинского водохранилища. К сожалению, гербарный образец этого вида был утерян. Образцы остальных видов хранятся в гербарии кафедры биологии и общей экологии Череповецкого государственного университета.

Итак, окрестности г. Череповца весьма интересны во флористическом отношении и требуют более детального изучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дуров А. Г., Горденина Н. П. Географическое положение Вологодской области и формирование ее административных границ // Природное районирование Вологодской области для целей сельского хозяйства. – Архангельск: Северо-западное книж. изд-во, 1970. – С. 6 – 10.
2. Иваницкий Н. А. Список растений Вологодской губернии. – Казань, 1884.
3. Ильминских Н. Г. Экотонный эффект и феномен урбаногенной флористической аномалии // Изучение биологического разнообразия методами сравнительной флористики. Материалы рабочего совещания по сравнительной флористике / Отв. ред. Б.А. Юрцев. – СПб., 1998. – С. 233–243.
4. Немцева Н. Ф., Немцева И. Д. Сосудистые растения Дарвинского заповедника // Флора и фауна заповедников СССР. – М., 1987.
5. Определитель сосудистых растений центра европейской России / И.А. Губанов, К.В. Киселева, В.С. Новиков, В.Н. Тихомиров. – 2-е изд. – М.: Аргус, 1995.
6. Орлова Н. И. Конспект флоры Вологодской области. Высшие растения / Тр. СПб общества естествоиспытателей. – Т. 77. – Вып. 3. – СПб., 1993.
7. Орлова Н. И. Схема флористического районирования Вологодской области // Ботанический журнал. – 1990. – Т. 75. – № 9. – С. 1270–1277.
8. Перфильев И. А. Материалы к флоре Вологодской губернии (Кадниковский уезд). – Вологда, 1911.
9. Перфильев И. А. Флора Северного края. – Архангельск: Северное красное изд-во. – Ч. 1, 1934. – Ч. 2/3, 1936.
10. Скворцов В. Э. Атлас-определитель сосудистых растений таежной зоны Европейской России: определитель по генеративным и вегетативным признакам, региональные списки редких и охраняемых видов. – М.: Гринпис России, 2000.
11. Фортунатов Г. Исчисление растений, дикорастущих в Вологодском уезде // Новый магазин естественной истории, физики, химии и сведений экономики, издаваемый И. А. Двугубским. Т. 11. – СПб., 1826. – С. 87–215.
12. Шенников А. П. К флоре Вологодской губернии. – СПб., 1914.

МАТЕМАТИКА

УДК 519.53

В.В. Мухин
Кафедра алгебры и геометрии (ЧГУ)

ИНВАРИАНТНЫЕ МЕРЫ НА ДЕКАРТОВОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ ЛОКАЛЬНО КОМПАКТНЫХ ПОЛУГРУПП

1. Из теоремы единственности меры Хаара и из того, что произведение мер левоинвариантных на группах есть мера левоинвариантная на произведении групп, вытекает, что всякая левоинвариантная мера на декартовом произведении конечного числа локально компактных групп является произведением мер, левоинвариантных на сомножителях.

Для полугрупп это свойство может не выполняться. Действительно, числовая прямая \mathbf{R} , наделенная естественной топологией и следующей операцией: $x \cdot y = y$, является локально компактной топологической полугруппой. Каждая борелевская мера на \mathbf{R} будет левоинвариантной на этой полугруппе. На произведении \mathbf{R}^2 таких полугрупп каждая борелевская мера на \mathbf{R}^2 также будет левоинвариантной, но не каждая борелевская мера на \mathbf{R}^2 является произведением мер на \mathbf{R} .

В данной работе найдены условия (теорема б), при выполнении которых левоинвариантная мера на произведении полугрупп представима в виде произведения левоинвариантных мер на сомножителях. Часть результатов работы была анонсирована в [1].

2. Мерой на локально компактном пространстве X назовем регулярную счетно-аддитивную неотрицательную функцию, определенную на σ -кольце $\mathcal{B}(X)$, порожденном семейством $\mathcal{K}(X)$ всех компактных подмножеств X , конечную на $\mathcal{K}(X)$. Мера μ на локально компактной топологической полугруппе X называют левоинвариантной, если $\mu(xK) = \mu(K)$ для любого $x \in X$ и любого $K \in \mathcal{K}(X)$. Для левоинвариантной меры равенство $\mu(xE) = \mu(E)$ выполняется для любых $E \in \mathcal{B}(X)$ и $x \in X$ таких, что $xE \in \mathcal{B}(X)$. Аналогично определяется левоинвариантность меры, заданной на некотором кольце подмножеств алгебраической полугруппы.

Полугруппу X с хаусдорфовой топологией такой, что полугрупповая операция непрерывна по совокупности аргументов, называют топологической полугруппой. Если каждый правый $\rho_a: x \mapsto xa$ ($x \in X$) и каждый левый $\lambda_a: x \mapsto ax$ ($x \in X$) внутренних сдвигов полугруппы X на элемент $a \in X$ является открытым отображением, то X называют полугруппой с открытыми сдвигами.

Пусть X — полугруппа. Элементы x и z из X назовем эквивалентными, если существуют последовательности $x_1, \dots, x_{n-1}; a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n$ элементов из X такие, что $a_1 x_1 = b_1 x; a_2 x_2 = b_2 x_1; \dots, a_n z = b_n x_{n-1}$. Класс эквивалентности $s \in X$ обозначаем через \bar{s} .

Лемма 1. Для любого $s \in X$ множество \bar{s} является левым идеалом полугруппы X , а разбиение X на такие левые идеалы является наибольшим относительно порядка, определяемого отношением измельчения.

Лемма 2. Пусть X — топологическая полугруппа с открытыми сдвигами, и пусть $\{X_\alpha | \alpha \in A\}$ — семейство попарно непересекающихся левых идеалов полугруппы X , объединение которых совпадает с X , тогда каждый X_α является одновременно открытым и замкнутым подмножеством полугруппы X .

Теорема 1. Пусть X — локально компактная топологическая полугруппа с открытыми сдвигами, $\{X_\alpha\}$ — разбиение полугруппы X из леммы 1. Тогда сужения любых двух левоинвариантных на X мер на каждое X_α пропорциональны.

Доказательство теоремы 1 аналогично доказательству теоремы 2 из [2].

3. Далее всюду X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — локально компактные топологические полугруппы с левыми сокращениями; декартово произведение $X = X_1 \times \dots \times X_n$ надделено топологией произведения. Как произведение полугрупп, X является топологической полугруппой с левыми сокращениями.

Теорема 2. Пусть λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — левоинвариантные меры на X_i . Тогда произведение $\lambda = \lambda_1 \otimes \lambda_2 \otimes \dots \otimes \lambda_n$ является мерой, левоинвариантной на X .

З а м е ч а н и е . Неизвестно, существенно ли условие сократимости, наложенное на полугруппы X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) для справедливости теоремы 2.

Теорема 3. Если каждая полугруппа X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) является группой и λ — левоинвариантная мера на X , то $\lambda = \lambda_1 \otimes \dots \otimes \lambda_n$, где λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — левоинвариантные меры на X_i .

Доказательство теоремы вытекает из теоремы единственности меры Хаара и теоремы 2.

Выше мы привели пример полугрупп, для которых свойство, установленное для групп в теореме

3, не выполняется. Следующая теорема показывает, что класс таких полугрупп достаточно широк.

Теорема 4. Пусть X — локально компактная топологическая полугруппа с открытыми сдвигами, обладающая ненулевой левоинвариантной мерой, с носителем, равным X . Если X можно разбить на два левых идеала, то на $X \times X$ существует левоинвариантная мера, которую нельзя представить в виде произведения $\lambda_1 \otimes \lambda_2$ мер λ_1 и λ_2 , левоинвариантных на X .

Доказательство. Пусть $X = I_1 \cup I_2$, где I_1, I_2 — левые идеалы X и $I_1 \cap I_2 = \emptyset$. По лемме 2 множества I_1 и I_2 открыты и замкнуты одновременно. Пусть λ — левоинвариантная мера на X , носитель которой совпадает с X . Пусть χ_A — характеристическая функция множества $A \subset X \times X$. Мера $\mu = (\chi_{I_1 \times I_1} + 2\chi_{I_1 \times I_2} + 3\chi_{I_2 \times I_1} + 5\chi_{I_2 \times I_2})\lambda \otimes \lambda$ является левоинвариантной на $X \times X$, так как множества $I_1 \times I_1, I_1 \times I_2, I_2 \times I_1, I_2 \times I_2$ образуют разбиение X на левые идеалы и $\lambda \otimes \lambda$ (по теореме 2) является левоинвариантной на $X \times X$ мерой (мы воспользовались здесь также тем, что существование левоинвариантной на X меры с носителем, равным X , влечет выполнимость в X левых сокращений).

Так как носитель меры λ равен X , а I_1 и I_2 — открытые подмножества X , то найдутся борелевские подмножества A и B полугруппы X такие, что $\lambda(A) > 0, \lambda(B) > 0, A \subset I_1$ и $B \subset I_2$.

Предположим, что для некоторых левоинвариантных на X мер λ_1 и λ_2 имеет место равенство $\mu = \lambda_1 \otimes \lambda_2$. Тогда

$$\lambda(A)^2 = \lambda \otimes \lambda(A \times A) = \mu(A \times A) = \lambda_1(A) \lambda_2(A); \quad (1)$$

$$2\lambda(A) \lambda(B) = 2\lambda \otimes \lambda(A \times B) = \mu(A \times B) = \lambda_1(A) \lambda_2(B); \quad (2)$$

$$3\lambda(A) \lambda(B) = 3\lambda \otimes \lambda(B \times A) = \mu(B \times A) = \lambda_1(B) \lambda_2(A); \quad (3)$$

$$5\lambda(B)^2 = 5\lambda \otimes \lambda(B \times B) = \mu(B \times B) = \lambda_1(B) \lambda_2(B). \quad (4)$$

Перемножая равенства (1) с (4) и (2) с (3), получаем

$$5(\lambda(A) \lambda(B))^2 = \lambda_1(A) \lambda_1(A) \lambda_2(B) \lambda_2(B);$$

$$6(\lambda(A) \lambda(B))^2 = \lambda_1(A) \lambda_1(A) \lambda_2(B) \lambda_2(B).$$

Полученное противоречие доказывает теорему.

Теорема 5. Существование ненулевой левоинвариантной меры на декартовом произведении локально компактных полугрупп влечет существова-

ние ненулевой левоинвариантной меры на каждом из сомножителей.

Доказательство. Пусть на $X = X_1 \times \dots \times X_n$ существует ненулевая левоинвариантная мера λ . Тогда найдутся компактные множества $A_i \subset X_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) такие, что $\lambda(A_1 \times \dots \times A_n) > 0$. Пусть $1 \leq i \leq n$. Для любого $E \in \mathcal{B}(X_i)$ множество $A_1 \times \dots \times A_{i-1} \times E \times A_{i+1} \times \dots \times A_n \in \mathcal{B}(X)$. Для каждого $E \in \mathcal{B}(X_i)$ положим $\lambda_i(E) = \lambda(A_1 \times \dots \times A_{i-1} \times E \times A_{i+1} \times \dots \times A_n)$. Легко проверить, что эта формула задает ненулевую левоинвариантную на X_i меру. Теорема доказана.

Будем говорить, что локально компактная топологическая полугруппа обладает свойством единственности левоинвариантной меры, если любые две ненулевые левоинвариантные меры на этой полугруппе пропорциональны.

Теорема 6. Пусть $n > 2$ и пусть все полугруппы X_1, \dots, X_n , за исключением, может быть, одной, обладают свойством единственности левоинвариантной меры. Тогда каждая левоинвариантная на $X = X_1 \times \dots \times X_n$ мера λ представима в виде произведения $\lambda = \lambda_1 \otimes \dots \otimes \lambda_n$ мер λ_i , левоинвариантных на X_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Доказательство. Так как произведение мер ассоциативно, то достаточно доказать эту теорему для $n = 2$.

Для нулевой меры заключение теоремы очевидно. Пусть λ — ненулевая левоинвариантная мера на $X = X_1 \times X_2$, и пусть полугруппа X_1 обладает свойством единственности левоинвариантной меры. Найдутся компактные подмножества $A_i \subset X_i$ ($i = 1, 2$) такие, что $\lambda(A_1 \times A_2) > 0$. Положим

$$\lambda_1(E) = \lambda(E \times A_2) \quad (E \in \mathcal{B}(X_1)), \quad \lambda_2(E) = \frac{\lambda(A_1 \times E)}{\lambda(A_1 \times A_2)} \quad (E \in \mathcal{B}(X_2)).$$

Эти формулы (как в теореме 5) задают ненулевые левоинвариантные меры на X_1 и X_2 соответственно, причем $\lambda_1(A_1)\lambda_2(A_2) = \lambda(A_1 \times A_2)$.

Пусть B — компактное подмножество X_2 , для которого $\lambda(A_1 \times B) > 0$. Тогда формулы

$$\tilde{\lambda}_1(E) = \lambda(E \times B) \quad (E \in \mathcal{B}(X_1))$$

и

$$\tilde{\lambda}_2(E) = \frac{\lambda(A_1 \times F)}{\lambda(A_1 \times B)} \quad (F \in \mathcal{B}(X_2))$$

определяют ненулевые левоинвариантные меры на X_1 и X_2 соответственно.

Так как полугруппа X_1 обладает свойством единственности левоинвариантной меры, то существует число $a > 0$ такое, что

$$\lambda(E \times B) = \tilde{\lambda}_1(E) = a\lambda_1(E) = a\lambda(E \times A_2) \quad (5)$$

для любого $E \in \mathcal{B}(X_1)$. Тогда для любого $F \in \mathcal{B}(X_2)$ имеем

$$\tilde{\lambda}_2(E) = \frac{\lambda(A_1 \times F)}{\lambda(A_1 \times B)} = \frac{\lambda(A_1 \times F)}{a\lambda(A_1 \times A_2)} = \frac{1}{a}\lambda_2(F).$$

Отсюда следует, что

$$\tilde{\lambda}_1(E) \cdot \tilde{\lambda}_2(F) = \lambda_1(E) \cdot \lambda_2(F).$$

Пусть C и B — компактные подмножества X_1 и X_2 соответственно такие, что $\lambda(C \times B) > 0$. Снова, рассматривая меру ν , задаваемую формулой $\nu(E) = \lambda(E \times A_2)$ ($E \in \mathcal{B}(X_1)$), убеждаемся в ее левоинвариантности, и из пропорциональности ее мере λ_1 заключаем, что $\lambda(A_1 \times B) > 0$. Поэтому мы можем в формулах, задающих меры $\tilde{\lambda}_1$ и $\tilde{\lambda}_2$, рассматривать именно это множество B . Тогда $\lambda(C \times B) = \tilde{\lambda}_1(C) = a\lambda_1(C)$, где $a = \frac{\lambda(A_1 \times B)}{\lambda(A_1 \times A_2)}$ получено из формулы (5), в которой за E нужно взять A_1 , и

$$\begin{aligned} \lambda_1 \otimes \lambda_2(C \times B) &= \lambda_1(C) \cdot \lambda_2(B) = \\ &= \lambda_1(C) \cdot \frac{\lambda(A_1 \times B)}{\lambda(A_1 \times A_2)} = a\lambda_1(C) = \lambda(C \times B). \end{aligned}$$

Отсюда и из регулярности мер λ и $\lambda_1 \otimes \lambda_2$ заключаем совпадение этих мер на $\mathcal{B}(X)$.

Случай, когда полугруппа X_2 обладает свойством единственности левоинвариантной меры, рассматривается аналогично.

Следствие. Пусть X_1 и X_2 — локально компактные топологические полугруппы с открытыми сдвигами и с левыми сокращениями, и пусть хотя бы одна из этих полугрупп не разбивается на два или более левых идеала. Тогда каждая левоинвариантная мера на $X = X_1 \times X_2$ является произведением левоинвариантных мер на сомножителях.

Доказательство следует из теорем 6 и 1.

Теорема 7. Если полугруппа X обладает свойством единственности левоинвариантной меры, то каждая из полугрупп X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) обладает свойством единственности левоинвариантной меры.

Доказательство следует из теоремы 2.

Следствие. Если полугруппа $X = X_1 \times X_2$ обладает свойством единственности левоинвариантной меры, то каждая левоинвариантная мера на X является произведением левоинвариантных мер на сомножителях.

Теорема 8. Пусть X_1 и X_2 — локально компактные топологические полугруппы с открытыми сдвигами и с левыми сокращениями. Тогда каждая левоинвариантная мера на $X = X_1 \times X_2$ представима в виде суммы мер вида $\lambda_1 \otimes \lambda_2$, где λ_1 и λ_2 — левоинвариантные меры на X_1 и X_2 соответственно, причем носители мер из суммы попарно не пересекаются.

Замечание. Для произвольных полугрупп теорема 8 не верна. Например, для полугруппы, рассмотренной в разделе 1, мера на \mathbb{R}^2 , носитель которой есть прямая $\{(x, x) | x \in \mathbb{R}\}$ и на этой прямой мера совпадает с линейной мерой Лебега, левоинвариантна на \mathbb{R}^2 и не представима в виде суммы произведений мер, инвариантных на сомножителях, так как носитель произведения двух мер равен произведению носителей этих мер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухин В.В. Инвариантные меры на декартовом произведении локально компактных полугрупп // VIII Белорусская матем. конф.: Тез. докл. Ч. I. — Минск, 2000. — С. 77.
2. Мухин В.В. Инвариантные меры в полугруппах с открытыми сдвигами // Доклады АН БССР. — 1983. — Т. 27. — № 4. — С. 301–303.

УДК 511

А.И. Макаров

Кафедра математического анализа и прикладной математики (ЧГУ)

ФОРМУЛА ДЛЯ ТОЧНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ДЛИНЫ АЛГОРИТМА ЕВКЛИДА

Пусть a, b — натуральные числа. Количество строк алгоритма Евклида

$$\begin{aligned} a &= b q_1 + r_1, \\ b &= r_1 q_2 + r_2, \\ r_1 &= r_2 q_3 + r_3, \\ &\dots \\ r_{n-3} &= r_{n-2} q_{n-1} + r_{n-1}, \\ r_{n-2} &= r_{n-1} q_n \end{aligned}$$

для чисел a, b назовем длиной алгоритма Евклида и обозначим $l(a, b)$. Различные оценки длины алгоритма Евклида приведены, например, в [1–3].

Целью данной работы является получение формулы, позволяющей точно выразить значение

$l(a, b)$ без реализации самого алгоритма или его аналогов.

Очевидно, что при каждом фиксированном b функция $l(a, b)$ является b -периодической по аргументу a . Поэтому при фиксированном b длина алгоритма $l(a, b)$, как функция аргумента a , удовлетворяет разностному уравнению

$$l(a + b, b) = l(a, b) \quad (1)$$

порядка b . Характеристическое уравнение $\lambda^b = 1$ для (1) имеет b решений

$$\lambda_{bk} = \sqrt[b]{1} = \cos \frac{2k\pi}{b} + i \sin \frac{2k\pi}{b} \quad (k = 1, 2, \dots, b), \quad (2)$$

причем $\lambda_{bk} = \lambda_{b1}^k, \lambda_{bh} = 1$.

ПОЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НАД ПОЛУГРУППОЙ С РЕГУЛЯРНОЙ НОРМИРОВКОЙ

В этой статье рассмотрены конструкции полей вероятностей, которые используются в вероятностной теории распределения значений аддитивных арифметических функций.

Пусть G – мультипликативно записанная свободная полугруппа со счётной системой P образующих элементов $\omega_1, \omega_2, \dots$, обладающая свойствами:

1) существует гомоморфизм N полугруппы G в полугруппу $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (по умножению) такой, что для всякого $t \in \mathbb{R}$ есть только конечное число элементов $\alpha \in G$, для которых $N(\alpha) \leq t$ (здесь $N(\alpha)$ – образ элемента $\alpha \in G$ при гомоморфизме N , который называется нормой элемента α);

2) число $v(t) = v_G(t)$ элементов α полугруппы G с нормой $\leq t$ выражается формулой $v(t) = ct^\theta + O(t^{\theta_1})$, где c, θ, θ_1 – некоторые постоянные, $c > 0, 0 \leq \theta_1 < \theta$.

Условие 2) называется условием регулярной нормировки, а полугруппа G с указанными выше свойствами называется полугруппой с регулярной нормировкой.

К указанному классу полугрупп относятся, например, полугруппа натуральных чисел и полугруппа идеалов поля алгебраических чисел.

Пусть $f(\alpha)$ – произвольная числовая функция, определённая на полугруппе G ; число $r \geq 2$. Введём обозначения: если $\alpha \in G$ и $\omega \in P$, то $a_\omega(\alpha)$ – показатель, с которым ω входит в каноническое разложение α ;

$$c_\omega = \left[\frac{\ln r}{\ln N(\omega)} \right]; \quad b_\omega(\alpha) = \min(a_\omega(\alpha), c_\omega); \quad (1)$$

$$f^{(a)}(\alpha) = f(\omega^{b_\omega(\alpha)}),$$

$$f(\alpha) = \sum_{N(\omega) \leq r} f^{(a)}(\alpha) = \sum_{N(\omega) \leq r} f(\omega^{b_\omega(\alpha)}). \quad (2)$$

1. *Первое поле вероятностей.* Следуя аксиоматике А.Н. Колмогорова теории вероятностей [1], выберем в качестве множества U элементарных событий множество всех элементов полугруппы G с нормой $\leq t$: $U = \{\alpha \mid \alpha \in G, N(\alpha) \leq t\}$ ($t \geq 0$).

Обозначим через \mathfrak{F} систему всех подмножеств множества U , т.е. булеан множества U : $\mathfrak{F} = \mathcal{B}(U)$. Если $v(t)$ – число элементов полугруппы G с нормой $\leq t$, то $\mathfrak{F} = \mathcal{B}(U)$ состоит из $2^{v(t)}$ элементов (подмножеств множества U). Очевидно, $U \in \mathfrak{F}$, и если $A, B \in \mathfrak{F}$, то $A \cup B, A \cap B, \bar{A}, \bar{B} \in \mathfrak{F}$. Таким образом, $\mathfrak{F} = \mathcal{B}(U)$ образует конечное поле событий в смысле А.Н. Колмогорова.

Определим вероятностную меру (функцию множества), положив для всякого $A \in \mathfrak{F}$

$$P_1(A) = \frac{1}{v} N_v \{ \alpha \in A \} = V_v \{ \alpha \in A \},$$

где $v = v(t)$; $N_v \{ \alpha \in A \}$ – число элементов множества A (все они принадлежат G и имеют норму $N(\alpha) \leq t$).

Легко проверяется, что функция $P_1(A)$ удовлетворяет всем аксиомам аксиоматики Колмогорова, и, следовательно, алгебра множеств \mathfrak{F} образует вместе с функцией $P_1(A)$ конечное поле вероятностей.

По отношению к этому полю вероятностей функции $f^{(a)}(\alpha)$, $N(\alpha) \leq t$, определённые равенствами (1), (2), можно рассматривать как случайные величины, которые принимают значения $f(\omega^s)$ ($s = 0, 1, \dots, c_\omega$) с вероятностями

$$V_v \{b_\omega(\alpha) = s\} = \begin{cases} \frac{1}{v} \left[v \left(\frac{t}{N(\omega^s)} \right) - v \left(\frac{t}{N(\omega^{s+1})} \right) \right] (0 \leq s < c_\omega), \\ \frac{1}{v} v \left(\frac{t}{N(\omega^s)} \right) (s = c_\omega). \end{cases} \quad (3)$$

Если $\omega, \omega_1 \in P$, $\omega \neq \omega_1$, $N(\omega) \leq r$, $N(\omega_1) \leq r$, то

$$V_v \{b_\omega(\alpha) = s, b_{\omega_1}(\alpha) = s_1\} = \frac{1}{v} \left[v \left(\frac{t}{N(\omega^s \omega_1^{s_1})} \right) - \varepsilon_1 v \left(\frac{t}{N(\omega^{s+1} \omega_1^{s_1})} \right) - \varepsilon_2 v \left(\frac{t}{N(\omega^s \omega_1^{s_1-1})} \right) + \varepsilon_3 v \left(\frac{t}{N(\omega^{s+1} \omega_1^{s_1+1})} \right) \right],$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1, & \text{ если } 0 \leq s < c_\omega, 0 \leq s_1 < c_{\omega_1}; \\ \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0, & \text{ если } 0 \leq s < c_\omega, s_1 = c_{\omega_1}; \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0, \varepsilon_2 = 1, & \text{ если } s = c_\omega, 0 \leq s_1 < c_{\omega_1}; \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0, & \text{ если } s = c_\omega, s_1 = c_{\omega_1}. \end{aligned}$$

Отсюда и из равенств (3) следует, что

$$V_v \{b_\omega(\alpha) = s, b_{\omega_1}(\alpha) = s_1\} \neq V_v \{b_\omega(\alpha) = s\} V_v \{b_{\omega_1}(\alpha) = s_1\},$$

т.е. в общем случае случайные величины $f^{(\omega)}(\alpha)$ и $f^{(\omega_1)}(\alpha)$ не являются независимыми. Однако элементарными вычислениями можно показать, что

$$\begin{aligned} V_v \{b_\omega(\alpha) = s, b_{\omega_1}(\alpha) = s_1\} &= \\ &= V_v \{b_\omega(\alpha) = s\} V_v \{b_{\omega_1}(\alpha) = s_1\} + O(t^{c_1}/v(t)). \end{aligned}$$

Таким образом, зависимость величин $f^{(\omega)}(\alpha)$ и $f^{(\omega_1)}(\alpha)$ является в некотором смысле достаточно слабой и она тем слабее, чем больше t .

Для случая, когда $r = r(t)$ — достаточно медленно растущая функция от t , методом решета Сельберга доказывается следующее общее утверждение.

Пусть функция $r = r(t)$ такова, что $\ln r = o(\ln t)$ при $t \rightarrow \infty$; $\omega_1, \dots, \omega_k$ — любое множество различных образующих элементов полугруппы G с нормами $\leq r$; s_1, \dots, s_k — целые числа, удовлетворяющие неравенствам: $0 \leq s_i \leq c_{\omega_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k$). Тогда при $t \rightarrow \infty$ равномерно по всем параметрам

$$V_v \{b_{\omega_1}(\alpha) = s_1, \dots, b_{\omega_k}(\alpha) = s_k\} = \prod_{i=1}^k V_v \{b_{\omega_i}(\alpha) = s_i\} + o(1). \quad (4)$$

Эта оценка говорит о слабой зависимости случайных величин $f^{(\omega)}(\alpha) (N(\omega) \leq r)$. Следовательно, как на это указал И.П. Кубилюс [2, с. 37–38], при некоторых предположениях относительно функции f к соответствующей «урезанной функции» $f(\alpha)_r$ [см. (2)] могут быть применены известные предельные теоремы для сумм почти независимых случайных величин.

2. Второе поле вероятностей. Пусть множество U элементарных событий есть множество всех элементов полугруппы G . Выберем фиксированное число $r \geq 2$ и обозначим через $E(\omega^s)$ ($N(\omega) \leq r$; $s = 0, 1, \dots, c_\omega$) совокупность всех элементов полугруппы G , для которых $b_\omega(\alpha) = s$. Для каждого r есть только конечное число множеств $E(\omega^s)$. Если $s \neq s'$, то множества $E(\omega^s)$ и $E(\omega^{s'})$ не пересекаются. Далее, для всякого $\omega \in P$ $U = \bigcup_{s=0}^{c_\omega} E(\omega^s)$.

Если \mathfrak{F} — минимальная алгебра множеств, содержащая все множества $E(\omega^s)$, то можно показать, что любое множество $A \in \mathfrak{F}$ имеет вид

$$A = \bigcup_{i=1}^k A_i, \quad A_i = \bigcap_{j=1}^l E(\omega_j^{s_j}). \quad (5)$$

Здесь $N(\omega_i) \leq r$, $0 \leq s_j \leq c_{\omega_i}$, s_j — целые числа. Каждому множеству A_i отвечает свой набор элементов $\omega_1, \dots, \omega_l \in P$ и свой набор показателей s_1, \dots, s_l . В первом из равенств (5) множества A_i можно считать попарно непересекающимися, а в каждом A_i элементы $\omega_1, \dots, \omega_l$ — различными.

Определим для множеств A алгебры \mathfrak{F} функцию множества $P_2(A)$. Для этого положим (по определению)

$$P_2(A) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{V} N_t \{ \alpha \in A \} = \lim_{t \rightarrow \infty} V_t \{ \alpha \in A \} \quad (6)$$

для всякого $A \in \mathfrak{F}$. Здесь $N_t \{ \alpha \in A \}$ — число элементов полугруппы G с нормой $\leq t$, принадлежащих множеству A .

Легко показать, что функция $P_2(A)$ удовлетворяет всем аксиомам А.Н. Колмогорова, определяющим вероятность. Остается доказать существование $P_2(A)$.

Множество A , [см. (5)] состоит из всех тех и только тех элементов α полугруппы G , которые делятся на элемент $\beta = \omega_1^{s_1} \dots \omega_l^{s_l}$ и не делятся ни на один из элементов $\beta \omega_h$, где ω_h пробегает множество Q тех образующих элементов $\omega_1, \dots, \omega_l$, для которых $s_j < c_{\omega_j}$. Учитывая это и применяя метод решета Сельберга и определение (6), найдем, что

$$\begin{aligned} P_2(A) &= \frac{1}{N^{\theta}(\beta)} \prod_{\omega \in Q} \left(1 - \frac{1}{N^{\theta}(\omega)} \right) = \\ &= \prod_{j=1}^l \frac{1}{N^{\theta}(\omega_j^{s_j})} \prod_h \left(1 - \frac{1}{N^{\theta}(\omega_h)} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, функция $P_2(A)$ определена для всех множеств A_i вида (5) и имеет на каждом из них значение, выраженное формулой (7). В общем случае, когда множество A представляется первой формулой (5), по определению $P_2(A)$ имеем, что

$$P_2(A) = \sum_{i=1}^k P_2(A_i). \quad (8)$$

Равенствами (8) и (7) функция $P_2(A)$ определена для всех множеств A алгебры \mathfrak{F} .

Алгебра множеств \mathfrak{F} образует вместе с функцией множества $P_2(A)$ конечное поле вероятностей в смысле А.Н. Колмогорова. Относительно этого поля функции $f^{(\omega)}(\alpha)$ ($N(\omega) \leq r$) являются случайными величинами, которые принимают значения $f(\omega^s)$ ($s = 0, 1, \dots, c_{\omega}$) с вероятностями

$$\begin{aligned} \pi(\omega^s) &= \lim_{t \rightarrow \infty} V_t \{ b_t(\alpha) = s \} = \\ &= \begin{cases} \frac{1}{N^{\theta}(\omega^s)} \left(1 - \frac{1}{N^{\theta}(\omega)} \right) & (0 \leq s < c_{\omega}), \\ \frac{1}{N^{\theta}(\omega^s)} & (s = c_{\omega}). \end{cases} \end{aligned}$$

Предельный переход в равенстве (4) с учетом определения (6) дает равенство

$$\begin{aligned} P_2(b_{\omega_1}(\alpha) = s_1, \dots, b_{\omega_k}(\alpha) = s_k) &= \\ &= \prod_{i=1}^k P_2(b_{\omega_i}(\alpha) = s_i), \end{aligned}$$

откуда видно, что относительно второго поля вероятностей случайные величины $f^{(\omega)}(\alpha)$ ($N(\omega) \leq r$) независимы, а «урезанная функция» $f(\alpha)$, представляет собой сумму независимых случайных величин.

3. *Третье поле вероятностей.* Выберем в качестве множества U элементарных событий множество всех элементов полугруппы G с нормой $\leq t$. Пусть функция $r = r(t)$ такова, что $r \geq 2$ и $\ln r = o(\ln t)$ при $t \rightarrow \infty$. Обозначим через $E(\omega^s)$ ($\omega \in P$, $N(\omega) \leq r$, $s = 0, 1, \dots, c_{\omega}$) множество всех тех элементов α полугруппы G с нормой $\leq t$, для которых выполняется равенство

$b_\omega(\alpha) = s$. Обозначим, далее, через \mathfrak{F} минимальную алгебру множеств, содержащую все множества $E(\omega^s)$ (в аналогичном случае построение такой алгебры рассмотрено в [3]). Алгебра множеств \mathfrak{F} вместе с функцией множества $V_\omega\{\alpha \in A\}$ образуют конечное поле вероятностей. Функции $f^{(\omega)}(\alpha) (N(\omega) \leq r)$ являются случайными величинами относительно этого поля.

Если $s \neq s'$, то $E(\omega^s) \cap E(\omega^{s'}) = \emptyset$, и для всякого $\omega \in P$
$$\bigcup_{s=0}^{c_\omega} E(\omega^s) = U.$$

Рассмотрим множества

$$\begin{aligned} A_\chi &= \bigcap_{N(\omega) \leq r} E(\omega^{\alpha_\omega(\chi)}); \\ \chi &= \prod_{N(\omega) \leq r} \omega^{s_\omega}, \quad 0 \leq s_\omega \leq c_\omega, \end{aligned} \quad (9)$$

где χ можно рассматривать как индекс множества A_χ .

Множества A_χ , отвечающие различным индексам χ , не пересекаются, и $\bigcup_{\chi} A_\chi = U$. Поэтому каждое множество $A \in \mathfrak{F}$ имеет представление

$$A = \bigcup_{\chi} A_\chi, \quad (10)$$

где объединение берется по некоторым индексам χ , а каждое множество A_χ имеет вид (9).

Используя это представление, метод решета Сельберга и равенства

$$\begin{aligned} \sum_{s=0}^{c_\omega} \pi(\omega^s) &= 1, \quad \sum_{\chi} \prod_{N(\omega) \leq r} \pi(\omega^{\alpha_\omega(\chi)}) = \\ &= \prod_{N(\omega) \leq r} \sum_{s=0}^{c_\omega} \pi(\omega^s) = 1, \end{aligned}$$

можно найти асимптотику для частоты $V_\omega\{\alpha \in A\}$. Оказывается, что для всякого $A \in \mathfrak{F}$ [см. (10)] равномерно по всем $A \in \mathfrak{F}$

$$V_\omega\{\alpha \in A\} = \sum_{\chi} \prod_{N(\omega) \leq r} \pi(\omega^{\alpha_\omega(\chi)}) + O\left(e^{-c_1 \frac{\ln r}{\ln r}}\right), \quad (11)$$

где c_1 — некоторая постоянная, $c_1 > 0$, и суммирование ведется по тем же индексам χ , что и в (10).

Определим для множеств $A \in \mathfrak{F}$ другую вероятностную меру $P(A)$, положив для всякого множества A вида (10), (9)

$$P(A) = \sum_{\chi} \prod_{N(\omega) \leq r} \pi(\omega^{\alpha_\omega(\chi)}). \quad (12)$$

Несложно проверяется, что $P(A)$ действительно обладает всеми свойствами вероятности. Поэтому алгебра \mathfrak{F} образует совместно с функцией $\{x, y\}$ конечное поле вероятностей.

Из равенств (11) и (12) видно, что равномерно по всем $\leq r$

$$V_\omega\{\alpha \in A\} = P(A) + O\left(e^{-c_1 \frac{\ln r}{\ln r}}\right). \quad (13)$$

Определим относительно меры $P(A)$ случайные величины $\xi_\omega = \xi_\omega(\alpha) (N(\omega) \leq r)$, положив $\xi_\omega(\alpha) = f^{(\omega)}(\alpha)$. Величина ξ_ω принимает значения $f(\omega^s) (s = 0, 1, \dots, c_\omega)$ с вероятностями $\pi(\omega^s)$ соответственно. Случайные величины ξ_ω , рассматриваемые относительно меры $P(A)$, являются независимыми. Действительно, из определения (12) следует равенство

$$P(A_\chi) = \prod_{N(\omega) \leq r} \pi(\omega^{\alpha_\omega(\chi)}) = \prod_{N(\omega) \leq r} P(E(\omega^{\alpha_\omega(\chi)})).$$

Равенство (13) показывает, что распределение случайной величины $f(\alpha)$, относительно меры

$V_\omega\{\alpha \in A\}$ лишь на величину $O\left(\exp\left(-c_1 \frac{\ln r}{\ln r}\right)\right)$

отличается от распределения суммы независимых случайных величин $\sum_{N(\omega) \leq r} \xi_\omega$ относительно меры

$P(A)$, т.е. равномерно по x

$$V_\omega\{f(\alpha) < x\} = P\left(\sum_{N(\omega) \leq r} \xi_\omega < x\right) + O\left(e^{-c_1 \frac{\ln r}{\ln r}}\right).$$

Конструкции указанных выше полей вероятностей для случая полугруппы $G = \mathbb{N}$ даны в монографии И.П. Кубилюса [2]; третье поле вероятностей для случая произвольной полугруппы G использовалось З.М. Юшкисом [4]; аналоги кубилюсовских полей вероятностей для случая, когда G – полугруппа идеалов поля алгебраических чисел, рассматривались в работе [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.; Л.: ОНТИ, 1936.

2. Кубилюс И.П. Вероятностные методы в теории чисел. – Вильнюс: Гос. изд-во полит. и науч. лит. ЛитССР, 1959.

3. Данилов А.Н. Об одной алгебре множеств // Современная алгебра: Межаузский сб. – Л., 1977. – Вып. 6. – С. 90 – 97.

4. Юшкис З.М. Предельные теоремы для аддитивных функций, определенных на упорядоченных полугруппах с регулярной нормировкой // Литовский матем. сб. – 1964. IV. – № 4. – С. 565-601.

5. Данилов А.Н. Интегральные и локальные законы распределения для аддитивных функций, определенных на множестве идеалов алгебраического числового поля K // Учен. зап. Лен. гос. пед. ин-та. – Л., 1967. – Т. 302. – С. 9-31.

УДК 519.122

М. И. Толовиков

Кафедра алгебры и геометрии (ЧГУ)

О ПРИМЕНЕНИИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ГОМОМОРФИЗМОВ ПОЛУГРУПП К ЗАДАЧАМ ПЕРЕЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КОМБИНАТОРИКИ

Цель настоящей заметки – определить некоторый специальный класс полугрупп и их гомоморфизмов и показать возможные применения в задачах перечислительной комбинаторики. Мы не приводим доказательств сформулированных утверждений, так как почти все они несложные. Рассматриваемые перечислительные задачи приведены в основном для иллюстрации методов, хотя и представляют некоторый самостоятельный интерес.

Все необходимые сведения из теории полугрупп имеются в [1]. В книге [1] можно познакомиться с понятием полугруппы с конечными разложениями, которое представляет собой частный случай рассматриваемого ниже понятия локально конечной полугруппы, и найти дальнейшие библиографические указания. Что же касается понятия локально конечного гомоморфизма полугрупп, то, насколько нам известно, ранее оно в литературе не рассматривалось. Именно его полезность в комбинаторных приложениях подтолкнула нас к написанию этой заметки. Наконец, отметим, что задачи, рассмотренные в примерах 3-4, привлека-

ли и продолжают привлекать внимание многих авторов. С этой тематикой можно познакомиться, например, в статье [2].

Мы используем следующие обозначения:

A^* – множество всех слов в алфавите A , включая и пустое слово;

uv – слово, полученное соединением слов u и v ;

w^n – слово, полученное n -кратным повторением слова w .

Определение 1. Полугруппой с нулём называется непустое множество N с определённой на нём ассоциативной бинарной алгебраической операцией \cdot и выделенным элементом $o \in N$, который называется нулём полугруппы N и обладает свойством

$$\forall \alpha \in N : o \cdot \alpha = \alpha \cdot o = o.$$

Если полугруппа N не обладает нулём, то нуль к ней можно присоединить внешним образом, выбрав некоторый элемент $o \notin N$ и положив $o \cdot \alpha = \alpha \cdot o = o$ для всех $\alpha \in N$, $o \cdot o = o$. Точно так

же к любой полугруппе можно внешним образом присоединить единицу (если она, конечно, не содержит таковой), т. е. элемент ε со свойством $\varepsilon \cdot \alpha = \alpha \cdot \varepsilon = \alpha$ для всех $\alpha \in N$.

Определение 2. Полугруппа с нулём называется локально конечной, если для любого элемента этой полугруппы, отличного от нуля, существует лишь конечное число представлений этого элемента в виде произведения двух элементов данной полугруппы.

Определение 3. Пусть R – кольцо с единицей, не обязательно коммутативное. Алгеброй производящих функций локально конечной полугруппы с нулём N над кольцом R называется множество RN всех функций, определённых на множестве всех ненулевых элементов полугруппы N и принимающих значения из R . Операции над функциями определяются следующим образом: для всех $\alpha \in N \setminus \{0\}$, $r \in R$

$$(f + g)(\alpha) = f(\alpha) + g(\alpha),$$

$$(f * g)(\alpha) = \sum_{\beta\gamma=\alpha} f(\beta)g(\gamma), \quad (rf)(\alpha) = rf(\alpha).$$

Определение 4. Пусть N и N' – полугруппы с нулём. Локально конечным гомоморфизмом полугруппы N в полугруппу N' называется отображение $\varphi: N \rightarrow N'$, для которого выполнены следующие три условия:

- 1) $\forall \alpha, \beta \in N: \varphi(\alpha\beta) = \varphi(\alpha)\varphi(\beta)$;
- 2) $\varphi(0) = 0'$, где 0 и $0'$ – нулевые элементы полугрупп N и N' соответственно;
- 3) для любого $\alpha \in N \setminus \{0\}$ его полный прообраз $\varphi^{-1}(\alpha)$ конечен.

Теорема 1. Пусть φ – локально конечный гомоморфизм локально конечной полугруппы с нулём N в локально конечную полугруппу с нулём N' и отображение $\varphi_R: RN \rightarrow RN'$ определено по формуле

$$\varphi_R(f)(\alpha') = \sum_{\alpha \in \varphi^{-1}(\alpha')} f(\alpha) \quad (1)$$

для любых $f \in RN$, $\alpha' \in N' \setminus \{0'\}$ (если $\varphi^{-1}(\alpha')$ пусто, то сумму считаем равной нулю). Тогда φ_R является гомоморфизмом алгебры RN в алгебру RN' .

Определение 5. Пусть $B = \{0, 1\}$. По определению $B_{0,e}^*$ есть полугруппа с нулём, состоящая из всех слов в алфавите B , включая и пустое слово, а также нуля 0 и единицы e , присоединённых к ней внешним образом, с операцией умножения (1), определяемой по формулам $uv = uv$, $0v = v0 = 0$, $ev = ve = v$ для всех $u, v \in B^*$, $w \in B_{0,e}^*$.

Определение 6. Пусть N – полугруппа с нулём 0 . Характеристической функцией подмножества $A \subseteq N \setminus \{0\}$ называется функция $\chi_A: N \setminus \{0\} \rightarrow R$ такая, что $\chi_A(\alpha) = 1$ для всех $\alpha \in A$ и $\chi_A(\alpha) = 0$ для всех остальных $\alpha \in N \setminus \{0\}$.

Если полугруппа N имеет единицу e , то функция $1 = \chi_{\{e\}}$ является единицей алгебры RN .

Теорема 2. В $RB_{0,e}^*$ имеет место равенство

$$(1 + \chi_{\{0,1\}})^*(1 - \chi_{\{0,1\}}) = 1.$$

Пусть $\{x, y\}_0^*$ есть свободная коммутативная полугруппа над алфавитом $\{x, y\}$ с присоединённым внешним образом нулём. Тогда алгебра $Z\{x, y\}_0^*$ изоморфна алгебре $Z[[x, y]]$ всех формальных степенных рядов с целыми коэффициентами от переменных x, y . Поэтому далее мы будем отождествлять $Z\{x, y\}_0^*$ с $Z[[x, y]]$.

Пример 1. Определим гомоморфизм $\varphi: B_{0,e}^* \rightarrow \{x, y\}_0^*$ равенствами $\varphi(w) = x^{n-1}y^k$, где n и k – длина слова w и число нулей в этом слове соответственно; $\varphi(0) = 0$; $\varphi(e) = 1 = x^0y^0$. Тогда в силу равенства (1) коэффициент при $x^{n+1}y^k$ в ряде $\varphi_Z(\chi_{\{0,1\}})$ есть число слов длины n в алфавите $\{0, 1\}$, содержащих ровно k нулей. Так как $\varphi_Z(\chi_{\{0,1\}}) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{n+1}y^n = \frac{x}{1-xy}$, то из теоремы 2 получаем

$$\varphi_Z(\chi_{\{0,1\}}) = \frac{1}{1 - \varphi_Z(\chi_{\{0,1\}})} - 1 =$$

$$= \frac{x}{1-x-xy} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-1}y^k.$$

Пример 2. Определим гомоморфизм $\varphi: B_{\sigma, \tau}^* \rightarrow \{x, y\}^*$ равенствами $\varphi(w) = x^{n-1} y^k$, где n и k – длина слова w и число максимальных по включению непустых подслов из нулей в этом слове соответственно; $\varphi(o) = o$; $\varphi(e) = 1 = x^0 y^0$. Снова в силу равенства (1) коэффициент при $x^{n+1} y^k$ в ряде $\varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*})$ равен числу слов длины n в алфавите $\{0, 1\}$, содержащих ровно k непустых максимальных подслов из нулей. Теперь $\varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*}) = x + \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} y = \frac{x(1-x+xy)}{1-x}$, и из теоремы 2 получаем

$$\begin{aligned} \varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*}) &= \frac{1}{1 - \varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*})} - 1 = \\ &= \frac{x(1-x+xy)}{1-2x+x^2-x^2y} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+1}{2k} x^{n-1} y^k. \end{aligned}$$

Пример 3. Пусть $r, s > 0$ и $M_{s+2}(\mathbf{Z}[x])$ есть полугруппа относительно умножения всех квадратных матриц порядка $s+2$ с элементами из кольца многочленов $\mathbf{Z}[x]$. Определим матрицы J и $L(k, l)$ условиями:

$$J_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } j-i=1; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$L_{ij}(k, l) = \begin{cases} 1 & \text{при } i=s-k+1, j>l+1; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$i, j = 1, 2, \dots, s+2$; $k, l = 0, 1, \dots, s$. Положим $\varphi(e) = E$, $\varphi(1^n) = J^{n-1} x^{n-1}$, $\varphi(1^k 0 u 0 1^l) = L(k, l) x^{n+1}$, если слово $0^k 1 u 0^l$ имеет длину n , каждое подслово из нулей в нём имеет длину не более r , а каждое подслово из единиц – длину не более s , $\varphi(w) = O$ для остальных $w \in B_{\sigma, \tau}^*$ (здесь E и O – единичная и нулевая матрицы соответственно). Тогда $\varphi: B_{\sigma, \tau}^* \rightarrow M_{s+2}(\mathbf{Z}[x])$ – локально конечный гомоморфизм полугрупп. При этом $\varphi^{-1}(J^{n+1} x^{n+1}) = \{1^n\}$, $0 \leq n \leq s$, $\varphi^{-1}(L(k, l) x^{n+1})$

есть множество всех слов длины n в алфавите $\{0, 1\}$, начинающихся с k единиц, заканчивающихся l единицами, и таких, что каждое подслово из нулей в них имеет длину не более r , а каждое подслово из единиц – длину не более s . Из теоремы 2 получаем

$$\begin{aligned} H_{r,s}(x) &= \varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*}) = (E - \varphi_Z(\chi_{\{0,1\}^*}))^{-1} - E = \\ &= \left(E - Jx - \sum_{n=1}^s L(0, 0) x^{n+1} \right)^{-1} - E = \\ &= \left(E - Jx - L(0, 0) \frac{x^2(1-x^r)}{1-x} \right)^{-1} - E. \end{aligned}$$

Очевидно, что коэффициент при x^{n+1} в степенном ряде $H_{r,s}(x)$, который равен сумме элементов последнего столбца матрицы $H_{r,s}(x)$, есть число слов длины n в алфавите $\{0, 1\}$, в которых каждое подслово из нулей имеет длину не более r , а каждое подслово, состоящее из единиц, – длину не более s . Например,

$$H_{2,2}(x) = \frac{x+x^2+x^3}{1-x-x^2} = x + 2 \sum_{n=1}^{\infty} f_n x^{n-1},$$

где f_n обозначает n -е число Фибоначчи: $f_0 = f_1 = 1$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ при $n > 1$.

Пример 4. Пусть $h_{r,s}(x) = H_{r,s}(x) - H_{r-1,s}(x) - H_{r,s-1}(x) + H_{r-1,s-1}(x)$. Тогда коэффициент при x^{n+1} в $h_{r,s}(x)$ равен числу слов длины n в алфавите $\{0, 1\}$, в которых максимальное по длине подслово из нулей имеет длину r , а максимальное по длине подслово из единиц – длину s .

Следующие теоремы дают некоторое представление о существовании применённого выше метода и его ограничениях.

Теорема 3. Отображение $\varphi: N \rightarrow N'$ является локально конечным гомоморфизмом полугрупп с нулём тогда и только тогда, когда порождённая им конгруэнция в полугруппе N удовлетворяет условиям: класс этой конгруэнции, содержащий нуль, есть идеал полугруппы N , а все остальные классы конечны.

Пусть элементы полугруппы N представляют некоторые комбинаторные конфигурации, и пусть известна функция $\chi_{N \setminus \{0\}}$. Тогда теорема 3 характеризует те семейства множеств конфигураций, для которых производящие функции чисел элементов во множествах этих семейств могут быть выражены как $\varphi_Z(\chi_{N \setminus \{0\}})$.

Элемент α полугруппы с нулём и единицей называется неприводимым, если он отличен от нуля, необратим и не представим в виде произведения элементов из N , каждый из которых отличен от единицы и α .

Теорема 4. Полугруппа с нулём N тогда и только тогда является гомоморфным образом полугруппы $B_{a,e}^*$ при локально конечном гомоморфизме, когда N обладает единицей и каждый отличный от нуля и единицы элемент этой полугруппы представим в виде произведения неприводимых в N элементов лишь конечным числом способов.

В заключение укажем некоторые интересные вопросы, относящиеся к рассмотренным выше конструкциям. В связи с теоремой 3 и замечанием после неё имеет смысл изучение идеалов локально конечных полугрупп с нулём и конгруэнций, описанных в этой теореме. Изучение решётки идеалов интересно также в связи с тем, что производящие функции некоторых семейств конфигураций могут быть выражены через функции $\varphi_Z(\chi_{N \setminus \{0\}})$, отвечающие различным гомоморфизмам φ , с помощью

методов включения-исключения. Простейшую иллюстрацию такого метода даёт пример 4. Для применения методов включения-исключения нужно знать функции Мёбиуса частично упорядоченных по включению подмножеств решётки идеалов рассматриваемой полугруппы с нулём. В примере 4 использовано обращение Мёбиуса для решётки $\{J_{r,s} \mid r, s = 0, 1, \dots\}$, где $J_{r,s}$ состоит из всех слов, в которых длина какой-либо серии из нулей превосходит r или длина некоторой серии из единиц превосходит s , и нуля полугруппы $B_{a,e}^*$. Кроме того, по причинам, которые не нашли отражения в этой заметке, важно также изучение простых полугрупп в категории всех гомоморфных образов полугруппы $B_{a,e}^*$ при локально конечных гомоморфизмах, а также синтаксических (главных) конгруэнций в полугруппе $B_{a,e}^*$, порождённых теми или иными подмножествами слов. Наконец, в приложениях была бы полезной теория представлений описанных здесь полугрупп, например, матрицами над кольцами формальных степенных рядов. Пример 3 даёт одно такое представление.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения: Пер. с англ. — М.: Мир, 1985.
2. Савельев Л.Я. Максимум длин серий в обобщённых последовательностях Бернулли // Дискретная математика. — 1999. — № 1. — С. 29–52.

УДК 517

В.В. Макарова

Кафедра математического анализа и прикладной математики (ЧГУ)

ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ КВАДРАТУР ТИПА ГАУССА

Пусть $\{\omega_n(x)\}$ многочлены, ортогональные на $[c, d]$ с весом $p(x) \geq 0$, $\omega_n(x_k) = 0$.

Квадратурная формула

$$\int_c^d p(x) f(x) dx = \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) + R_n(f),$$

$$A_k = A_k^{(n)} = \int_c^d \frac{p(x) \omega_n(x)}{\omega_n'(x_k)(x-x_k)} dx, \quad (1)$$

точная для многочленов степени не выше $2n-1$, называется формулой типа Гаусса, а $x_k = x_k^{(n)}$ — узлами типа Гаусса [1, с. 602].

Известно [2, с. 61], что коэффициенты A_k могут быть представлены также в виде

$$A_k = \frac{c_n}{c_{n-1}} \cdot \frac{1}{\hat{\omega}'_n(x_k) \hat{\omega}_{n-1}(x_k)}, \quad (2)$$

где c_n — старший коэффициент нормированного многочлена $\hat{\omega}_n(x_k)$. Если $f(x)$ имеет непрерывную производную порядка $2n$, то остаточный член $R_n(f)$ формулы типа Гаусса определяется формулой [1, с. 608]

$$R_n(f) = \frac{f^{(2n)}(\xi)}{(2n)!} \int_c^d p(x) \hat{\omega}_n^2(x) dx, \quad c \leq \xi \leq d,$$

где $\hat{\omega}_n(x)$ — ортогональный многочлен со старшим коэффициентом, равным 1, или, что то же самое,

$$R_n(f) = \frac{1}{(2n)! c_n^2} f^{(2n)}(\xi), \quad c \leq \xi \leq d. \quad (3)$$

Целью данной работы является получение формул для коэффициентов квадратур типа Гаусса по корням многочленов, ортогональных на $[-1, 1]$ с весом

$$p(x) = \omega(x) (1 + a^2 + 2ax)^{-1}, \quad a \geq 0, \quad a \neq 1, \quad (4)$$

где $\omega(x)$ есть $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ или $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, или $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{1}{2}}$, а также оценка $R_n(f)$.

Пусть $\omega(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$. Известно, что в этом случае многочлены, ортонормальные с весом (4), имеют вид

$$\hat{P}_0(a, x) = \sqrt{\frac{1-a^2}{\pi}},$$

$$\hat{P}_n(a, x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} [T_n(x) + aT_{n-1}(x)], & 0 \leq a < 1, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} [aT_n(x) + T_{n-1}(x)], & a > 1, \end{cases} \quad (5)$$

($n \geq 1$).

Здесь $T_n(x)$ — многочлены Чебышева первого рода. Кроме того, $\hat{P}_n(a, x) = c_n \tilde{P}_n(a, x)$,

где

$$c_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot 2^{n-1} \quad \text{при } 0 \leq a < 1,$$

$$c_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot 2^{n-1} a \quad \text{при } a > 1. \quad (6)$$

Пусть $0 \leq a < 1$. Используя формулу (2) для коэффициентов A_k , получаем

$$A_k = 2 [\hat{P}'_n(a, x_k) \hat{P}'_{n-1}(a, x_k)]^{-1}. \quad (7)$$

Полагая $x_k = \cos \theta_k$ и учитывая (5), из (7) при $n \geq 1$ имеем

$$A_k = \pi \sin \theta_k [n \sin n \theta_k + a(n-1) \sin(n-1) \theta_k]^{-1} \times$$

$$\times [\cos(n-1) \theta_k + a \cos(n-2) \theta_k]^{-1}. \quad (8)$$

Так как $\cos n \theta_k - a \cos(n-1) \theta_k = 0$, то $\cos(n-1) \theta_k + a \cos(n-2) \theta_k = \sin \theta_k \cdot [\sin n \theta_k + a \sin(n-1) \theta_k]$;

$$[\sin n \theta_k + a \sin(n-1) \theta_k]^{-2} = 1 + a^2 + 2a \cos \theta_k;$$

$$a \sin(n-1) \theta_k [\sin n \theta_k + a \sin(n-1) \theta_k] = a^2 + a \cos \theta_k.$$

Из полученных тождеств и формулы (8) окончательно следует

$$A_k = \frac{\pi}{n(1+a^2+2ax_k) - a(a+x_k)}, \quad 0 \leq a < 1.$$

Отметим, что при $a=0$ получаем известные коэффициенты формулы типа Гаусса по узлам Чебышева первого рода $A_k = \frac{\pi}{n}$.

При $a > 1$ аналогично находим следующее выражение для коэффициентов:

$$A_k = \frac{\pi}{n(1+a^2+2ax_k) - (1+ax_k)}.$$

Подобным образом получаем формулы для коэффициентов при $\omega(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, если узлами квадратурной формулы являются корни многочленов $\hat{Q}_n(a, x)$, ортогональных с весом $p(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}} (1+a^2+2ax)^{-1}$, линейно выражающихся аналогично представлениям (5) через многочлены Чебышева второго рода $U_n(x)$:

$$A_k = \begin{cases} \frac{\pi(1-x_k^2)}{n(1+a^2+2ax_k)+1+ax_k}, & 0 \leq a < 1; \\ \frac{\pi(1-x_k^2)}{n(1+a^2+2ax_k)+a(a+x_k)}, & a > 1. \end{cases}$$

Если $a = 0$, получаем коэффициенты формулы типа Гаусса по корням многочленов $U_n(x)$:

$$A_k = \frac{\pi}{n+1} (1-x_k^2).$$

Если $\omega(x) = \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, то узлами являются корни многочленов $\hat{V}_n(a, x)$, ортогональных с весом $p(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{1}{2}} (1+a^2+2ax)^{-1}$, аналогично выражающихся через $W_n(x)$ — многочлены Якоби при $\alpha = -\beta = \frac{1}{2}$, и

$$A_k = \begin{cases} \frac{2\pi(1-x_k)}{2n(1+a^2+2ax_k)+1-a^2}, & 0 \leq a < 1; \\ \frac{2\pi(1-x_k)}{2n(1+a^2+2ax_k)+a^2-1}, & a > 1. \end{cases}$$

Случай $a = 0$ соответствует коэффициентам формулы по корням многочленов $W_n(x)$:

$$A_k = \frac{2\pi}{2n+1} (1-x_k).$$

В силу формул (3) и (6) остаточный член формулы типа Гаусса при $\omega(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ имеет вид:

$$R_n(f) = \frac{\pi}{(2n)! 2^{2n-1}} f^{(2n)}(\xi) \text{ при } 0 \leq a < 1;$$

$$R_n(f) = \frac{\pi}{(2n)! 2^{2n-1} a^2} f^{(2n)}(\xi) \text{ при } a > 1$$

$$(-1 \leq \xi \leq 1).$$

Отсюда сразу получается оценка остатка $R_n(f)$, не зависящая от a :

$$|R_n(f)| \leq \frac{\pi}{(2n)! 2^{2n-1}} M,$$

$$\text{где } M = \max_{x \in [-1, 1]} |f^{(2n)}(x)|.$$

Аналогичные оценки остаточного члена получаются для $\omega(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ и $\omega(x) = \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Натансон И. П. Конструктивная теория функций. — М.; Л.: ГИТТЛ, 1949.
2. Сеге Г. Ортогональные многочлены. — М.: ГИФМЛ, 1962.

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 691: 6620.1

В.С. Грызлов

Кафедра строительных материалов и технологий (ЧГУ)

МЕТОДОЛОГИЯ «СТРУКТУРНОГО ПОДХОДА» В СТРОИТЕЛЬНОМ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ

Формирование научного строительного материаловедения непосредственно связано с созданием единой теории структурообразования и свойств материалов, обеспечивающей количественную связь в классической цепочке «состав - структура - свойство». Условия для этого появляются на этапе «научного владения производством», когда знания о технологии на основе все более широкого привлечения фундаментальных наук получают дальнейшее развитие и обобщение в направлении формирования совокупности законов, количественно отражающих определяющие процессы превращения исходного сырья в конечный продукт. Практическая реализация данной концепции требует формирования представлений о структуре материалов и привлечения развивающихся в физико-химии инструментальных методов наблюдения и измерения ее параметров. С появлением этой концепции постепенно складывается так называемый «структурный подход» в материаловедении.

Дальнейшее развитие методологии «структурного подхода» предопределяется требованиями количественного описания процессов структурообразования как необходимого условия решения задач управления и оптимизации производства. Становится очевидным, что свойства материала определяются структурой, т. е. видом, взаиморасположением и взаимосвязью составных частей этого материала.

Одним из основных способов создания материалов остается комбинирование различных компонентов. Во многих случаях это двух-, трехкомпонентные системы разных материалов, каждый из которых имеет свое конкретное назначение, но при их объединении на интеграционном уровне взаимодействия образуют искусственные композиты с требуемыми физическими свойствами. Современные информационные технологии открывают новые возможности создания эффективных строительных материалов, позволяют виртуально отображать сложные процессы, модели-

ровать структуру материалов, изучать общие принципы ее формирования. Информационный аспект решения материаловедческой задачи предполагает создание и развитие предметной области путем чередования познавательного-прагматических моделей с переходом от общего - универсального уровня представления информации к конкретному. Конечной целью такого перехода является наиболее полное представление о материале и процессе его получения. Роль объекта моделирования для управления свойствами композиционных материалов отводится структуре. Непрерывный анализ состояния компонентов структуры позволяет корректировать свойства материала от начала проектирования состава до конца процесса получения материала с заданными свойствами.

Методологической основой современных материаловедческих теорий является системный анализ - совокупность методов и средств, используемых при исследовании и конструировании сложных объектов. К числу важнейших задач системного анализа относится постановка общей задачи и разработка средств представления исследуемого объекта как системы, построение обобщенной модели системы, исследование структуры системы.

Большинство свойств строительных материалов относится к категории структурно-чувствительных, поэтому их формирование не заканчивается на стадии интенсивного структурообразования, а в той или иной степени продолжается в процессе эксплуатации, вследствие чего они нелинейно и интегрально зависят от множества взаимообуславливающих и дополняющих факторов. В общем виде свойства материала в условиях эксплуатации можно выразить формулой

$$P(t) = P_0 - \Delta P(t),$$

где $P(t)$ – свойства в фиксированный момент времени t ; P_0 – свойство при завершении процесса структурообразования, продолжительность которого, например, для бетона 28 суток твердения; $\Delta P(t)$ – приращение, которое возникает в результате эксплуатационных действий за время t .

Знак (-) перед $\Delta P(t)$ указывает, что релаксация свойств связана с уравниванием конструктивных и деструктивных процессов, происходящих в материале, которые в целом приводят к уменьшению внутреннего напряжения и развитию

необратимых деформаций. В термодинамическом аспекте можно предположить, что скорость изменения свойств пропорциональна их отклонению от равновесного значения (P), следовательно, получаем

$$P(t) = P_0 - \Delta P_0(t_0) e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}},$$

где t_0 – время интенсивного структурообразования; τ – время релаксации.

Данная зависимость представляет общую задачу свойств в материаловедении. Решение данной задачи сводится к оптимизации P_0 и τ .

P_0 представляет собой структурно-технологический аспект свойства и решается на стадии выбора и формирования структуры, τ зависит не только от внутренних параметров P , но и от характера нарушения его равновесного значения. Поэтому τ , связанное с деструктивными процессами, будет одно, с влажностными – другое, с температурными – третье. Вследствие этого второе слагаемое в приведенной зависимости примет вид

$$\sum_{i=1}^n \Delta P_i e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_i}}.$$

Для построения обобщенной модели "структура - свойство" можно использовать структурную схему, представленную в таблице:

Свойство (P)	
Структурно-формирующие факторы	Технологические параметры (C_i)
Структурные элементы	На уровне макроструктуры (K_i)
Внутриэлементные составляющие	На уровне микроструктуры (k_i)
Физико-химические и другие процессы	Кристаллизационные, деструктивные, деформативные, сорбционные, фазовые, термические и др.

Это позволяет представить пути формирования свойств материалов в виде функциональных связей трех параметрических составляющих (C_i – структурно-формирующих факторов, K_i – структурных элементов, k_i – внутриэлементных составляющих) через физико-химические и другие процессы, которые происходят при формировании и

фиксировании структуры материала на всех уровнях.

Для развертывания схемы системно-структурного анализа существенно знать, как будут изменяться k_i в связи с изменением C_i . Предполагая, что экспериментально можно определить эти изменения в виде коэффициентов структурной чувствительности как отношение частных производных данных параметров и учитывая, что влияние структурно формирующих факторов обусловлено временем (t), окончательно имеем

$$\frac{dP_0}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial P_0}{\partial k_i} \frac{\partial k_i(c_i)}{\partial C_i} \Delta C_i(t).$$

При исследовании структур материалов часто базируются на их оптимальности, однако при одинаковой технологии изготовления материала и других одинаковых условиях можно получить неограниченное количество неоптимальных структур и одну-две оптимальные. Практически гораздо чаще имеют дело с рациональными структурами, т.е. с такими структурами, при которых материал в полной мере соответствует заданным показателям качества в реальных условиях производства. Рациональные структуры как раз подтверждают практическую недостижимость однородного строения материала и равномерного распределения частиц.

УДК 531.07.05

В настоящее время неоднородность строения выдвигается как фундаментальная характеристика строительных композитов. Неоднородность строения материалов есть следствие неоднородности пространства как фундаментального закона природы. Неоднородность - динамическая характеристика, находящаяся во времени в постоянном изменении, движении. В этом смысле она соотносится с понятием «неравносность систем» и взаимосвязана с процессами самоорганизации в этих системах. Непосредственное отношение к неоднородности композита имеет введение понятия «мегаструктура материала». Использование этого масштабного уровня закладывает возможность перехода от структуры материала как таковой к структуре в конструкции и обеспечивает возможность учета и регулирования параметров макро- и микроструктуры непосредственно в работе конструкции из этого материала.

Становится ясно, что в постановке задачи конструирования структуры материала следует «отталкиваться» от «структуры и функций конструкции», оптимизируя ее по критериям материалоемкости и способности сопротивляться воздействию среды, т.е. функционировать в эксплуатационных условиях.

П.М. Быков

Кафедра подъемно-транспортных машин (ЧГУ)

ИЗНОС В УЗЛАХ ТРЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ В РЕЖИМЕ РВС-ТЕХНОЛОГИЙ

В зубчатых зацеплениях характер трения и изнашивание в зоне контакта тел определяют явления качения с проскальзыванием в условиях полусухого и сухого трения [1]. На интенсивность износа зубчатых передач в первую очередь оказывает влияние режим работы, условия среды, а также механические свойства и химический состав используемых материалов. Исследования, проводи-

мые ЗАО НПО «Руспромремонт» (г. Санкт-Петербург) показывают, что при особо тяжелых условиях работы срок службы зубчатых пар может доходить для зубчатых венцов от 1 до 2 месяцев, а для шестерен, как правило, не превышает 3 месяцев. Износостойкость узлов трения зубчатых передач может быть существенно повышена. Науке известно множество методов повышения надеж-

ности [2]. Все они, в зависимости от конкретных конструктивных, технологических и эксплуатационных условий работы, повышают надежность работы машин и вместе с этим являются полумерами на пути повышения эффективности и надежности, так как:

- осуществляются на этапе изготовления и ремонта машин, т.е. требуют вывода машин из эксплуатации;

- требуют использования специального дорогостоящего оборудования и выполнения специальных технологических режимов упрочнения и противоизноса;

- не обеспечивают стабильной работоспособности на протяжении срока службы;

- являются высокочрезвычайными технологиями;

- требуют высококвалифицированного штатного состава исполнителей.

Сегодня на повестку дня выходит качественно новая технология восстановления износа в узлах трения, которая не только решает перечисленные задачи, но и позволяет:

- полностью предотвратить контакт «металл – металл», нарастив в местах сопряжения слой металлокерамики – металла с куда более выгодными физико-механическими свойствами, чем стали, из которых изготовлены зубчатые колеса;

- восстановить и упрочнить поверхность;

- скомпенсировать износ и оптимизировать зазоры, т.е. восстанавливает не только размеры, но и геометрию сечения.

Новая технология получила название «РВС-технология». Под РВС понимается ремонтно-восстановительный состав, который вводится в узел трения между работающими поверхностями. Под воздействием локальных температур (900 – 1200 °С) и давлений в зоне контакта РВС вступает в реакцию замещения с атомами железа (Fe) работающих металлов, образуя на поверхностях металлокерамический защитный слой (МКЗС) с более высокими противозносными характеристиками.

Работы по новой РВС-технологии постоянно ведутся специалистами ЗАО НПО «Руспромремонт» (г. Санкт-Петербург) с 1990 г. Кроме Санкт-Петербурга, НПО «Руспромремонт» имеет региональные представительства в 18 городах России и ближнего зарубежья. В г. Черновце работает

представительство ООО «РВС-Виктория». Значительный опыт ремонта разнообразных узлов и механизмов с использованием РВС-технологии накоплен в г. Воронеже в ООО «НПО Руспромремонт-Воронеж». РВС-технология дает возможность избирательной компенсации износа мест трения при введении в узел трения РВС за счет образования металлокерамического защитного слоя (МКЗС). РВС – это многокомпонентная, мелкодисперсная смесь природных минералов, добавок и катализаторов. Основным сырьем для ее приготовления служат минералы, измельченные в порошок с зернами не более 5-10 мкм.

Примерный состав РВС:

- 1) офит, в состав которого входит Mg, SiO₂ – 50 %;
- 2) нефрит, в состав которого входит Ca, Mg, SiO, O₂ – 30 %;
- 3) шунгит, в состав которого входит кварц и углерод – 10 %;
- 4) силикогель – 10 % (катализатор образования МКЗС).

Доставка РВС в узлы трения осуществляется следующими методами:

- 1) любыми жидкими носителями, в том числе маслами через систему смазки;

- 2) непосредственно засыпанием порошка в зону контакта изнашиваемых поверхностей;

- 3) посредством притиров.

Внесение РВС в зубчатую передачу целесообразно осуществлять: на этапе обкатки и оптимизации зазоров методом (1), а на этапе восстановительного ремонта методами (2, 3). Попадая на поверхность трения работающих механизмов, частицы РВС модифицируются сами и модифицируют поверхность трения в 4 этапа (разделение условно).

I этап. Домол частиц РВС выступами микрорельефов сопряженных деталей

При включении механизма в работу внешняя нагрузка сближает поверхности трения. Микронеровности, набегая друг на друга, сламываются, добавляя в масло частицы металла, которые в дальнейшем также становятся загрязнителями. В местах слома выступов происходят микровспышки, которые разрушают масляные пленки и присадки. В то же время частицы РВС, попадая между выступами, размалываются рельефом шероховатости, а локальные температуры (900-1200 °С) в

зоне слома микронеровностей вызовут интенсификацию процессов микросваривания. Вместе с

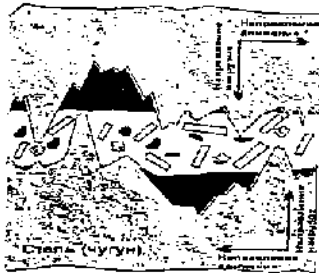


Рис. 1

тем большое количество микровыступов будет сломано от контакта с частицами РВС. В результате в зоне слома частиц под воздействием высоких температур начинаются микрометаллургические процессы с протеканием реакции замещения атомов магния (Mg) микрочастиц РВС на атомы железа (Fe) поверхностного слоя металла детали (рис. 1). Так в местах выступов появляются зоны расплава с зарождением новых кристаллов МКЗС.

II этап. Очистка микрорельефа пятен контакта сопряженных деталей

На втором этапе микрочастицы РВС с соответствующими добавками, попадая в зону скопления загрязнителей (частиц металла, продуктов разложения смазки и присадок), выбрасывают в масло большое количество ранее утрамбованных и притертых загрязнителей (рис. 2).



Рис. 2

III этап. Плотная нагартовка домолотых частиц РВС в углубления микрорельефа

Третий этап обеспечивает плотный контакт частиц РВС между собой и с металлом поверхностного слоя за счет особых свойств РВС, таких как:

- абсолютная слейность микрочастиц РВС;
- слабомагнитные свойства частиц РВС;

– ориентация частиц в направлении наименьшего механического сопротивления.

В процессе нагартовки внешние электромагнитные микрополя выстраивают микрочастицы РВС в определенном порядке, абсолютная стойкость обеспечивает восстановление сил межкристаллического взаимодействия частиц, а выступы микрорельефа при контакте еще и утрамбовывают частицы (рис. 3).



Рис. 3

Все вместе это приводит к тому, что нагартовка становится настолько плотной, что по своей твердости не уступает твердости самого металла.

IV этап. Прохождение реакции замещения с образованием новых кристаллов МКЗС

В результате эффективного прохождения вышеописанных операций на четвертом этапе снижается тепловыделение на поверхности. Нагартовка обеспечила плотный контакт микрочастиц РВС с металлом поверхностного слоя пятна контакта. Таким образом, при энергии, выделяемой при трении (хотя значительно меньшей), в присутствии катализаторов начинается реакция замещения атомов Mg в кристаллических решетках РВС на атомы Fe поверхностного и подповерхностного слоев металла контактируемой поверхности деталей. При этом образуются новые кристаллы с гораздо более объемной кристаллической решеткой,

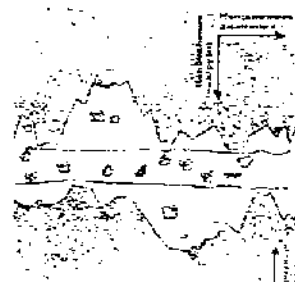


Рис. 4

в своей массе образующие слой, который начинает «подниматься» над поверхностью пятна контакта, компенсируя износ (рис. 4).

Толщина слоев МКЗС пропорциональна количеству частиц, нагартованных в микроуглубления рельефа, и энергии, выделяе-

мой при трении, т.е. пропорциональна износу. Толщина слоя МКЗС регулируется автоматически: есть энергия при трении и контакте – МКЗС растет, зазоры компенсируются, в результате чего выделение энергии снижается; прекращается реакция замещения - прекращается рост МКЗС.

Все вышеперечисленные процессы протекают практически одновременно и имеют место до тех пор, пока в носителе не иссякнет добавленный РВС или пока в системе не наступит равновесие, определяемое термодинамическими процессами.

Так, по РВС-технологии были обработаны редукторы КМБ2 и КМБ5 и тепловоза ТЭМ2А № 222. Обработка проводилась в 3 этапа.

12.04.2000 после третьей обработки ремонтно-восстановительным составом и нагартовки поверхностей зубьев масло из редукторов КМБ2 и КМБ5 было слито. Как видно из табл. 1, нагартовка в зубчатых зацеплениях редуктора проводилась при наличии РВС в смазке. При этом образования МКЗС в присутствии смазки практически не происходило, так как для протекания реакции заме-

Таблица 1

Толщина зубьев		До обработки	После обработки	После эксплуатации без масла в редукторе		
Дата контроля		03.02.2000	12.04.2000	24.05.2000	26.07.2000	12.10.2000
КМБ2	Зуб № 1	18,7 мм	18,7 мм	18,9 мм	18,9 мм	18,9 мм
	Зуб № 2	18,9 мм	18,9 мм	19,0 мм	19,0 мм	19,0 мм
	Зуб № 3	18,8 мм	18,8 мм	19,0 мм	19,0 мм	19,0 мм
КМБ5	Зуб № 1	18,5 мм	18,6 мм	18,7 мм	18,7 мм	18,7 мм
	Зуб № 2	18,5 мм	18,6 мм	18,7 мм	18,7 мм	18,7 мм
	Зуб № 3	18,5 мм	18,6 мм	18,7 мм	18,7 мм	18,7 мм

В результате эффективного прохождения вышеописанных операций на четвертом этапе при энергии, выделяемой при трении, в присутствии катализаторов начинается реакция замещения атомов Mg в кристаллических решетках РВС на атомы Fe поверхностного и подповерхностного слоев металла контактируемой поверхности деталей.

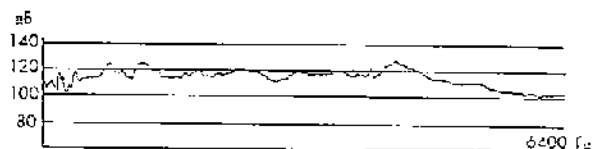
При этом образуются новые кристаллы с гораздо более объемной кристаллической решеткой, в своей массе образующие слой, который начинает «подниматься» над поверхностью пятна контакта, компенсируя износ.

Таким образом, РВС-технология позволяет вместо трения «металл – металл» обеспечить контакт зубчатого зацепления по системе «керамика – керамика», имеющего более высокие качественные параметры износа. Метод использования РВС-технологии был опробован на оборудовании ряда предприятий.

щения не хватало тепловой энергии, выделяемой при трении. После слива масла из редукторов тепловой режим работы изменился в сторону увеличения выделения тепловой энергии, что привело к интенсивному образованию металлокерамического защитного слоя. Визуальный осмотр поверхностей зубьев показал, что поверхности контакта имеют характерный матовый цвет с очень высокой чистотой поверхностей.

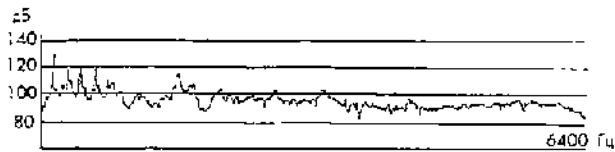
Как видно из рис. 5 и 6, произошло значительное снижение уровня вибрации.

Таким образом, обработка тяговых редукторов



Прямой спектр Май 24.00 15:35

Рис. 5. Интенсивность вибрации до обработки



Прямой спектр Июнь 26.00 18:28

Рис. 6. Интенсивность вибрации после обработки

по РВС-технологии позволяет восстановить геометрические параметры зубчатой передачи, зазоры и значительно снизить вибрационные нагрузки на опоры, что, безусловно, увеличивает их стойкость и долговечность.

С 26.04 по 03.05.98 г. в конвертерном производстве ОАО «Северсталь» представителем ЗАО НПО «Руспромремонт» была проведена обработка по РВС-технологии открытой зубчатой передачи механизма главного подъема заливочного крана № 10 $Q = 450$ т. Обработка производилась в режиме штатной эксплуатации без вывода крана из технологического процесса. При замерах исходный износ зубьев венцов составил около 26 % эвольвенты (критический – 30 %). При данном износе венцы выходят из строя в течение 1-1,5 месяцев. Обработка по РВС-технологии позволила увеличить срок эксплуатации данных венцов как минимум на 5 месяцев, что дает основание предположить внедрение РВС-технологии на тяжелом крановом оборудовании.

С 30.05 по 05.06.2000 г. сотрудниками ООО «РВС-Виктория» (г. Череповец) были проведены работы по восстановлению рабочих параметров червячного редуктора Ч-80 на оборудовании ОАО «Славянский хлеб». Работы производились в режиме штатной эксплуатации при внесении РВС равными порциями в зону контакта зубьев. В результате испытаний зафиксированно снижение примерно на 7 % нагрузки на электропривод при увеличении твердости поверхности бронзового венца (табл. 2) на пятне контакта по отношению к остальным поверхностям зуба.

С 01.11 по 30.11.2000 г. в бункерном пролете СПЦ стана 150 ОАО «Северсталь» специалистами ООО «РВС-Виктория» были проведены работы на редукторе Р-500 привода механизма передвижения крана № 32. Восстановление рабочих пара-

метров агрегата проводилось в режиме штатной эксплуатации по РВС-технологии. Результат РВС-обработки отслеживался визуально, через смотровые люки на редукторах. При осмотре зафиксировано увеличение площади пятен контакта зубьев шестерни на 10-20 %, а также ярко выражено образование металлокерамического защитного слоя (МКЗС).

Таблица 2

Нагрузка на привод Ч-80 на режиме холостого хода

Фазы Э/Дв.	До обработки (А)	После обработки (А)
1	5,1	4,8
2	5,7	4,5
3	5,1	4,8

Анализ проведенных экспериментов и исследований позволяет утверждать, что РВС-технология обеспечивает контакт зубчатого зацепления по системе «керамика – керамика», имеющего более высокие качественные параметры износа, а именно:

- получает стекловидную структуру защитного слоя МКЗС с аномально низким коэффициентом трения 0,003-0,007;
- повышает поверхностную твердость до 68-70 HRC;
- обеспечивает противостояние пластическим деформациям и ударным нагрузкам;
- значительно понижает требования к качеству применяемых масел;
- позволяет проводить ремонт и обкатку узла трения без вывода машины из эксплуатации;
- снижает вибрацию на опорах валов, понижает шумность и расход электроэнергии на электроприводе передач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крезельский И.В., Алисина В.В. Трение, изнашивание и смазка. – М.: Машиностроение, 1979. – 375 с.
2. Елизаветин М.А. Повышение надежности машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 432 с.

ПРОМЫШЛЕННАЯ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

УДК 621.1.016.(035.5)

З.К. Кабаков, Н.Н. Сидицын, Т.А. Окунева
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

УГЛОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ДВУМЯ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННЫМИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Известна полная математическая формулировка закона Ламберта для черного излучения площадки dF_1 в пределах телесного угла $d\Omega_1$ [1]:

$$d^2 Q_\alpha = B_0 \cos \alpha_1 d\Omega_1 dF_1, \quad (1)$$

где B_0 – энергетическая яркость интегрального излучения; α_1 – угол от нормали к площадке dF_1 до направления излучения.

Выражение (1) используется для определения количества энергии, посылаемой площадкой dF_1 на произвольно расположенную площадку dF_2 (рис. 1). С этой целью величину $d\Omega_1 = \frac{dF_2 \cdot \cos \alpha_2}{r^2}$ подставляют в формулу (1) и получают

$$d^2 Q_{dF_1 dF_2} = \frac{E_0 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 dF_1 dF_2}{\pi r^2}, \quad (2)$$

где E_0 – плотность излучения черного тела; остальные обозначения приведены на рис. 1.

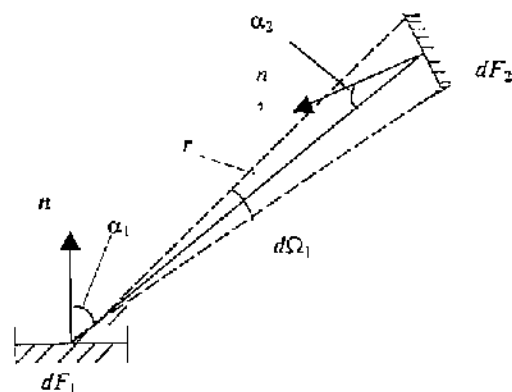


Рис. 1. Расположение площадок dF_1 и dF_2

Величины E_0 и B_0 в формулах (1) и (2) связаны зависимостью

$$\pi B_0 = E_0, \quad (3)$$

где π – размерная величина, измеряемая в стерadianах.

Выражение (2) представляют в виде

$$d^2 Q_{dF_1 dF_2} = E_0 dF_1 \varphi_{dF_1 dF_2}, \quad (4)$$

где $\varphi_{dF_1 dF_2} = \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}{\pi r^2} dF_2$ называют элементарным

угловым коэффициентом переноса диффузного излучения от элементарной площадки dF_1 на площадку dF_2 . Выражение для элементарного углового коэффициента получено для случая распределения лучистой энергии в трехмерном пространстве.

В практических приложениях иногда требуется найти распределение теплового потока на поверхности, падающего с другой поверхности. Причем эти поверхности представляют собой стенки бесконечного канала. В качестве примера можно привести процесс нагрева поддерживающих роликов от раскаленной поверхности слитка, отливаемого на машинах непрерывного литья заготовок, или процесс нагрева прокатных валков при горячей прокатке листов. При расчете нагрева цилиндрических тел в обоих случаях необходимо знать угловой коэффициент теплообмена от поверхности слитка на удельную поверхность валка. Подобную задачу можно отнести к классу двумерных. В литературе известны два метода решения этих задач.

В первом методе задачу определения углового коэффициента решают в трехмерном случае, а затем переходят к двумерному решению путем предельного перехода по координате, для любого значения которой все решения одинаковы.

Во втором методе – методе поточной алгебры Г.Л. Поляка – угловые коэффициенты определяются только для поверхностей тел. Величину локального теплового потока этим методом не получить.

Выведем формулу для определения элементарного углового коэффициента для двумерного случая теплообмена излучением, используя закон Ламберта (1). Найдем связь между яркостью B_0 и плотностью излучения E_0 . Считаем, что в двумер-

ном случае яркость постоянна в любом направлении α в произвольно выбранной плоскости, нормальной к обеим рассматриваемым поверхностям (рис. 2). Определим величину

$$d\Omega_1 = \frac{dF_2}{r} = \frac{dl \cdot l}{r} = \frac{r \cdot d\alpha_1}{r} = d\alpha_1. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), получим

$$d^2 Q_e = E_0 \cdot \cos \alpha_1 \cdot dF_1 \cdot d\alpha_1.$$

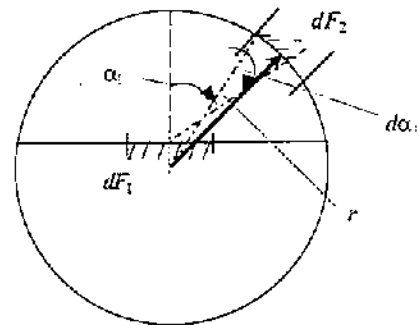


Рис. 2. Схема определения элементарного углового коэффициента для двумерного случая теплообмена

Интегрируя это выражение по α_1 в пределах от $-\pi/2$ до $\pi/2$, получим

$$\begin{aligned} d^2 Q_e &= \int d^2 Q_{\alpha_1} = B_0 \cdot dF_1 \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha \cdot d\alpha_1 = \\ &= B_0 \cdot dF_1 \cdot \sin \alpha \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 2 \cdot B_0 \cdot dF_1. \end{aligned}$$

Это выражение полной энергии, излучаемой площадкой dF_1 по всем направлениям, согласно закону Стефана – Больцмана, равно $E_0 \cdot dF_1$. В результате получим выражение

$$2 \cdot B_0 = E_0,$$

которое отличается от трехмерного случая (3).

Выражение (4) для определения количества энергии, излучаемого площадкой dF_1 на любую площадку dF_2 , в этом случае с учетом того, что $dF_1 = dl_1 \cdot l$, $dF_2 = dl_2 \cdot l$, примет вид

$$d^2 Q_{dF_1 dF_2} = \frac{E dl_1 \varphi_{dF_1 dF_2}}{2r}.$$

Соответственно, элементарный угловой коэффициент будет равен

$$\varphi_{dF_1, dF_2} = \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 dl_2}{2r},$$

угловой коэффициент теплообмена с dF_1 на полную поверхность F_2 примет вид

$$\varphi_{dF_1, F_2} = \int_{l_2} \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 dl_2}{2r}, \quad (6)$$

а угловой коэффициент теплообмена с F_1 на F_2 определится соотношением

$$\varphi_{F_1, F_2} = \frac{1}{l_1} \int_{l_1} \varphi_{dF_1, F_2} \cdot dl_1. \quad (7)$$

Покажем применение формул (6) и (7) при оценке углового коэффициента с поверхности с F_1 на F_2 (рис. 3), для которого решение получено путем предельного перехода в общем выражении (8.15 в [1]) и имеет вид

$$\varphi_{l_1, l_2} = \frac{\sqrt{1+B^2}-1}{B}, \quad (8)$$

где $B = b/a$.

Найдем элементарный угловой коэффициент с dx_1 на l_2 :

$$\begin{aligned} \varphi_{dx_1, l_2} &= \int_0^b \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 dx_2}{2r} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{b-x_2}{\sqrt{(b-x_2)^2 + a^2}} + \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + a^2}} \right]. \end{aligned}$$

УДК 621.1.016.4 (03)

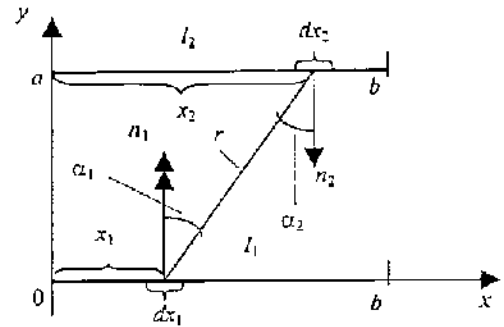


Рис. 3. Схема к расчету угловых коэффициентов излучения между бесконечными параллельными полосами одинаковой ширины

Угловой коэффициент с l_1 на l_2 с учетом обозначения $B = b/a$ равен

$$\begin{aligned} \varphi_{l_1, l_2} &= \frac{1}{b} \cdot \int_0^b \varphi_{dx_1, l_2} dx_1 = \frac{1}{2b} \cdot \left[2\sqrt{a^2 + b^2} - 2a \right] = \\ &= \frac{\sqrt{1+B^2}-1}{B}. \end{aligned}$$

Полученное выражение совпадает с известным решением (8).

Итак, в данной работе установлены формулы для определения угловых коэффициентов переноса лучистой энергии между параллельными поверхностями (двумерный случай переноса).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключников А.Д., Иванцов Г.П. Теплопередача излучением в огнетехнических установках (инженерные решения задач). -- М.: Энергия, 1970. -- 400 с.

Е.Л. Никонова

Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ОКСИДОВ АЗОТА В ОТХОДЯЩИХ ДЫМОВЫХ ГАЗАХ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Защита окружающей человека среды от загрязнения приобрела огромное значение для всех высокоразвитых стран. Из более чем 200 загрязните-

лей атмосферы, на которые установлены нормы предельно допустимых концентраций, наиболее токсичными являются оксиды азота. Вклад их в

загрязнение атмосферного воздуха городов оценивается в 30-35 % [1], [2]. Поэтому основной задачей в промышленности является разработка и применение различных технологических процессов с пониженным выбросом токсичных веществ в атмосферу, а также исследование и внедрение методов и аппаратов для улавливания или удаления токсичных веществ [3] – [5].

Разработанная нами установка для очисткиходящих газов от оксидов азота, применяемая в теплоэнергетике, работает следующим образом. Природный газ сжигают при коэффициенте избытка воздуха 1,05 - 1,20 в присутствии воды. Образовавшиеся дымовые газы подают на контактирование с углеродсодержащим материалом. При этом оксиды азота восстанавливаются до свободного азота.

Продукты горения, содержащие невосстановленные оксиды азота, поступают в реактор, заполненный отходами коксования угля, где осуществляется реакция восстановления оксидов азота до молекулярного азота с образованием двуокиси углерода [6].

Для расчета реакционной камеры необходимо знать температурные поля одиночных коксовых частиц. Для этого разработана математическая модель, включающая стадию прогрева до начала действия химических реакций, стадию начала действия химических реакций и стадию протекания развитых химических реакций.

На стадии прогрева сферической частицы кокса дифференциальное уравнение температурного поля имеет вид

$$\frac{\partial [\xi \theta_1(\xi, Fo_1)]}{\partial Fo_1} = \frac{\partial^2 [\xi \theta_1(\xi, Fo_1)]}{\partial \xi^2},$$

где θ_1 – безразмерная температура; ξ – безразмерная координата; Fo – число Фурье.

Безразмерные величины определяются из соотношений:

$$\theta_1 = \frac{T_c - T_1(\xi, Fo)}{T_c - T_0}; \quad \xi = \frac{r}{R}; \quad Fo_1 = \frac{a_1 T_1}{R^2},$$

где $T_1(\xi, Fo)$ – текущее значение температуры в стадии прогрева; T_c – температура окружающей среды; T_0 – начальная температура; r – текущая координата; R – радиус частицы; a – коэффициент

температуропроводности; τ – время. Здесь и далее индекс «1» соответствует стадии прогрева частицы, индекс «2» – стадии начала химических реакций; индекс «3» – стадии развитых химических реакций.

Граничные и начальные условия:

$$\frac{\partial \theta_1(1, Fo_1)}{\partial \xi} = Bi \theta_1(1, Fo_1), \quad \frac{\partial \theta_1(0, Fo_1)}{\partial \xi} = 0,$$

$$\theta_1(\xi, 0) = 1.$$

Температурное поле частицы по аналогии с [7] представится в виде

$$\theta_1(\xi, Fo) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \frac{\sin(\mu_n \xi)}{\xi \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo),$$

где μ_n – корни характеристического уравнения

$$\operatorname{tg} \mu_n = -\frac{\mu_n}{Bi-1}.$$

Среднеинтегральная по радиусу температура в конце периода прогрева частицы материала определится из соотношения

$$\overline{\theta_1(\xi, Fo_1)} = 3 \int_0^1 \xi^2 \theta_1(\xi, Fo_1) d\xi.$$

После интегрирования получим

$$\overline{\theta_1(\xi, Fo_1)} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo_1),$$

где B_n – постоянные коэффициенты, определяемые следующим соотношением

$$B_n = \frac{6 Bi^2}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)}.$$

Стадия начала химических реакций соответствует промежутку времени с начала действия внутренних источников теплоты, т. е. с момента достижения поверхностью частицы материала температуры химических реакций до достижения этой температуры в центре частицы кокса.

Дифференциальное уравнение температурного поля частицы при этом имеет вид

$$\frac{\partial [\xi \theta_2(\xi, Fo_2)]}{\partial Fo_2} = \frac{\partial [\xi \theta_2(\xi, Fo_2)]}{\partial \xi^2} + \xi Po_2 \sigma_0(j-2),$$

$$j=1, 2; \quad 0 \leq \xi \leq 1,$$

где $Po_2 = \frac{q_v R_2}{(T_1(\xi, \tau) - T_0) \lambda}$ - критерий Померанцева

ва на стадии начала действия химических реакций; q_v - удельная мощность внутренних источников теплоты; λ - теплопроводность частицы материала; $\sigma_0(j-2)$ - функция Хевисайда [8].

Индекс $j=1$ соответствует области, прилегающей к центру частицы, индекс $j=2$ относится к периферийной области, где уже действуют внутренние источники теплоты.

В качестве начального распределения температуры $T_2(\xi, \tau)$ в частице материала на стадии начала действия химических реакций принимается конечное распределение температуры в частице $T_1(\xi, \tau)$ в конце стадии прогрева. Температурное поле в частице материала на стадии начала действия химических реакций определяется с помощью метода интерполяции значений, полученных по следующим зависимостям:

- на первом этапе:

$$\theta_{21}(\xi, Fo_2) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n) \sin(\mu_n \xi)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \frac{\sin(\mu_n \xi)}{\xi \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo_2),$$

- на втором этапе:

$$\theta_{22}(\xi, Fo_2) = 1 - \frac{1}{6} Po_2 \left(1 + \frac{2}{Bi} - \xi^2 \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{Po_2}{\mu_n^2} \right) A_n \frac{\sin(\mu_n \xi)}{\xi \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo_2),$$

где $A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}$ - начальные тепловые амплитуды.

Среднеинтегральное значение температуры частицы материала в стадии начала действия химических реакций определится соотношением:

- для первого этапа:

$$\overline{\theta_{21}(\xi, Fo)} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo),$$

- для второго этапа:

$$\overline{\theta_{22}(\xi, Fo)} = 1 + \frac{1}{15} Po_2 \left(1 + \frac{5}{Bi} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{Po_2}{\mu_n^2} \right) B_n.$$

Окончательное значение температурного поля в конце периода начала химических реакций определится методом интерполяции.

Дифференциальное уравнение теплообмена для третьего периода обработки материала ($i=3$) запишется в виде

$$\frac{\partial [\xi \theta_3(\xi, Fo_3)]}{\partial Fo_3} = \frac{\partial^2 [\xi \theta_3(\xi, Fo_3)]}{\partial \xi^2} + \xi Po_3.$$

Граничные и начальные условия:

$$\frac{\partial \theta_3(1, Fo_3)}{\partial \xi} = Bi \theta_3(1, Fo_3), \quad \frac{\partial \theta_3(0, Fo_3)}{\partial \xi} = 0,$$

$$\theta_3(\xi, Fo_3) = F(\xi),$$

где $F(\xi)$ - функция распределения температуры в частице материала в начале стадии протекания химических реакций.

После преобразований по аналогии с [7] получим

$$\theta_3(\xi, Fo) = 1 - \frac{1}{6} Po_3 \left(1 + \frac{2}{Bi} - \xi^2 \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{Po_3}{\mu_n^2} \right) A_n \frac{\sin(\mu_n \xi)}{\xi \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo).$$

Полученные решения использовали при проектировании лабораторной установки [6] и в процессе разработки промышленной технологии очистки отходящих дымовых газов от оксидов азота в теплоэнергетических установках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синицын Н.Н. Теплофизические процессы при движении одиночных частиц в газовом потоке. - Череповец: ЧГУ, 2001. - 153 с.

2. Синецын Н.Н., Никонова Е.Л. Технологический метод снижения концентрации оксидов азота в продуктах сгорания газообразного топлива // Энергосбережение в теплоэнергетических системах: Материалы Международной научно-технической конференции. – Вологда: ВГТУ, 2001. – С. 35-36.

3. Патент РФ № 2091140. Способ снижения концентрации оксидов азота в отходящих дымовых газах. Опубл. в Б.И. № 27, 1997 г.

4. Синецын Н.Н., Никонова Е.Л., Шестаков Н.И. Моделирование теплообмена капли воды в струе горящего газообразного топлива // Повышение эффективности теплообменных процессов и систем: Материалы Международной научно-технической конференции. – Вологда: ВГТУ, 1998. – С. 53-55.

5. Синецын Н.Н., Никонова Е.Л. Температурное поле частицы кокса при нагреве с учетом равномерно распределенных источников теплоты // Энергосбережение в теплоэнергетических системах: Материалы Международной научно-технической конференции. – Вологда: ВГТУ, 2001. – С. 32-34.

6. Синецын Н.Н., Никонова Е.Л. Химический метод снижения концентрации оксидов азота в продуктах сгорания газообразного топлива // Энергосбережение в теплоэнергетических системах: Материалы Международной научно-технической конференции. – Вологда: ВГТУ, 2001. – С. 37-39.

7. Лыков В.А. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1969. – 599 с.

8. Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики. – М.: Мир, 1969. – 412 с.

УДК [669:621.763.002.3 – 419:678.5]:621.78

Д.Н. Шестаков, Ю.Р. Осипов
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА ГУММИРОВОЧНЫХ ЛИСТОВЫХ ЗАГОТОВОК

При нагреве гуммировочных листовых заготовок можно выделить три основные стадии протекания теплообменных процессов в обрабатываемом материале [1]: а) стадия начального разогрева заготовки; б) стадия эндотермических химических реакций; в) стадия экзотермических химических реакций.

Первая стадия нагрева описана в ранее опубликованных работах [2], [3]. Данная статья посвящена комплексному рассмотрению теплообменных процессов на всех трех стадиях.

Для удобства решения и последующего обобщения результатов расчета дифференциальные уравнения теплообмена по аналогии с [4] представим в безразмерной форме:

$$\frac{\partial \Theta_i(X, Z)}{\partial Z} = Kt \frac{\partial^2 \Theta(X, Z)}{\partial X^2} + \sigma_{02}(i) Kt Kr_2 + \sigma_{03}(i) Kt Kr_3, \quad (1)$$

$$Z \geq 0; 0 \leq X \leq 1; i = 1, 2, 3; \Theta_i(X, 0) = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta_i(0, Z)}{\partial X} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta_i(1, Z)}{\partial X} = Bi[1 - \Theta(1, Z)], \quad (4)$$

где Θ – безразмерная температура; X, Z – безразмерные координаты; Kt – критерий трансляционного теплопереноса; Kr_2, Kr_3 – критерии эндо- и экзотермических химических реакций; Bi – критерий Био;

$$\sigma_{01}(j) = \begin{cases} 1, & j = 1 \\ 0, & j \neq 1 \end{cases}; \quad \sigma_{02}(j) = \begin{cases} 1, & j = 2 \\ 0, & j \neq 2 \end{cases};$$

$$\sigma_{03}(j) = \begin{cases} 1, & j = 3 \\ 0, & j \neq 3 \end{cases}.$$

Индекс $i = 1$ соответствует участку предварительного подогрева ленты до начала химических реакций; индекс $i = 2$ относится к участку, где процессы теплообмена осложнены эндотермиче-

скими химическими реакциями; при индексе $i = 3$ протекают экзотермические химические реакции.

Входящие в систему (1) – (4) безразмерные величины определяются из соотношений:

$$\Theta_i(X, Z) = [T_i(x, z) - T_n] / (T_0 - T_n);$$

$$X = x / \delta; Z = z / \delta; Kt = a / \delta v;$$

$$K\Gamma_2 = \sigma_{02}(i) f_2(i) \delta^2 / a (T_0 - T_n);$$

$$K\Gamma_3 = \sigma_{03}(i) f_3(i) \delta^2 / a (T_0 - T_n); Bi = \alpha \delta / \lambda,$$

где $T_i(x, z)$ – текущее значение температуры; T_n – начальная температура заготовки; T_0 – температура среды в аппарате; x, z – текущие координаты; δ – половина толщины движущейся листовой заготовки; a – коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала; v – скорость движения заготовки; α – коэффициент теплоотдачи; λ – коэффициент теплопроводности материала; $f_i(i)$ – некоторые функции, характеризующие мощность внутренних стоков (источников) теплоты, обусловленных химическими реакциями, протекающими в обрабатываемом материале.

Введенный критерий трансляционного теплопереноса Kt характеризует соотношение тепловых потоков за счет теплопроводности в поперечном направлении (по оси x) и за счет тепловой трансляции (по оси z). Под тепловой трансляцией в данном случае понимается перенос теплоты совместно с массой за счет непрерывного движения ленты.

Введенные критерии эндо- и экзотермических реакций $K\Gamma_2$ и $K\Gamma_3$ характеризуют соотношение способности материала поглощать (выделять) теплоту за счет химических реакций по отношению к способности этого материала подводить (отводить) теплоту в поперечном направлении за счет теплопроводности.

Решение системы уравнений (1) – (4), полученное операторным методом Лапласа, имеет вид

$$\begin{aligned} \Theta_i(X, Z) = & 1 + \frac{1}{2} [\sigma_{02}(i) Kt K\Gamma_2 + \sigma_{03}(i) Kt K\Gamma_3] \times \\ & \times (1 - X + 2 / Bi) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} [i + (\sigma_{02}(i) Kt K\Gamma_2 + \sigma_{03}(i) Kt K\Gamma_3) / \mu_n^2] \times \\ & \times A_n \cos \mu_n X \exp(-\mu_n^2 Kt Z), \end{aligned} \quad (5)$$

где $A_n = 2 \sin \mu_n / (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n)$; $\mu_n = Bi \cdot \operatorname{ctg} \mu_n$.

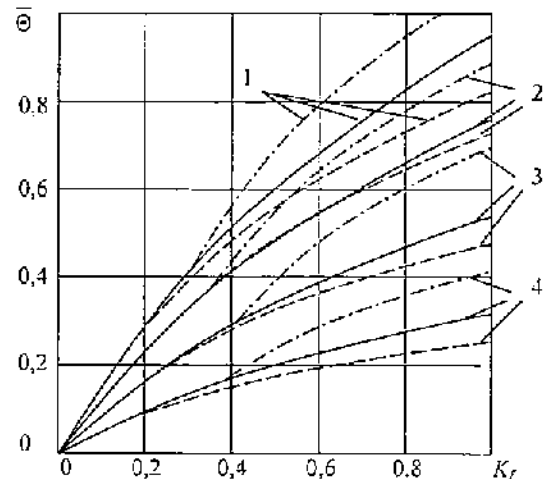
Полученное решение (5) описывает закономерность изменения температуры в обрабатываемом материале при нагреве гуммировочных листовых заготовок по толщине ленты и вдоль технологической линии. Проинтегрировав (5) и разделив на толщину ленты, получим расчетную зависимость для вычисления средней температуры:

$$\begin{aligned} \bar{\Theta} = & 1 + 1/3 [\Phi_{02}(i) + \Phi_{03}(i)] (1 + 3/Bi) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} (1 + [\Phi_{02}(i) + \Phi_{03}(i)] / \mu_n^2) B_n \exp(-\mu_n^2 Kt), \end{aligned} \quad (6)$$

где $B_n = 2Bi^2 / \mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n)$; $\Phi_{02}(i) = \sigma_{02}(i) Kt K\Gamma_2$; $\Phi_{03}(i) = \sigma_{03}(i) Kt K\Gamma_3$; $Kf = Kt Z$, Kf – некоторый аналог числа Фурье.

Из рассмотрения расчетных зависимостей (5) и (6) следует, что температура обрабатываемого материала при нагреве гуммировочных листовых заготовок однозначно определяется критериями Kt , $K\Gamma_2$, $K\Gamma_3$, Bi , Kf , причем динамика изменения температуры как по толщине ленты, так и вдоль технологической линии с критериями Kt , $K\Gamma_2$, $K\Gamma_3$ связана зависимостью, близкой к линейной. Влияние критериев Bi и Kf на температуру материала более сложное.

На рисунке представлена динамика изменения средней температуры ленты как функция критерия



Динамика изменения средней температуры в обрабатываемом материале: 1 – $Bi = 10$; 2 – $Bi = 20$; 3 – $Bi = 30$; 4 – $Bi = 40$

Kf. Сплошные линии соответствуют значениям критериев $\Phi_{02} = \Phi_{03} = 0$; пунктирные – $\Phi_{02} = 0,2$; $\Phi_{03} = 0$; штрих-пунктирные – $\Phi_{02} = 0$; $\Phi_{03} = 0,2$.

Из анализа кривых следует, что интенсивнее температура материала изменяется в начале процесса, когда градиент наиболее значителен, затем скорость изменения температуры замедляется. С началом эндотермических химических реакций темп нагрева материала существенно замедляется (пунктирные линии). После завершения эндотермических реакций начинаются реакции экзотермические (штрих-пунктирные линии). В этом случае темп роста температуры вновь возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осипов Ю.Р. Термообработка и работоспособность покрытий гуммированных объектов. - М.: Машиностроение, 1995. – 232 с.

2. Шестаков Д.Н., Осипов Ю.Р. Повышение эффективности теплообменных процессов в производстве гуммированных объектов // Энергосбережение в теплоэнергетических системах: Материалы Международной научно-технической конференции. – Вологда: ВГТУ, 2001. – С. 142-145.

3. Осипов Ю.Р., Шестаков Д.Н., Осипов С.Ю. Использование предварительного СВЧ-нагрева в производстве гуммированных объектов // Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах: Материалы II Международной научной конференции. – Череповец: ЧГУ, 1999. – С. 188-189.

4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высш. шк., 1967. – 560 с.

УДК 621.182.9-66

Н.С. Захарова, В.В. Мацнев, Н.Н. Синицын
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

СНИЖЕНИЕ ВРЕДНЫХ ВЫБРОСОВ ПРИ СЖИГАНИИ ТОПЛИВ В КИПЯЩЕМ СЛОЕ

Уменьшение загрязнения окружающей среды в связи с возросшими экологическими требованиями является актуальной проблемой. Одним из способов снижения вредных выбросов из энергетических котлов является технология сжигания твердых топлив в кипящем слое [1].

Эмиссия оксидов серы, образующихся при сжигании твердых топлив в топках низкотемпературного кипящего слоя, связана с характеристиками сжигаемого топлива и присадок (доломита, известняка), с конструкцией топочных устройств, с режимными параметрами работы топок. Основные характеристики топлива, влияющие на связывание оксидов серы, следующие: содержание щелочных и щелочноземельных металлов, в первую очередь Na и Ca; фракционный состав; зольность.

Эмиссия SO_2 из топок кипящего слоя регулируется, как было показано выше, реакцией CaO и

некоторых других оксидов металлов с SO_2 . При сжигании высокосернистых топлив обычно используются присадки известняка и доломита. Однако многие топлива, особенно угли с высоким содержанием Na (превышающим 0,3 %), содержат в минеральной части щелочи, которые также участвуют в связывании SO_2 и наряду с этим также способствуют образованию агломератов. Поэтому присутствие Na в золе топлива, с одной стороны, повышает степень связывания SO_2 , а с другой – ухудшает работу топки из-за возможности появления агломератов, прекращающих ожигание слоя. Свойство золы улавливать серу (и способствовать агломерации) определяется также и соотношением Si/Na , содержащихся в золе топлива.

Минералогический состав соединений серы и щелочей в угле сильно влияет на количество серы, выделяющейся в процессе горения в виде SO_2 и

SO₃. Сера в угле может содержаться в виде сульфатной, пиритной и органической составляющей. Сульфатная сера обычно не выделяется в виде SO₂.

Во всех опытах, приведенных на отечественных котлах, связывание оксидов серы происходило только за счет щелочных металлов, содержащихся в исходном топливе. Добавок известняка или доломита не проводилось. Для ряда опытов были приведены балансовые измерения содержания серы в исходном топливе, материале слоя, уносе с твердой фазой и дымовыми газами.

Анализ результатов показывает, что:

– с ростом содержания серы в топливе выбросы SO₂ с дымовыми газами увеличиваются;

– количество связанной серы материалом слоя незначительно для экибастузского и ирша-бородинского углей (S² = 0,03±0,07%), что объясняется главным образом отсутствием сульфатной серы в золе топлива. При горении сера, содержащаяся в органической составляющей топлива, выделяется в виде SO₂ и SO₃ и связывается мелкими частицами золы (размером меньше диаметра витания), имеющими большую удельную поверхность и выносящимися из слоя газовым потоком. В результате большая часть связанной серы находится в уносе с твердой фазой. Часть серы продолжает реагировать и в надслоевом пространстве. Так как сланцевая зола включает большое количество карбонатов, в слое происходит их кальцинация и одновременное связывание оксидов серы, поэтому наибольшее содержание серы при сжигании сланца удаляется с материалом слоя. В золе донецких газовых углей сера, вероятно, содержится больше в виде сульфатов, чем и можно объяснить относительно высокое ее содержание в крупных частицах материала слоя;

– степень связывания оксидов серы с учетом точности выполненных анализов можно оценить: для сланцев 81% (Ca/S = 9,4; Si/Na = 12); для ирша-бородинского угля 68% (Ca/S = 4,6; Si/Na = 48); для донецкого газового угля 50% (Ca/S = 0,43; Si/Na = 36); для экибастузского угля 42% (Ca/S = 0,6; Si/Na = 111).

Низкая эффективность связывания SO₂ для сланцев, имеющих очень благоприятный состав

зола, объясняется следующим: топочный режим в период проведения испытаний был не оптимальным (t_{к.с.} = 752 °С), в результате чего процесс кальцинации карбонатов происходил в неблагоприятных условиях (при недостаточной пористости частиц CaO и науглероживании их поверхности), что снижало процесс хемосорбции SO₂ и т. д. Следует ожидать, что если температуру слоя поднять до t_{к.с.} = 850±870 °С, степень связывания будет 90-95% без использования добавок известняка.

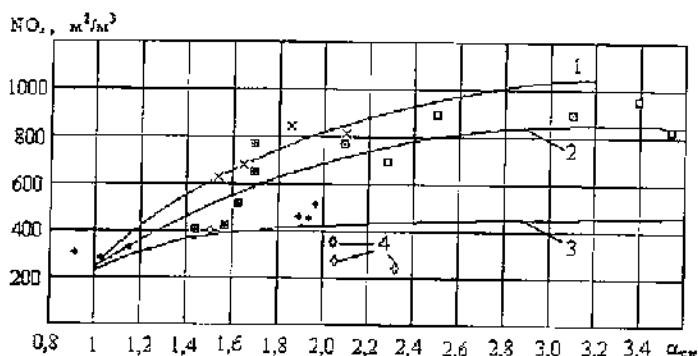
Ирша-бородинский уголь, содержащий в золе достаточное количество извести (Ca/S = 4,6 и выше) имеет также много кремния (при более низком содержании активного натрия (Si/Na = 48), и поэтому эффективность связывания SO₂ при сжигании этого угля низкая.

Достаточно высокая степень связывания оксидов серы при сжигании донецкого газового угля при низком отношении Ca/S = 0,4 объясняется, вероятно, тем, что часть серы содержится в виде CaSO₄ и не выделяется в процессе сгорания, а также тем, что в золе топлива содержится много активного Na по сравнению с кремнием (Si/Na = 36). Однако эти выводы необходимо подтвердить анализом минералогического состава золы этих топлив. Экибастузский уголь имеет самое неблагоприятное по количеству и качеству строение золы (Ca/S = 0,6, Si/Na = 111), однако при этом достигнута достаточно высокая степень связывания оксидов серы, что связано только с особенностями минералогического состава топлива, а также с возможным присутствием в золе Cl, содержание которого анализами не определялось.

В надслоевом пространстве из-за высокой концентрации частиц происходит достаточно эффективное связывание оксидов серы. Выше оси забрасывателя оксиды серы генерируются из мелких фракций и их концентрация растет до высоты 3,1 м над уровнем газораспределительной решетки. Далее по ходу газов выделившиеся оксиды серы начинают связываться щелочными соединениями, содержащимися в золе топлива, и концентрация SO₂ падает. К выходному окну топки концентрация SO₂ снова несколько повышается. Чем топливо более реакционно, тем эти процессы прослеживаются более отчетливо.

Уровень эмиссии оксидов азота определяется режимными и конструктивными параметрами: температурой кипящего слоя, коэффициентом подачи воздуха в слой, соотношением первичного и вторичного воздуха, распределением температур по высоте топки, размером частиц топлива, долей рециркулирующих газов и частиц, высотой слоя.

Результаты измерения эмиссии оксидов азота из отечественных котлов с топками стационарного кипящего слоя показаны на рисунке. Концентрации NO_x замерены в газоходе за котлом и приведены к $\alpha_v = 1,4$ относительно избытка воздуха в точке замера. Суммарная абсолютная погрешность результатов оценивается значением $\pm 70 \text{ мг/м}^3$. Температура слоя в экспериментах не была постоянной и колебалась в пределах $750 - 1050 \text{ }^\circ\text{C}$, т. е. охватывала весь диапазон рабочих температур топок.



Концентрация NO_x в дымовых газах в зависимости от α_v :
 1 — экибастузский уголь; 2 — донецкий газовый уголь;
 3 — ирша-бородинский уголь; 4 — донецкий тощий уголь

Корреляция между NO_x и α_v достаточно четко наблюдается для каждого конкретного типа углей. Во всех случаях уровень выбросов возрастает с увеличением α_v , что согласуется с известными результатами [3]. Однако для различных углей эта зависимость существенно различается. Для донецких газовых углей зависимость имеет обычный вид — резкий подъем при увеличении α_v в пределах $1,5 - 1,8$. В дальнейшем наблюдается незначительный рост NO_x вплоть до $\alpha_v = 4$. Предельно допустимого значения выбросы достигают при $\alpha_v = 1,4$. Эмиссия оксидов азота при сжигании ирша-бородинского угля слабо зависит от избытка воздуха и опускается ниже 400 мг/м^3 при $\alpha_v = 1,5$. Неожиданно низкие выбросы NO_x , не достигающие предельно допустимых и при $\alpha_v = 2,3$, оказались при сжигании донецкого полуантрацита. Доля азота в топливе, переходящая в оксид, во всех случаях не превышает 30%; у экибастузского угля она составляет 20-26%, у ирша-бородинского угля разброс достигает 10-17%. При этом надежной корреляции на основании имеющихся данных не обнаруживается. Можно лишь сказать, что общий уровень пе-

рехода азота в оксиды соответствует обычно наблюдаемому (29%).

В целом можно констатировать, что внутритопочное подавление генерации NO_x в топках стационарного кипящего слоя, необходимое для достижения уровня предельно допустимых концентраций, сводится прежде всего к проведению процесса горения при невысоких температурах ($750-850 \text{ }^\circ\text{C}$) и коэффициентах подачи воздуха в слое не более 1,2.

Добавление известняка или доломита в кипящий слой с целью повышения мольного отношения Ca/S , как показывают опыты, выполненные на зарубежных котлах [2], повышает степень связывания SO_2 до 90% и выше.

Как показывают экспериментальные данные, полученные при измерениях на котлах, внедрение технологии кипящего слоя позволит существенно, без строительства дополнительных дорогостоящих сооружений снизить вредные выбросы из этих котлов при сжигании топлив в кипящем слое.

Так, только за счет самосвязывания серы щелочами, содержащимися в минеральной части топлив, снижение выбросов SO_2 из топок кипящего слоя может достичь 81%.

При добавлении в слой известняка или доломита степень связывания SO_2 может достичь 90% и выше.

Для достижения уровня предельно допустимых концентраций NO_x необходимо вести топочный процесс при температурах не выше $850 \text{ }^\circ\text{C}$ и коэффициентах подачи воздуха $\alpha_v < 1,2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков А.П., Мацнев В.В., Располов И.В. Котлы и топки с кипящим слоем. — М.: Энергоатомиздат, 1996. — 352 с.ил.
2. Circulating Fluidized Bed Technology □, eds P. Basu, J.F. Large. Pergamon Press, 1988.
3. Proceedings the 7th International Conference fluidized bed combustion. — Philadelphia, 1982. 25-27 Oct.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРОЦЕССА УДАЛЕНИЯ ФОРМАЛЬДЕГИДА ИЗ ДВИЖУЩИХСЯ ПЛЕНОК

Для изготовления синтетических облицовочных материалов применяют пропиточные составы. Смолы, входящие в пропиточные составы, покрывают волокно внутри полотна и поверхностные волокна. От свойств пропиточных составов зависят свойства пленок.

Один из основных компонентов, входящих в состав пропиточных смол, — полимерное вещество, выступающее в качестве связующего пленкообразователя. К полимерам относятся вещества, молекулы которых построены из многократно повторяющихся одинаковых структурных единиц (звеньев), соединенных между собой химическими связями. Полимеры с небольшим молекулярным весом называют олигомерами. Олигомеры по ряду физических свойств занимают промежуточное положение между высокополимерами и мономерами.

Количество свободного формальдегида в олигомере характеризуется его мольной долей и условиями синтеза, поэтому олигомеры, обладающие лучшими физико-механическими свойствами, должны содержать достаточно большое количество формальдегида. Повышенное содержание свободного формальдегида в растворе нежелательно из-за его токсичности [1] — [3].

Формальдегид вызывает сильное раздражение слизистой оболочки носа, глаз, бронхов. Степень раздражения увеличивается при повышенных температурно-влажностных условиях. Установлено, что человек начинает ощущать запах при концентрации свободного формальдегида в воздухе 0,07–0,11 мг/м³, и это ощущение не вызывает раздражающего действия. Переносимое раздражающее действие наблюдается при концентрации 0,3–0,9 мг/м³, при концентрации свыше 0,9 мг/м³ сильно снижается светочувствительность, а концентрация 20–40 мг/м³ вызывает поражение кожи и дыхательных путей. Вследствие того, что формальдегид вредно воздействует на организм чело-

века, его содержание в воздухе не должно превышать 0,5 мг/м³.

Создается противоречие: с одной стороны, необходимо увеличивать количество свободного формальдегида в пропиточном составе, с другой — целесообразно снижать его количество в смоле. Это противоречие разрешается разными способами: синтезом карбамидных олигомеров, многоступенчатой конденсацией исходных продуктов без существенного ухудшения физико-механических характеристик пропиточных смол, разработкой новых технологий по производству пленок.

Процесс удаления из обрабатываемого материала влаги с растворенным в ней формальдегидом по аналогии с [4] можно описать дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial \Phi_i(C)}{\partial Z} = Lf \frac{\partial^2 \Phi_i(C)}{\partial X^2} + F(i, \sigma_0), \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где индекс $i = 1$ соответствует участку удаления формальдегида и влаги до начала реакции поликонденсации; индекс $i = 2$ относится к участку, где теплообменные процессы осложнены поликонденсацией.

Входящие в (1) безразмерные величины определяются выражениями:

$$\Phi_i(C) = \frac{C_i - C_0}{C_H - C_0}; \quad L\bar{r} = \frac{\lambda_c}{\delta \nu}; \quad (2)$$

$$F(i, \sigma_0) = \frac{f(i) \sigma_0 (i-2)}{\delta \nu (C_H - C_0)}; \quad X = \frac{x}{\delta}; \quad Z = \frac{z}{\delta},$$

где C_i — эффективная концентрация в обрабатываемом материале водоформальдегидной смеси; C_0 — концентрация этой смеси в рабочей камере; C_H — начальная концентрация в материале; λ_c — эффективный коэффициент диффузии, определяемый экспериментально; δ — толщина ленты; ν —

скорость перемещения ленты в камере; $f(i)$ – некоторая функция, характеризующая удельную мощность дополнительных источников водоформальдегидной смеси, обусловленных химическими реакциями поликонденсации; $\sigma_0(i-2)$ – функция Хевисайда; x, z – текущие координаты; X, Z – безразмерные координаты.

Функция $\Phi_i(C)$ характеризует относительную избыточную концентрацию водоформальдегидной смеси. Критерий Lf определяет соотношение переноса водоформальдегидной смеси в направлении координаты x (за счет диффузии) и в направлении координаты z (за счет движения совместно с обрабатываемым материалом). Таким образом, критерий Lf можно представить как некоторый аналог критерия Пекле, известного из теории теплообмена. Функция $F(i, \sigma_0)$ характеризует в обобщенном виде мощность источников водоформальдегидной смеси, обусловленных поликонденсацией. В частности, при $i=1$ $F(i, \sigma_0) = 0$.

На входе в рабочую камеру водоформальдегидная смесь внутри обрабатываемого материала распределена равномерно, поэтому

$$\Phi_i(C) = 1, \quad i = 1; \quad 0 < X < 1; \quad Z = 0. \quad (3)$$

Поскольку на нижней поверхности пленки массообменные процессы отсутствуют, то здесь задаются нулевые граничные условия третьего рода:

$$\frac{\partial \Phi_i(0, Z)}{\partial X} = 0. \quad (4)$$

На внешней поверхности пленки процесс описывается уравнением

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial X} = Bi' \Phi_i(C), \quad i = 1, 2; \quad X = 1; \quad Z > 0. \quad (5)$$

Система уравнений (1) – (5) представляет собой математическую формулировку комплексной задачи расчета процесса удаления водоформальдегидной смеси.

Для аналитического решения составленной системы дифференциальных уравнений необходимо уточнить вид функции $f(i)$. Поскольку скорость реакций поликонденсации с течением времени замедляется, то по аналогии с [5], [6] логич-

но предположить, что функция $f(i)$ описывается экспоненциальной зависимостью

$$f(i) = m_0 \exp(-kZ), \quad i = 2, \quad (6)$$

где m_0, k – постоянные коэффициенты.

Физический смысл величины m_0 заключается в том, что она соответствует максимальной удельной мощности дополнительных источников водоформальдегидной смеси. Величина k численно равна максимальной скорости изменения относительной удельной мощности

$$k = -\frac{d\gamma(f)}{dZ},$$

где $\gamma(f)$ – относительная удельная мощность дополнительных источников водоформальдегидной смеси, $\gamma(f) = f(i) / m_0$.

Решение системы (1) – (6) имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_i(C) = & 1 - \frac{Kp}{Kd} \left[1 - \frac{\cos \sqrt{Kd} X}{\cos \sqrt{Kd} - \frac{1}{Bi'} \sqrt{Kd} \sin \sqrt{Kd}} \right] \times \\ & \times \exp(-Kd Mf) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{Kp}{Kd - \mu_n^2} \right) A_n \cos \mu_n X \exp(-\mu_n^2 Mf). \quad (7) \end{aligned}$$

Входящие в (7) безразмерные величины определяются из соотношений:

$$Kp = \frac{\sigma_0(i-2)m_0}{(C_H - C_0)\lambda_c}; \quad Kd = \frac{k}{Lf};$$

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}; \quad Mf = Lf Z,$$

где μ_n – параметр, рассчитываемый из характеристического уравнения

$$Bi' C \operatorname{tg} \mu_n = \mu_n.$$

Из рассмотрения (7) следует, что процесс удаления из обрабатываемого материала водоформальдегидной смеси аналитически однозначно определяется четырьмя критериями: Kp, Kd, Bi', Mf . Критерий Kd характеризует диффузионные процессы внутри обрабатываемого материала, а

критерий $Ві'$ – соотношение внутренних и внешних диффузионных сопротивлений. Критерий Kp определяет мощность дополнительных источников водоформальдегидной смеси вследствие реакций поликонденсации. Критерий Mf характеризует динамику протекания массообменных процессов вдоль технологической линии.

С учетом того, что растворимость формальдегида в воде при температуре насыщения составляет 50 %, а исходное содержание формальдегида в воде, входящей в состав пропиточной карбамидоформальдегидной смолы, – 40 %, в верхней части рабочей камеры необходимо поддерживать степень сухости пара на уровне, не превышающем 80 – 85 %. В этом случае практически полностью формальдегид, удаленный из обрабатываемого материала, будет растворен в высокодисперсных частицах воды, находящихся в камере во взвешенном состоянии.

Компьютерная реализация соотношения (7) показала, что при любой интенсивности массоотдачи (критерий $Ві'$) значительный градиент концентраций водоформальдегидной смеси имеет место при $Mf < 0,2-0,3$. Здесь распределение водоформальдегидной смеси в обрабатываемом материале существенно выравнивается, что можно объяснить незначительной толщиной пленки.

Более 50 % избыточного формальдегида из обрабатываемого материала удаляется на начальном участке технологической линии длиной 0,2-0,25 общей длины рабочей камеры. В дальнейшем темп удаления избыточного формальдегида существенно снижается. С началом иницирования реакций поликонденсации интенсивность удаления формальдегида вновь возрастает (на 15-20 %). По ме-

ре уменьшения концентрации водоформальдегидной смеси в обрабатываемом материале снижается (по экспоненте) и скорость ее извлечения. В конце технологической линии относительная избыточная концентрация формальдегида в пленке равна нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гигиена и токсикология высокомолекулярных соединений и химического сырья, используемого для их синтеза: Тезисы 6-й Всесоюзной конференции / Под ред. Б.Ю. Калинина. – Л., 1979. – 327 с.
2. Кельман Г.Я. Токсичные свойства химикатов – добавок для полимерных материалов. – М.: Медицина, 1974. – 154 с.
3. Шефтель В.О. Полимерные материалы (токсические свойства): Справочник. – Л.: Химия, 1982. – 232 с.
4. Шестакова Е.А. Математическое моделирование процесса увлажнения древесноволокнистых плит // Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах: Материалы II Междунар. конф. – Череповец: ЧГУ, 1999. – С. 172-173.
5. Шестакова Е.А., Захарова Н.С. Математическое моделирование непрерывного процесса увлажнения древесноволокнистых плит после их термообработки // Тепловые процессы в технологических системах: Всеросс. сб. науч. тр. – Череповец: ЧГИИ, 1996. – Вып. 2. – С. 22-25.
6. Шестакова Е.А., Синицын Н.Н. Квазистационарная математическая модель процесса удаления влаги из слоя материала цилиндрической формы // Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах: Материалы Междунар. конф. – Череповец: ЧГУ, 1999. – С. 171-172.

УДК 621.1.016. (035.5)

Н.Н. Синицын, Н.И. Шестаков
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССООБМЕНА СИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ В ПЛОТНОМ СЛОЕ КУСКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Расчет тепловых процессов в слоевых печах и установках осуществляется на основе закономерностей теплообмена, которые позволяют опреде-

лить температурные поля по высоте слоя и их изменение во времени. Знание температурных полей обеспечивает возможность воссоздать общую кар-

тину протекания тепловых и технологических процессов в агрегате и далее определить высотные размеры слоя или профиль печи в зависимости от свойств металлургического сырья и материалов, подвергающихся тепловой обработке, и режима работы печи.

Температурные поля в процессах тепловой обработки плотного слоя кусковых материалов во многом зависят от величины коэффициента теплообмена, определяющего интенсивность развития тепловых явлений. При анализе слоевых процессов удобнее пользоваться объемным коэффициентом теплоотдачи α_v , Вт/(м³·К). Связь его с обычным коэффициентом теплообмена α_F для поверхности 1 м³ слоя частиц сферической формы, имеющих диаметр d_m , составляет (м²/м³)

$$F = 6(1-f)/d_m,$$

а для кусков неправильной формы –

$$F = 7,5(1-f)/d_m.$$

Таким образом,

$$\alpha_v = \alpha_F F.$$

Суммарный коэффициент теплопередачи k_v , учитывающий как внешние, так и внутренние тепловые сопротивления, определяется по формуле (Вт/(м³К))

$$k_v = \left(\frac{1}{\alpha_v} + \frac{d_m^2}{A \cdot (1-f) \cdot \lambda_m} \right)^{-1},$$

в которой числовой коэффициент A принимается равным 60 для частиц сферической формы и 75 для кусков произвольной формы; λ_m – теплопроводность вещества частиц.

Формула для расчета α_v имеет вид [3]:

$$\alpha_v = 186 \frac{\omega_{г0}^{0,9} \cdot T_r^{0,1}}{d_m^{0,75}} M',$$

где $\omega_{г0}$ – скорость газа на свободном сечении при нормальных условиях; T_r – средняя температура газов, К; $M' = 0,3$.

В качестве математического аппарата используются решения Шумана и Анцелиуса. Они по-

зволяют найти температурные поля в нагреваемом неподвижном плотном слое в любой момент времени от начала продувки. Решения справедливы для случаев, когда начальная температура во всех точках слоя одинакова, а температура газа на входе в слой постоянна во времени.

Для этих условий решения задачи Шумана представляются в виде:

$$\Theta_m = (t_m - t'_m) / (t'_r - t'_m) = e^{-Y} \cdot \int_0^Z e^{-\varepsilon} \cdot I_0(2\sqrt{Y \cdot \varepsilon}) d\varepsilon;$$

$$\begin{aligned} \Theta_r &= (t_r - t'_m) / (t'_r - t'_m) = \\ &= 1 - e^{-Z} \cdot \int_0^Y e^{-\varepsilon} \cdot I_0(2\sqrt{Z \cdot \varepsilon}) d\varepsilon, \end{aligned}$$

где относительные температуры для материала Θ_m и для газа Θ_r определяются безразмерными числами высоты слоя Y и времени Z :

$$Y = k_v \cdot h / C_r \cdot \omega_{г0};$$

$$Z = k_v \cdot \tau / C_m (1-f),$$

а $I_0(x)$ является функцией Бесселя первого рода от мнимого аргумента.

Время нагрева слоя в значительной мере будет определяться также и временем нагрева термически массивного куска. Для оценки времени нагрева разработана математическая модель нагрева двуслойного неограниченного цилиндра при изменении агрегатного состояния материала внутреннего слоя и неограниченной пластины, состоящей из чередующихся плоских слоев твердого скелета системы и материала, где слои могут располагаться как перпендикулярно направлению теплового потока, так и параллельно ему. Полное время нагрева слоя составит сумму времени нагрева мелочи и термически массивных тел.

Имеется неограниченный цилиндр, состоящий из наружного и внутреннего слоев с температурой T_0 в начальный момент времени. Теплофизические характеристики тел постоянны. Цилиндр прогревается за счет теплоты, подводимой конвекцией. Цилиндр прогревается, и как только температура внутреннего слоя достигает температуры фазового

перехода, начинается плавление тела, затем нагрев жидкости и испарение.

Задача математически формулируется так [4]:

$$\frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \left(\frac{\partial^2 T_2(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right) \quad (\tau > 0; R_2 > r > R_1), \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right) \quad (\tau > 0; R_1 > r > 0), \quad (2)$$

$$x = \frac{r - R_1}{R_1 - R_2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_2(R_2, \tau)}{\partial r} = -\frac{\alpha}{\lambda_2} [T_{ж} - T_2(R_2, \tau)], \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(R_1, \tau)}{\partial r} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2(R_1, \tau)}{\partial r} + \rho_2 r \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (6)$$

где T_2 и T_1 – текущие температуры в первом и втором слоях, К; r – текущий радиус, м; τ – время, с; ξ – координата фронта плавления, м; a_1 и a_2 – коэффициенты температуропроводности, м²/с; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности, Вт/м·К; R_1 – наружный радиус внутреннего слоя, м; R_2 – наружный радиус внешнего слоя, м; $T_{пл}$ – температура плавления материала внутреннего слоя, К; $T_{ж}$ – температура окружающей среды, К; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/м²·К; r – теплота фазового перехода, Дж/кг; ρ_2 – плотность внутреннего слоя, кг/м³.

Уравнения (1) и (2) описывают изменение температурного поля во внешнем и внутреннем цилиндрических слоях. Уравнения (3)–(5) – граничные условия. Уравнение (6) – условие на границе раздела фаз. Основная трудность решения задачи состоит в том, что условие (6) относит ее к

классу нелинейных задач, т. е. к задаче с нелинейными граничными условиями.

Дана неограниченная пластина, толщина которой равна $2R$. Пластина имеет пористость Π_v , определяемую как отношение объема пустот V_n к объему тела $V_{тел}$ ($\Pi_v = V_n / V_{тел}$). Поверхностная пористость Π_s представляет отношение эффективной площади пустот A_n к общей площади поверхности тела $A_{тел}$ ($\Pi_s = A_n / A_{тел}$). В первом приближении можно считать $\Pi_v = \Pi_s = \Pi$. Начальное распределение температуры $T(x, 0) = T_0 = const$. В начальный момент времени пластина помещается в среду с переменной температурой $T_{ж} > T(x, 0)$. Между ограничивающими поверхностями пластины и окружающей средой происходит теплообмен по закону Ньютона. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины, а также удельный тепловой поток.

Предполагается, что по мере прогресса происходит углубление локализованного фронта плавления воды. К фронту плавления теплота подводится за счет теплопроводности сухого слоя материала, где эта теплота расходуется на превращение твердого тела в жидкость и прогрев тела. Жидкость из фронта плавления удаляется мгновенно. Тогда задача математически формулируется так [4]:

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0; R > x > \xi; \xi = f(\tau)), \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0; \xi > x > 0; \xi = f(\tau)), \quad (8)$$

$$T(\xi, \tau) = T_{пл} = const, \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_2(R, \tau)}{\partial x} = -\frac{\alpha}{\lambda_2} [T_{ж} - T(R, \tau)], \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(\xi, \tau)}{\partial x} = -\lambda_1 \frac{\partial T_1(\xi, \tau)}{\partial x} + W \rho r \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (12)$$

где T_2 и T_1 – текущие температуры до фронта плавления и после него, К; x – текущая координата, м; τ – время, с; ξ – координата фронта плавления, м; $a_2(T_2)$ и $a_1(T_1)$ – коэффициенты температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; $\lambda_2(T_2)$ и $\lambda_1(T_1)$ – коэффициенты теплопроводности, $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$; $T_{пл}$ – температура плавления материала (льда), К; $T_{ж}$ – температура окружающей среды, К; α – коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$; r – теплота фазового перехода, $\text{Дж}/\text{кг}$; ρ – плотность материала (льда), $\text{кг}/\text{м}^3$; W – масса льда в единице массы пластины, $\text{кг}/\text{кг}$.

Уравнения (7) и (8) описывают изменение температуры до и после фронта плавления льда. Уравнения (9) – (11) – граничные условия. Уравнение (12) – условие на границе раздела фаз. $\lambda_1(T_1)$, $\lambda_2(T_2)$, $a_1(T_1)$, $a_2(T_2)$ – эффективные коэффициенты.

В качестве простейшей дисперсной системы рассматривается система, состоящая из чередующихся друг с другом плоских слоев твердого скелета системы и материала, где слои могут быть расположены как перпендикулярно направлению теплового потока, так и параллельно ему [2]. В первом случае эффективная теплопроводность системы будет минимальной и определяется выражением

$$\lambda_{\text{эфф}}^{\text{мин}} = \frac{\lambda_a \lambda_n}{\Pi \cdot \lambda_a + (1 - \Pi) \cdot \lambda_n}$$

Во втором случае эффективная теплопроводность системы будет максимальной:

$$\lambda_{\text{эфф}}^{\text{макс}} = \Pi \cdot \lambda_n + (1 - \Pi) \cdot \lambda_a,$$

где λ_a и λ_n – теплопроводность диспергированной и непрерывной фазы; Π – пористость.

Эти соотношения могут служить лишь для обозначения того диапазона, в котором лежат значения эффективной теплопроводности реальных дисперсных систем.

Коэффициент теплоотдачи оценивается по формуле для полностью турбулизованного течения в пограничном слое [1]:

$$\text{Nu}_{\text{жж}} = 0,0296 \cdot \text{Re}_{\text{жж}}^{0,8} \cdot \text{Pr}_{\text{ж}}^{0,43} \left(\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_{\text{с}} \right)^{0,25}$$

За определяющую принята температура вдали от тела $T_{ж}$ (за исключением $\text{Pr}_{\text{с}}$, выбираемого по $T_{\text{с}}$), определяющим размером является координата $X_{\text{кр}}$, отсчитываемая от начала участка теплообмена, точка перехода ламинарного течения в турбулентное.

Здесь

$$\text{Nu}_{\text{жж}} = \frac{\alpha \cdot X_{\text{кр}2}}{\lambda_{\text{ж}}}; \quad \text{Re}_{\text{жж}} = \frac{\omega_r \cdot X_{\text{кр}2}}{V_{\text{ж}}}$$

– числа Нуссельта и Рейнольдса.

Плотность пластины определяется опытным путем.

Теплоемкость пластины находится по правилу аддитивности:

$$C_m = \frac{C_a \cdot m_a + C_n \cdot m_n}{m_a + m_n},$$

где C_a и C_n – теплоемкости дисперсной системы и наполнителя; m_a и m_n – массы дисперсной системы и наполнителя.

Решение задачи с нелинейными граничными условиями дает возможность определить время, необходимое для плавления льда.

Математическая модель дает возможность определить температурное поле внешнего слоя в момент плавления внутреннего слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
2. Лыков А.В. Теплообмен: (Справочник). 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1978. – 480 с., ил.
3. Теплотехнические расчеты металлургических печей: Учеб. пособие для студ. вузов / Зобнин Б.Ф., Казяев М.Д., Китаев В.И., Лисиенко В.Г., Телегин А.С., Ярошенко Ю.Г. – 2-е изд. – М.: Металлургия, 1982. – 360 с.
4. Шестаков Н.И. Тепловые процессы при непрерывной разливке стали. – М.: Черметинформация, 1992. – 268 с.

МЕТАЛЛУРГИЯ

УДК 621.771.237

Э.А. Гарбер, И.А. Шадрюнова, Д.И. Никитин, Е.В. Дигизенский, М.А. Тимофеева
Кафедра МАМЗ (ЧГУ)

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ НА ОСНОВЕ НОВОЙ МОДЕЛИ ОЧАГА ДЕФОРМАЦИИ

В листопрокатном производстве существует тенденция снижения толщины холоднокатаных полос из конструкционных сталей, производимых на непрерывных широкополосных станах. До 90-х годов XX в. минимальная толщина полос на станах с длиной бочки валков 1400-1700 мм составляла 0,4–0,5 мм, в настоящее время существенную долю в сортаменте этих станов занимают полосы толщиной 0,25–0,36 мм.

Особенность процесса холодной прокатки тончайших полос состоит в том, что в последних клетках непрерывного стана из-за большого наклепа полосы обжатие снижается, при этом протяженность упругих участков по длине очага деформации существенно возрастает и становится соизмеримой с протяженностью пластического участка. Однако большинство математических моделей стационарного процесса холодной прокатки [1-3], получивших распространение в конструкторской и технологической практике, не учитывают влияние упругих участков очага деформации на средние значения контактных напряжений, что ведет к снижению точности энергосилового расчета и де-

лает вышеупомянутые модели непригодными для конструкторских и технологических расчетов.

Нами разработана новая математическая модель стационарного процесса холодной прокатки (подробная информация изложена в [4]). Напомним основные положения.

Условно очаг деформации разбивают на три основных участка (рис. 1):

- 1) упругого сжатия полосы длиной $x_{1упр}$;
- 2) пластической деформации длиной $x_{пл}$;
- 3) упругого восстановления части толщины полосы на выходе из очага деформации длиной x_2 .

Участок пластической деформации состоит из двух зон: отставания длиной $x_{пл.отст}$ и опережения длиной $x_{пл.опер}$.

Для расчета контактных напряжений на каждом участке составляют систему трех уравнений:

- 1) дифференциальное уравнение равновесия полосы в очаге деформации;
- 2) уравнение упругости (на упругих участках) или пластичности (в зонах отставания и опережения);
- 3) закон трения.

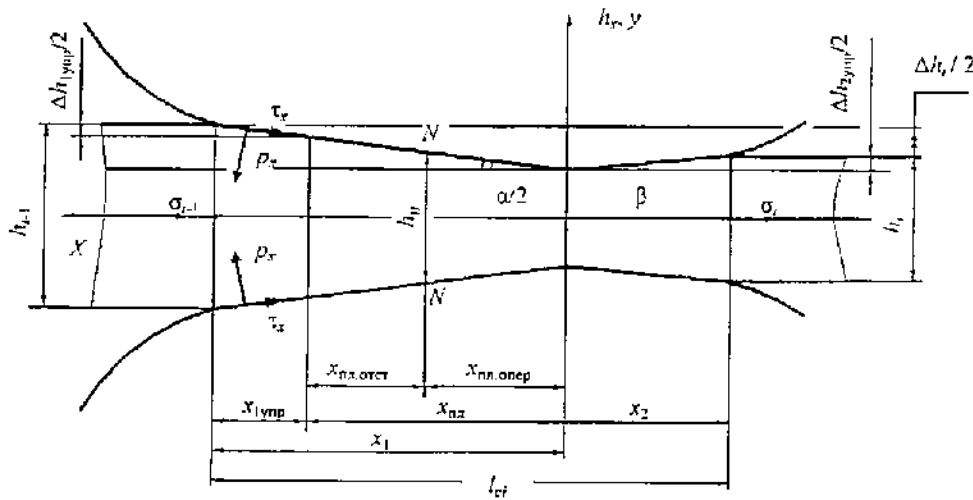


Рис. 1. Расчетная схема очага деформации

Эта система сводится к дифференциальным уравнениям первого порядка с разделяющимися переменными (в зонах отставания и опережения) и линейным дифференциальным уравнениям первого порядка (на упругих участках). Решая эти уравнения при реальных граничных условиях, для каждого участка очага деформации получают зависимости $p_x(h_x)$, интегрируя последние, получают формулы для расчета средних значений нормальных контактных напряжений (табл. 1).

При анализе результатов расчетов, произведенных с использованием новой модели, была выявлена интересная особенность: существуют такие режимы прокатки, в которых пластический участок очага деформации представляет собой целиком зону отставания, на этом участке отсутствуют нейтральное сечение и зона опережения. На втором упругом участке длиной x_2 (рис. 1) происходит некоторое увеличение толщины полосы (упругое восстановление), и, согласно закону постоянства секундного объема, скорость полосы снижается. Получается, что при таком режиме прокатки весь очаг деформации представляет собой зону отставания, в которой $V_{п} < V_{в}$, то есть контактные напряжения трения направлены в сторону прокатки. Графики изменения скорости валков и полосы в этом случае представлены на рис. 2.

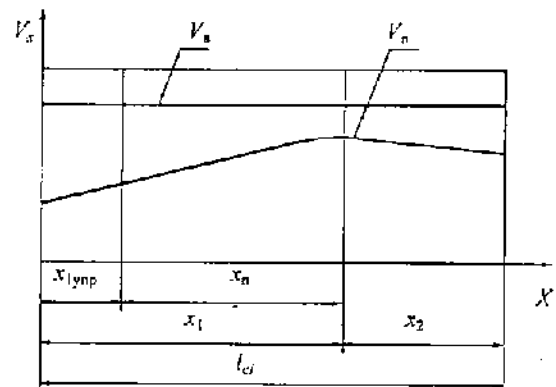


Рис. 2. Графики изменения скорости валков и полосы при отсутствии зоны опережения

При такой структуре очага деформации изменятся формулы для определения нормальных контактных напряжений и их средних значений на втором упругом участке (в силу изменения дифференциального уравнения равновесия полосы) (табл. 2). На пластическом участке нормальные контактные напряжения будут характеризоваться выражениями $p_x(h_x)$ для зоны отставания, а их средние значения — выражениями, представленными в табл. 2 п. 2. Среднее для очага деформации значение нормальных контактных напряжений вычисляют по формуле, представленной в табл. 2 п. 3.

Таблица 1

Формулы для расчета средних значений нормальных контактных напряжений

Участок	Формула
Упругий участок длиной $x_{\text{упр}}$	$p_1 = 1,15E_{\text{п}} \left\{ \frac{1}{\delta_{i-1}} + \frac{L}{\delta_{i-1} + 1} \left[\left(\frac{\delta_{i-1} - 1}{(\delta_{i-1} + 1)\delta_{i-1}} - \frac{\sigma_{i-1}}{1,15E_{\text{п}}} \right) (D^{\delta_{i-1}} - 1) - 2 \ln D \right] \right\},$ <p>где $\delta_{i-1} = \frac{\mu_i}{\text{tg } \alpha / 2}$, $L = \frac{E_{\text{п}} - \sigma_{\text{п2}}}{\sigma_{\text{п2}}}$, $D = \frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{п}} - \sigma_{\text{п2}}}$</p>
Упругий участок длиной x_2	$p_2 = 1,15E_{\text{п}} \left\{ \frac{1}{\delta_i} + \frac{L}{\delta_i + 1} \left[\left(\frac{\delta_i - 1}{(\delta_i + 1)\delta_i} - \frac{\sigma_i}{1,15E_{\text{п}}} \right) (D^{\delta_i} - 1) - 2 \ln D \right] \right\},$ <p>где $\delta_i = \frac{\mu_i}{\text{tg } \beta}$</p>
Зона отставания длиной $x_{\text{пл.отст}}$	$p_2 = \frac{1,15\sigma_{\text{п2}}}{\delta_{i-1}} \frac{h_n}{h_{i-1} - h_i} D \left\{ \left[\frac{E_{\text{п}}}{\sigma_{\text{п2}}} \left(\frac{1 + \delta_{i-1}(1 - 2D^{-1}) - D^{\delta_{i-1}}(\delta_{i-1} + 1)}{\delta_{i-1} + 1} \right) - \frac{\sigma_{i-1}}{1,15\sigma_{\text{п2}}} D^{\delta_{i-1}} \delta_{i-1} - 1 \right] \times \right.$ $\left. \times \frac{D^{-\delta_{i-1}}}{(\delta_{i-1} + 1)} \left[\left(\frac{h_{i-1}}{h_n} \right)^{\delta_{i-1} + 1} - D^{\delta_{i-1} + 1} \right] + \left(\frac{h_{i-1}}{h_n} - D \right) \right\}$
Зона опережения длиной $x_{\text{пл.опер}}$	$p_2 = \frac{1,15\sigma_{\text{п2}}}{\delta_{i-1}} \frac{h_i}{h_n - h_i} D \left\{ \left[\frac{E_{\text{п}}}{\sigma_{\text{п2}}} \frac{\delta_{i-1}}{\delta_i} \left(\frac{1 + \delta_i(1 - 2D^{-1}) - D^{\delta_i}(\delta_i + 1)}{\delta_i + 1} \right) - \right.$ $\left. - \frac{\sigma_i}{1,15\sigma_{\text{п2}}} D^{\delta_i} \delta_{i-1} + 1 \right] \frac{D^{\delta_{i-1}}}{(\delta_{i-1} + 1)} \left[\left(\frac{h_n}{h_i} \right)^{\delta_{i-1} + 1} - \left(\frac{1}{D} \right)^{\delta_{i-1} + 1} \right] - \left(\frac{h_n}{h_i} - \frac{1}{D} \right) \right\}$

Примечание. $E_{\text{п}}$ – модуль упругости материала полосы; σ_{i-1} , σ_i – заднее и переднее натяжения полосы; μ_i – коэффициент трения; $\sigma_{\text{п2}}$ – среднее значение сопротивления деформации на пластическом участке; h_{i-1} – толщина полосы после $(i - 1)$ -й клетки; h_i – толщина полосы после i -й клетки; h_n – толщина полосы в нейтральном сечении.

Описанная модель была апробирована более чем на 200 фактических режимах прокатки 4- и 5-клетевых станов «1700» ОАО «Северсталь»¹. При наличии достоверных данных о коэффициентах трения и межклетевых натяжениях расхождение расчетных и измеренных усилий прокатки не превышает 10% и составляют в среднем 3-5 %, то есть погрешность расчета по сравнению с традиционными методами [1-3] сократилась в 3-5 раз. Это позволило достоверно определять и прогнозировать положение нейтрального сечения в очаге деформации.

¹ В промышленных исследованиях участвовали специалисты ОАО «Северсталь» В.В. Кузнецов, М.В. Шурыгина, В.Ю. Антонов.

Изложенные преимущества новой модели дают возможность совершенствования режимов прокатки, в частности, по такому важному показателю, как чистота поверхности полосы.

Источниками уменьшения чистоты поверхности являются, главным образом, продукты износа поверхностных слоев полосы и валков в очаге деформации, а также продукты разложения смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ). Главные причины появления этих продуктов – контактное трение в очаге деформации и высокий уровень нормальных контактных напряжений.

При рассмотрении теоретической структуры очага деформации (рис. 1) возникло предположение о том, что чистота поверхности полосы может зависеть от положения нейтрального сечения.

Теоретически это объясняется так: в зоне отставания напряжения трения направлены вперед по ходу прокатки, в результате чего продукты износа и разложения активно выносятся валками из очага деформации, который тем самым непрерывно са-

моочивается; в зоне опережения напряжения трения направлены назад, поэтому вынос из очага деформации этих продуктов затруднен, они накапливаются в очаге, приводя к увеличению количества грязи на полосе.

Таблица 2

Модифицированные формулы, характеризующие пластический и второй упругий участки и случае, когда весь очаг деформации представляет зону отставания

Пластический участок длиной $x_{пл}$	Участок упругого восстановления длиной x_2
1. Формулы $p_x(h_x)$	
$p_x = \frac{1,15\sigma_{\phi 2}}{\delta_{i-1}} \left\{ \left(\frac{h_{i-1}}{h_x} \right)^{\delta_{i-1}} D^{-\delta_{i-1}} \left[\frac{E_{пл}}{\sigma_{\phi 2}} \times \right. \right.$ $\left. \times \left(\frac{1 + \delta_{i-1}(1 - 2D^{-1}) - D^{\delta_{i-1}}(\delta_{i-1} + 1)}{\delta_{i-1} + 1} \right) - \frac{\sigma_{i-1}}{1,15\sigma_{\phi 2}} D^{\delta_{i-1}} \delta_{i-1} - 1 \right] + 1 \right\}$	$p_x = 1,15E_{пл} \left\{ -\frac{1}{\delta_i} + \frac{2}{\delta_i - 1} \left(\frac{h_x}{h_i} \right) + \right.$ $\left. + \left(\frac{h_x}{h_i} \right)^{\delta_i} \times \left[\frac{1 + \delta_i}{(1 - \delta_i)\delta_i} - \frac{\sigma_i}{1,15E_{пл}} \right] \right\}$
2. Средние значения нормальных контактных напряжений	
$p_{21} = \frac{1,15\sigma_{\phi 2}}{\delta_{i-1}} \left\{ \left[\frac{E_{пл}}{\sigma_{\phi 2}} \times \right. \right.$ $\times \left(\frac{1 + \delta_{i-1}(1 - 2D^{-1}) - D^{\delta_{i-1}}(\delta_{i-1} + 1)}{\delta_{i-1} + 1} \right) - \left. \frac{\sigma_{i-1}}{1,15\sigma_{\phi 2}} D^{\delta_{i-1}} \delta_{i-1} - 1 \right] \times \frac{h_i}{\Delta h_i(\delta_{i-1} + 1)} \left[\left(\frac{h_{i-1}}{h_i} \right)^{\delta_{i-1} + 1} - 1 \right] + 1 \right\}$	$p_i = 1,15E_{пл} \left\{ -\frac{1}{\delta_i} + \frac{L}{1 - \delta_i} \times \right.$ $\times \left[\left(\frac{1 + \delta_i}{(1 - \delta_i)\delta_i} - \frac{\sigma_i}{1,15E_{пл}} \right) (D^{1-\delta_i} - 1) - 2 \ln D \right] \right\}$
3. Среднее значение нормального контактного напряжения для очага деформации	
$p_{ср} = \frac{1}{l_{ср}} (p_1 x_{1,ср} + p_2 x_{пл} + p_3 x_2)$	

Для проверки сделанного предположения был проведен регрессионный анализ факторов технологического процесса, оказывающих наибольшее влияние на загрязненность холоднокатаных полос, таких как загрязненность подката (для первой клетки) и загрязненность полосы на входе в клетку (для остальных клеток), число омыления эмульсола и критерий, определяющий положение нейтрального сечения в очаге деформации i -й рабочей клетки X_i :

$$X_i = x_{пл,отст} / x_{пл}$$

где $x_{пл,отст}$ — длина зоны отставания; $x_{пл}$ — полная длина пластического участка.

Критерий X_i является комплексным, поскольку он учитывает непосредственно следующие параметры процесса прокатки: межклетевые натяжения, скорость прокатки, частное обжатие в клетке и косвенно, через коэффициент трения, для расчета которого в работе использована модифицированная формула А.П. Грудева [5]: скорость прокатки, концентрацию эмульсола, шероховатость подката и валков. Максимальное значение, которое принимает этот критерий, равно 1, в этом случае очаг деформации представляет собой целиком зону отставания, а следовательно, должен обеспечиваться активный вынос продуктов износа из очага деформации.

В качестве основного объекта исследования приняли 4-клетевой стан «1700», на котором при прокатке свыше 60 профилирумеров сортамента провели прямые измерения и регистрацию следующих параметров:

- степень отражения светового потока (в процентах): на подкате (C) и на выходе из каждой клетки (C_i);
- режимные параметры процесса прокатки (толщины, скорости, натяжения, усилия прокатки);
- характеристики СОЖ на основе эмульсола «Квэкерол» (число омыления « k », концентрацию, температуру);
- шероховатость подката и рабочих валков.

Используя данные измерений, по математической модели стана рассчитали: коэффициенты трения по клетям (μ), частные обжатия (ϵ), усилия прокатки (P), положения нейтральных сечений (X_i).

Затем с помощью стандартных процедур регрессионного анализа получили регрессионные уравнения в виде зависимостей степени отражения светового потока (C_i) от факторов технологического процесса.

Стандартная программа регрессионного анализа, использованная в работе, предусматривает оценку достоверности регрессионных уравнений с помощью множественного коэффициента детерминации R^2 , оценку значимости влияния каждого фактора и исключение из уравнений малозначимых факторов. Окончательные регрессионные зависимости только от значимых факторов представлены в таблице 3.

Таблица 3

Степень отражения светового потока после каждой клетки (C_i , %) в функции параметров процесса прокатки на 4-клетевом стане «1700»

Номер клетки (i)	Регрессионное уравнение
1	$C_1 = 0,336 k + 0,323 C$
2	$C_2 = 0,353 C_1 + 34,92 X_2$
3	$C_3 = 0,648 C_2 + 19,56 X_3$
4	$C_4 = 0,467 C_3 + 19,81 X_4$

Для всех уравнений, указанных в таблице, множественный коэффициент детерминации R^2 оказался равным 95-98 %, что свидетельствует о достоверности этих зависимостей.

Итоговое регрессионное уравнение для определения чистоты поверхности готовой полосы, объединяющее все 4 уравнения табл. 3, имеет вид:

$$C_4 = 0,036 k + 0,035 C + 10,75 X_2 + 9,13 X_3 + 19,81 X_4.$$

Таким образом, регрессионный анализ показал, что на чистоту поверхности холоднокатаных полос наибольшее влияние оказывают два фактора: чистота поверхности травленого подката и положения нейтральных сечений в очагах деформации рабочих клеток. На основе этих результатов были разработаны оптимизированные режимы прокатки, в которых значения X_i были максимально приближены к 1.

Для проверки эффективности оптимизированных режимов были проведены промышленные испытания на 4- и 5-клетевых станах «1700» ОАО «Северсталь».

В процессе каждого испытания плавку травленых рулонов делили на две части: одну прокатывали по рабочему режиму, соответствующему операционной карте, другую – по оптимизированному режиму; фиксировали параметры режимов прокатки и на двух рулонах каждой части плавки измеряли с помощью отпечатков, снимаемых с полосы, степень отражения светового потока на подкате и готовом холоднокатаном металле (сверху и снизу).

По рулонам, прокатанным на 4-клетевом стане, получили также данные о степени отражения светового потока после отжига в колпаковых печах.

На каждом стане испытания провели на трех плавках, две из которых предназначались для отжига, одна – для оценивания. Сводные результаты измерений чистоты поверхности полос приведены в табл. 4 (4-клетевой стан «1700») и табл. 5 (5-клетевой стан «1700»).

Как видно из таблиц 4 и 5, оптимизированные режимы прокатки существенно улучшили чистоту поверхности полос по сравнению с рабочими режимами:

на 4-клетевом стане «1700» при прокатке происходит загрязнение полосы, в результате на холоднокатаном металле по сравнению с подкатом процент отражения светового потока уменьшается:

- а) на металле, предназначенном на отжиг:
 - при рабочем режиме – на 21,5-24,5 %;
 - при оптимизированном режиме – на 12-13 %, то есть примерно в два раза меньше;

б) на металле, предназначенном на оцинковку:
 - при рабочем режиме – на 9,5 %;
 - при оптимизированном – на 7,5 %, т.е. в 1,3 раза меньше;
 - на 5-клетевом стане «1700» при прокатке может происходить как увеличение, так и уменьше-

ние загрязненности полосы, при этом оптимизированный режим по сравнению с рабочим в 1,9-2,4 раза снижает прирост загрязнения и увеличивает чистоту холоднокатаного металла на величину от 0,5 % до 4,4 % отражения светового потока.

Таблица 4

Сводные результаты измерений чистоты поверхности полос, прокатанных по альтернативным режимам прокатки на 4-клетевом стане «1700»

Марка стали, размеры, назначение металла	Режим прокатки – среднее значение X_i по всем клетям	Данные о чистоте поверхности металла (усредненные по верху и низу, средние для 2 рулонов)						
		Подкат		Прокат		Разница между подкатом и прокатом (С, %)	Отожженный	
		С, %	Балл	С, %	Балл		С, %	Балл
Сталь 08Ю; 2,3/0,7*780 мм на отжиг	Оптимиз. – 0,907	64	3	51	3	-13	90	2
	Рабочий – 0,897	68,5	3	47	3	-21,5	88	2
Сталь 08Ю; 3,0/0,9*1200 мм на отжиг	Оптимиз. – 0,930	53	3	41	4	-12	82	2
	Рабочий – 0,914	63,5	3	41	4	-24,5	67	3
Сталь 1ПС 2,3/0,75*1250 мм на оцинковку	Оптимиз. – 0,937	54,5	3	47	3	-7,5	-	-
	Рабочий – 0,914	61	3	51,5	3	-9,5	-	-

Таблица 5

Сводные результаты измерений чистоты поверхности полос, прокатанных по альтернативным режимам прокатки на 5-клетевом стане «1700»

Марка стали, размеры, назначение металла	Режим прокатки – среднее значение X_i по всем клетям	Данные о чистоте поверхности металла (усредненные по верху и низу, средние для 2 рулонов)					
		Подкат		Прокат		Разница между подкатом и прокатом (С, %)	
		С, %	Балл	С, %	Балл		
Сталь 08ПС; 2,0/0,7*1250 мм на оцинковку	Оптимиз. – 0,906	62,4	3	57,8	3	-4,6	
	Рабочий – 0,878	64,8	3	53,6	3	-11,2	
Сталь 08; 2,5/0,8*1265 мм на отжиг	Оптимиз. – 0,91	56,7	3	59,2	3	+2,5	
	Рабочий – 0,898	69	3	58,7	3	-10,3	
Сталь 08Ю; 3,0/0,9*1335 мм на отжиг	Оптимиз. – 0,923	57,5	3	66,6	3	+9,1	
	Рабочий – 0,91	57,5	3	62,2	3	+4,7	

Для одной из плавок (сталь 08Ю; профилирумер 3,0/0,9*1335 мм), прокатанной на 5-клетевом стане, взяли пробу на загрязненность весовым методом, при котором в отдельности определяется количество жировых и механических загрязнений. Результаты представлены в табл. 6.

Как видно из табл. 6, оптимизированный режим по сравнению с рабочим обеспечил снижение количества жировых загрязнений в 1,11 раза (практически полностью удаляются при отжиге), а механических загрязнений в среднем в 2 раза (не удаляются при отжиге).

Таблица 6

Результаты измерений чистоты поверхности полос, определенные весовым методом

Режим	Жировые загрязнения, мг/м ²	Механические загрязнения, мг/м ²	
		Верх	Низ
Оптимизированный	394	78	104
Рабочий	438	208	156

Таким образом, новая более точная модель очага деформации обеспечила возможность достоверного определения положения нейтрального сечения при холодной прокатке в каждой рабочей клетки. В ходе исследований с использованием новой модели было выявлено, что на чистоту поверхности холоднокатаной полосы влияют два основных фактора: чистота поверхности горячекатаного травленого подката и положение нейтрального сечения в каждой рабочей клетки. Для характеристики очага деформации и положения нейтрального сечения предложен комплексный критерий X_i , чем ближе его значение к 1, тем чище полоса, так как тем большую часть очага деформации занимает зона отставания. Оптимизация

промышленных режимов холодной прокатки на непрерывных станах по критерию $X_i = \max$ с использованием новой модели очага деформации позволила, управляя параметрами процесса прокатки, повысить качество поверхности холоднокатаных полос.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. – М.: Металлургия, 1980. – 320 с.
2. Третьяков А.В., Гарбер Э.А., Давлетбаев Г.И. Расчет и исследование прокатных валков. – М.: Металлургия, 1976. – 256 с.
3. Теория прокатки. Справочник / Целиков А.И., Томленов А.Д., Зюзин В.И. и др. – М.: Металлургия, 1982. – 335 с.
4. Гарбер Э.А., Шадрюнова И.А. Энергосиловые параметры процесса холодной прокатки стальных полос толщиной менее 0,5 мм // Производство проката. – 2002. – № 3. – С. 13-18.
5. Гарбер Э.А., Гончарский А.А., Петров С.В. Определение коэффициента трения при холодной прокатке с эмульсиями // Производство проката. – 2000. – № 12. – С. 2-3.

УДК 621.746.27.047

С.В. Лукин, Ю.А. Калягин, Н.И. Шестаков
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ В РАБОЧЕЙ СТЕНКЕ КРИСТАЛЛИЗАТОРА МАШИН НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК ПРИ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ РАЗЛИВКИ

Тепловые процессы, протекающие в кристаллизаторе машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), влияют на качество сляба, а также на надежность кристаллизатора.

Важной величиной является плотность теплового потока в рабочей стенке кристаллизатора МНЛЗ. Плотность теплового потока в рабочей стенке можно определить экспериментально путем установки термопар, но этот способ довольно трудоемкий и сложный.

Определение полного (интегрального) теплового потока через рабочие стенки кристаллизатора представляет собой гораздо более простую задачу: для этого необходимо измерить температуру ох-

лаждающей воды на входе и на выходе из кристаллизатора и полный расход воды через кристаллизатор. Полный тепловой поток Q зависит от скорости разлива v и геометрических характеристик кристаллизатора.

Покажем, что, зная зависимость $Q(v)$, можно определить плотность теплового потока q через рабочую стенку на различной высоте кристаллизатора. Примем следующее: при стационарном режиме разлива плотность теплового потока q зависит только от времени пребывания сляба в кристаллизаторе τ^* , т.е. $q = q(\tau^*)$. Так как $\tau^* = z/v$, то $q = q(z/v)$. Под q понимаем среднюю на данной

высоте плотность теплового потока; z — координата технологической оси.

Полный тепловой поток определяется так:

$$\begin{aligned} Q(v) &= P \cdot \int_0^H q\left(\frac{z}{v}\right) dz = P \cdot v \cdot \int_0^{H/v} q\left(\frac{z}{v}\right) d\left(\frac{z}{v}\right) = \\ &= P \cdot v \cdot \int_0^{H/v} q(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где H — рабочая высота кристаллизатора, P — периметр кристаллизатора.

Продифференцируем правую и левую части (1) по v :

$$\begin{aligned} \frac{dQ(v)}{dv} &= P \cdot \int_0^{H/v} q(\tau) d\tau + P \cdot v \cdot \frac{d}{dv} \int_0^{H/v} q(\tau) d\tau = \\ &= \frac{Q(v)}{v} - q\left(\frac{H}{v}\right) \cdot \frac{P \cdot H}{v}. \end{aligned}$$

Из этого выражения получим:

$$q\left(\frac{H}{v}\right) = \frac{v}{P \cdot H} \left(\frac{Q(v)}{v} - \frac{dQ(v)}{dv} \right). \quad (2)$$

Обычно зависимость $Q(v)$ можно установить для ограниченного диапазона скоростей: $v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$. Поэтому плотность теплового потока $q(\tau^*)$ определяется данным способом для времен $H/v_{\max} \leq \tau^* \leq H/v_{\min}$. Например, в [1] для сляба сечением $0,25 \times 1,55 \text{ м}^2$ с кристаллизатором рабочей высотой $H \approx 1,1 \text{ м}$ предложена следующая зависимость: $Q(v) = 1,16 + 3,48 \cdot v$ (МВт). Скорость v измерялась в м/мин и изменялась в пределах $0,1 \leq v \leq 0,8 \text{ м/мин}$.

Используя формулу (2), нетрудно получить:

$$q(\tau^*) = \frac{1}{P \cdot H} \approx 0,3 \frac{\text{МВт}}{\text{м}^2} = \text{const}. \quad (3)$$

Формула (3) верна для времен $1,5 \text{ мин} \leq \tau^* \leq 12 \text{ мин}$. Таким образом, начиная с некоторого момента времени, плотность теплового потока стабилизируется на некотором уровне, что подтверждается экспериментальными данными. Например, в [2] плотность теплового потока описывается формулой

$$q(\tau) = a + b \cdot e^{-c\tau},$$

где a, b, c — константы, зависящие от типа кристаллизатора.

Описанным способом невозможно определить q при малых временах τ^* , в частности, при $\tau^* = 0$,

т.е. $q_{\max} = q(0)$ — максимальную плотность теплового потока на уровне мениска. Так как время пребывания в кристаллизаторе равно H/v , поэтому для времен $\tau^* \geq H/v$ формула (3) не верна (сляб выйдет из кристаллизатора).

Рассмотрим теперь нестационарный режим разливки, а именно: скорость разливки изменяется скачком от v_0 до v_1 . При этом тепловой поток через рабочую стенку кристаллизатора начнет изменяться, пока через некоторое время не примет новое значение, соответствующее скорости v_1 .

Введем следующие обозначения: Q_n — полный тепловой поток от поверхности сляба к рабочей поверхности кристаллизатора, Q — тепловой поток от поверхности каналов к охлаждающей воде. При стационарном режиме $Q_n = Q$. При резком изменении скорости разливки тепловой поток Q_n начинает изменяться. Из-за тепловой инерции стенки кристаллизатора поток Q изменяется не сразу, а с некоторым запозданием. Теоретически время переходного режима в кристаллизаторе равно $\tau_{\text{пер}} = H/v_1$, где H — рабочая высота кристаллизатора, v_1 — новая скорость разливки. В конце переходного режима $Q_n = Q(v_1)$ — тепловой поток при новой скорости v_1 .

Примем, что, как и при стационарном режиме, плотность теплового потока от поверхности сляба к рабочей поверхности q_n при нестационарном режиме зависит только от времени пребывания сляба в кристаллизаторе τ^* . Пусть $q_n(\tau^*) = q_n(z/v)$ — плотность теплового потока при стационарном режиме. При резком изменении скорости разливки изменение величины q_n в точке z со временем будет описываться следующими выражениями:

$$\begin{aligned} q_n(z, \tau) &= q\left(\frac{z}{v_0}\right), \quad \tau \leq \tau_0 = 0; \\ q_n(z, \tau) &= q_n\left(\frac{z + \tau(v_0 - v_1)}{v_0}\right), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{\text{пер}} = \frac{z}{v_1}; \\ q_n(z, \tau) &= q_n\left(\frac{z}{v_1}\right), \quad \tau \geq \tau_{\text{пер}} = \frac{z}{v_1}, \end{aligned}$$

где τ — текущее время, отсчитываемое с момента изменения скорости.

Тепловой поток Q_n в зависимости от времени изменяется так:

$$Q_n(\tau) = P \left[\int_0^{\tau v_1} q\left(\frac{z}{v_1}\right) dz + \int_{\tau v_1}^H q\left(\frac{z + \tau(v_0 - v_1)}{v_0}\right) dz \right]. \quad (4)$$

Дифференцирование выражения (4) по времени дает следующее:

$$\frac{dQ_n}{d\tau} = P \cdot (v_1 - v_0) \left[q(\tau) - q \left(\frac{H + \tau(v_3 - v_1)}{v_0} \right) \right]. \quad (5)$$

Например, при $\tau = 0$:

$$\frac{dQ_n}{d\tau} = P \cdot (v_1 - v_0) \left[q(0) - q \left(\frac{H}{v_0} \right) \right],$$

где $q(0) = q_{\max}$ — плотность теплового потока на уровне мениска; $q \left(\frac{H}{v_0} \right) \approx q_{\min}$ — плотность теплового потока на нижней кромке кристаллизатора.

При $\tau = \tau_{\text{пер}} = \frac{H}{v_0}$ получается $\frac{dQ_n}{d\tau} = 0$. При пере-

ходном режиме $Q_n \neq Q$. Явление тепловой инерции как бы стирает важную информацию: по величине Q нельзя судить о локальных тепловых потоках (а именно эта величина измеряется в эксперименте), а по величине Q_n , как следует из (5), можно.

Рассмотрим теперь случай, когда скорость разливки изменяется произвольным образом по зависимости $v(\tau)$, где τ — текущее время. Предположим, что и в данном случае плотность теплового потока от поверхности сляба к рабочей стенке кристаллизатора на уровне z определяется только временем пребывания данного элемента сляба в кристаллизаторе τ^* . Время τ^* будет определяться из интегрального уравнения:

$$\int_{\tau - \tau^*}^{\tau} v(\tau') d\tau' = z.$$

Очевидно, что в общем случае время τ^* будет зависеть от уровня z и от изменения скорости в предыдущие (относительно текущего) моменты времени. Обозначим эту зависимость так:

$$\tau^* = \tau^*(z, \tau).$$

Тогда плотность теплового потока от поверхности сляба на уровне z в момент τ будет выражаться формулой:

$$q_n(z, \tau) = q_n(\tau^*(z, \tau)),$$

где $q_n(\tau^*)$ — плотность теплового потока при стационарном режиме разливки.

Интегральный тепловой поток к рабочей стенке кристаллизатора в текущий момент времени можно рассчитать по формуле:

$$Q_n(\tau) = P \cdot \int_0^H q_n(\tau^*(z, \tau)) dz.$$

Очевидно, что при переходных режимах величины Q_n и Q будут отличаться из-за тепловой инерции рабочей стенки кристаллизатора.

В данной статье исследовались тепловые потоки к рабочей стенке кристаллизатора при стационарных и переходных режимах разливки. Получены формулы, позволяющие теоретически по интегральному тепловому потоку определять локальные тепловые потоки по высоте кристаллизатора, а также формулы, описывающую перестройку интегрального теплового потока при резком изменении скорости разливки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емельянов В.А. Тепловая работа машин непрерывного литья заготовок. — М.: Metallургия, 1988. — 143 с.
2. Краснов В.И. Оптимальное управление режимами непрерывной разливки стали. — М.: Metallургия, 1975. — 312 с.

Ю.А. Калягин, С.В. Сорокин, С.В. Лукин
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ОХЛАЖДЕНИЯ КРИСТАЛЛИЗАТОРОВ СЛЯБОВЫХ МАШИН НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Кристаллизатор является одним из важнейших технологических узлов машины непрерывного

литья заготовок (МНЛЗ), так как в нем происходит формирование оболочки слитка и отводится до

25 % теплоты кристаллизации металла. При производстве крупных слябовых заготовок широкое распространение получили кристаллизаторы с так называемой петлевой системой охлаждения, в которой вода совершает двойной ход (прямоток и противоток), что позволяет примерно в два раза уменьшить расход охладителя при соблюдении требуемой его скорости.

Исследованию расходных характеристик систем охлаждения кристаллизаторов до настоящего времени уделялось мало внимания. В то же время наличие значительного количества аварийных ситуаций (зависаний и прорыва металла под кристаллизатор) и поверхностных трещин в слитке говорит о неудовлетворительных условиях охлаждения в кристаллизаторе, о перегреве некоторых участков рабочих стенок кристаллизатора и об искажении профиля его внутренней полости. Одной из возможных причин этих явлений может быть работа системы охлаждения [1, 2].

В данной работе проведено исследование гидравлических характеристик трёх систем охлаждения петлевого типа. Различие систем охлаждения между собой заключается в том, что в нижней части кристаллизатора первая имеет общий коллектор для всех стенок, а вторая – отдельные коллекторы для каждой широкой и узкой стенки, причем подвод воды осуществляется со стороны прямоточных ветвей широких стенок. Третья система охлаждения имеет общий коллектор в нижней части, но подвод воды является симметричным и осуществляется со стороны узких стенок кристаллизатора.

Системы охлаждения кристаллизатора представляют собой сложные гидравлические сети с многократным разделением и соединением потока охлаждающей жидкости. Основной целью расчётного анализа являлось определение количественных значений расходных характеристик и потерь напора во всех ветвях систем охлаждения, а также оценка влияния на них изменения эксплуатационных и конструктивных параметров. Для этого рассчитаны значения гидравлических сопротивлений всех участков систем охлаждения по результатам анализа технической документации на кристаллизаторы. При их определении все узлы гидравлических сопротивлений идентифицировались со стандартными элементами гидравлических сетей, для

которых имеются справочные данные и расчётные формулы [3]. Основными узлами гидравлических сопротивлений, выявленных в системах охлаждения, являются тройники на разделении потока и его слияния, проходные тройники, колена расширения и сужения потока, раздающие и собирающие коллекторы, выходы на преграду и участки сопротивления трения [4].

По технической документации для проведения расчётного анализа разработаны эквивалентные схемы, учитывающие эти источники гидравлических потерь в указанных системах охлаждения. Путём последовательных преобразований схемы сведены к состоящим из независимых контуров. Так, для первой системы охлаждения полученная расчётная схема приведена на рис. 1. Аналогичные расчётные схемы получены и для двух других систем охлаждения. Потокораспределение в этих схемах описывается системами уравнений первого и второго законов Кирхгофа [5]. Уравнения баланса расходов в узлах (I закон Кирхгофа) запишутся в следующем виде:

$$\sum_{i,k=1}^{R=6} G_{ik} = 0,$$

где $i, k = 1, \dots, R$ – номера узлов, образующих ik -ветвь, входящую в k -й узел, $R = 6$. В раскрытом виде, согласно обозначениям рис. 1, система уравнений запишется в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} 1/2 G_R - G_1 - G_2 &= 0; \\ G_1 - G_2 - G_3 &= 0; \\ G_1 + G_3 - G_6 &= 0; \\ G_3 + G_6 - G_7 &= 0; \\ G_2 - G_3 - G_9 &= 0; \\ G_6 + G_7 - 1/2 G_R &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где G_R – общий расход воды на кристаллизатор.

Уравнения баланса потерь напора в независимых контурах (II закон Кирхгофа):

$$\sum_{i,k=1}^R (h_{ik})_j = 0,$$

где $i, k = 1, \dots, R$ – номера узлов ik – ветвей, входящих в j -контур; $j = 1, 2, 3$ – номер независимого контура.

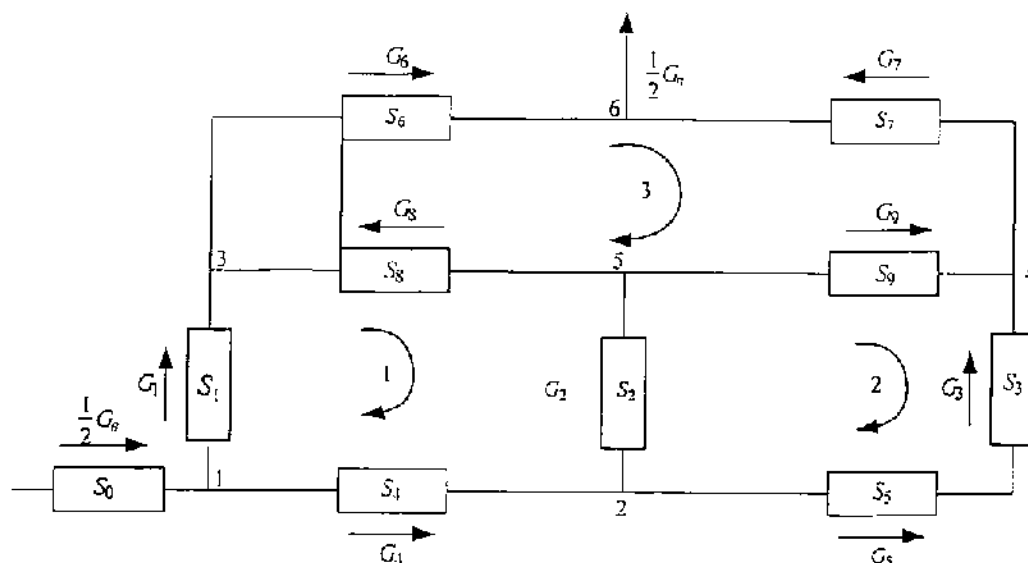


Рис. 1. Расчетная схема

В раскрытом виде система уравнений для схемы, представленной на рис. 1, имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} h_{43} - h_{35} - h_{32} - h_{21} &= 0; \\ h_{25} + h_{34} - h_{42} &= 0; \\ h_{35} - h_{64} - h_{45} - h_{33} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

После определения величин h_{ik} как $h_{ik} = S_{ik} \cdot G_{ik}^2$, где S_{ik} – гидравлические сопротивления рассматриваемых участков (местных сопротивлений) системы охлаждения, уравнения (2) запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} S_1 G_1^2 - S_8 G_8^2 - S_2 G_2^2 - S_4 G_4^2 &= 0; \\ S_2 G_2^2 + S_9 G_9^2 - S_3 G_3^2 - S_5 G_5^2 &= 0; \\ S_6 G_6^2 - S_7 G_7^2 - S_9 G_9^2 - S_8 G_8^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение полученных систем уравнений проведено методом Лобачева – Кросса по схеме уравновешивания напоров в контурах [6].

Результаты расчетов подтверждены экспериментальным измерением расходов воды в узких стенках кристаллизатора в натуральных условиях на промышленной МНЛЗ [7].

Наибольшие потери напора при технологическом расходе воды в $360 \text{ м}^3/\text{ч}$ имеют место в первой системе охлаждения и составляют $37\text{--}43 \text{ м}$, наименьшие – $27\text{--}29 \text{ м}$ – во второй системе охлаждения. Это различие связано с разной траекторией движения жидкости и конструкцией отдельных узлов.

На рис. 2 приведено распределение расходов воды по участкам систем охлаждения. В первой системе охлаждения мини-

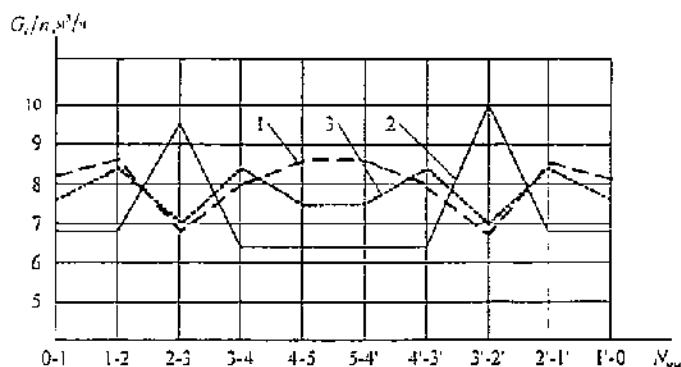
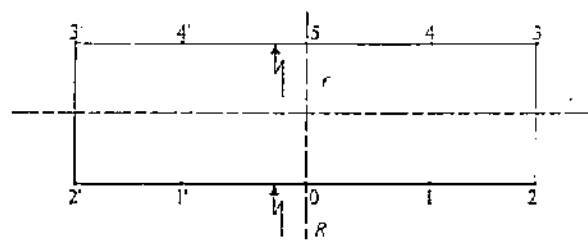


Рис. 2. Распределение расходов воды по ветвям систем охлаждения

мальное водоснабжение имеет место в узких стенках (0,8 – 0,84 от равномерного), максимальное – в боковых группах каналов по большому радиусу кристаллизатора (1,08 – 1,12 от равномерного). Во второй системе охлаждения наибольший расход воды наблюдается в узких стенках (1,32 – 1,36 от равномерного), а наименьший – в широких стенках (0,86 – 0,93 от равномерного) [8]. В третьей системе охлаждения расход воды в прямоточных ветвях широких стенок (края стенок) на 8 % выше, чем в противоточных ветвях (середина стенок), а в узких стенках на 4 % меньше, чем в противоточных ветвях, но охлаждение является симметричным по периметру кристаллизатора.

В результате исследований установлено, что изменением диаметра подводящих патрубков к узким стенкам и уменьшением длины их каналов охлаждения в допускаемых конструкцией пределах нельзя существенно повлиять на перераспределение расходов воды по ветвям систем охлаждения. Увеличение эквивалентной шероховатости в процессе эксплуатации практически не влияет на распределение расходов, но потери напора в кристаллизаторе возрастают на 12 – 14 %.

С учётом полученных данных по расходам воды и результатов физического моделирования тепловых процессов в рабочих стенках кристаллизатора [9] проведена оценка неравномерности температурного поля по периметру кристаллизатора. Установлено, что при существующем распределении воды в первой системе охлаждения имеет место значительный постоянный перепад температур до 28–31 °С по периметру поверхности рабочих стенок и поверхностное закипание воды в каналах на различных участках кристаллизатора даже при условии постоянства плотности теплового потока [4] по его сечению. Это является одной из причин коробления поверхности рабочих стенок и искажения профиля кристаллизатора, а также отложения накипи и снижения коэффициента теплоотдачи в каналах в процессе длительной эксплуатации.

В реальных условиях разливки плотность теплового потока в узких стенках, на которые направлены потоки жидкого металла из разливочного стакана на 10 – 15 % выше, чем в широких [10], что приводит к усилению действия указанных отрицательных факторов.

Расчёты показали, что для компенсации неблагоприятных условий формирования оболочки слитка со стороны узких стенок расход воды в них должен быть на 35 – 45 % выше, чем в широких.

Эти условия, как следует из результатов настоящих исследований, выполняются во второй системе охлаждения. Конструкция первой системы охлаждения является неудовлетворительной.

Полученные данные свидетельствуют о необходимости усовершенствования систем охлаждения кристаллизатора и нераспределения расходов воды в каналах без изменения общего расхода на кристаллизатор путём установки диафрагм различного диаметра в местах входа воды в широкие стенки или перестановки заглушек для изменения числа каналов в прямоточных и противоточных ветвях широких стенок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акименко А.Д., Скворцов А.А., Земсков Г.А.* Исследование гидродинамики водяного охлаждения трёхручьевого кристаллизатора УНРС // *Сталь*. – 1970. – № 2. – С. 126–128.
2. *Куклев А.В., Тиняков В.В., Данилов В.Л., Зарубин С.В.* Оптимизация гидравлических характеристик и тепловой работы слябового кристаллизатора для скоростной непрерывной разливки стали // *Металлург*. – 2001. – № 1. – С. 41–43.
3. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М: Машиностроение, 1975. – 559 с.
4. *Калягин Ю.А., Сорокин С.В.* Анализ гидравлических и тепловых характеристик кристаллизатора криволинейной МНЛЗ ЧерМК. – Вологда, 1989. – 20 с. – Деп. в Черметинформации, №2Д/5166.
5. *Сумароков С.В.* Математическое моделирование систем водоснабжения. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1983. – 168 с.
6. *Абрамов Н.Н.* Теория и методика расчета систем подачи и распределения воды. – М.: Стройиздат, 1972. – 288 с.
7. *Калягин Ю.А., Сорокин С.В.* Промышленные исследования петлевой системы охлаждения кристаллизатора слябовой МНЛЗ ЧерМК. – Вологда. – 1988. – 7 с. – Деп. в Черметинформации, № 2Д/4865.
8. *Калягин Ю.А., Сорокин С.В.* Исследование систем охлаждения кристаллизаторов слябовых машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) // *Процессы разливки, модифицирования и кристаллизации стали и сплавов*. – Ч. 2. – XI Всесоюзная конференция по проблемам слитка. – Волгоград, 1990. – С. 55–56.
9. *Калягин Ю.А., Сорокин С.В.* Исследование теплообмена в каналах охлаждения кристаллизатора МНЛЗ. – Вологда, 1987. – 24 с. – Деп. в Черметинформации, № 4364-4М.
10. *Сорокин С.В., Калягин Ю.А.* Экспериментальные исследования тепловых потоков в кристаллизаторе слябовой МНЛЗ. – Вологда, 1986. – 15 с. – Деп. в Черметинформации, № 3Д/3519.

11. Сорокин С.В., Калягин Ю.А. Влияние технологических факторов на теплообмен в кристаллизаторе МНЛЗ // Теплотехнология непрерывной разливки стали

и горячей листовой прокатки.— Вып. 3. — Материалы международной конференции, г. Вологда 4-8 июня 1991. — Вологда, 1991. — С 17-21.

УДК 669.02/09

А.М. Ламухин, Н.И. Шестаков, Ю.А. Калягин
Кафедра теплотехники и гидравлики (ЧГУ)

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ТЕПЛООБМЕНА В СЛЯБОВОЙ ЗАГОТОВКЕ ПРИ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗЛИВКЕ СТАЛИ

Температурное поле слябовой заготовки по аналогии [1] опишем системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \theta_1(X, Fo_1)}{\partial Fo_1} = \frac{\partial^2 \theta_1(X, Fo_1)}{\partial X^2}, \quad Fo_1 > 0; \quad 0 < X < \varepsilon; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_2(X, Fo_2)}{\partial Fo_2} = \frac{\partial^2 \theta_2(X, Fo_2)}{\partial X^2}, \quad Fo_2 > 0; \quad \varepsilon < X < 1; \quad (2)$$

$$\theta_1(\varepsilon, Fo_1) = \theta_2(\varepsilon, Fo_2) = 1; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_1(1, Fo_1)}{\partial X} = \frac{\partial \theta_2(1, Fo_2)}{\partial X} = 0; \quad (4)$$

$$\theta_2(X, 0) = \theta_0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_1(0, Fo_1)}{\partial X} = Bi \cdot [\theta(0, Fo_1) - 1], \quad (6)$$

где θ – безразмерная температура; X – безразмерная координата; Fo – число Фурье; ε – безразмерная толщина твёрдой фазы; Bi – критерий Био. Индекс 1 соответствует твёрдой фазе, а индекс 2 – жидкому металлу.

Входящие (1) – (6) величины определяются из соотношений:

$$\theta_1(X, Fo_1) = \frac{T_1(x, \tau) - T_n}{T_k - T_n};$$

$$\theta_2(X, Fo_2) = \frac{T_2(x, \tau) - T_n}{T_k - T_n};$$

$$Fo_1 = \frac{a_1 \tau}{\delta^2}; \quad Fo_2 = \frac{a_2 \tau}{\delta^2}; \quad X = \frac{x}{\delta}; \quad Bi = \frac{\delta}{R \lambda_1};$$

$$\varepsilon = \xi / \delta,$$

где T' – температура металла; T_s – температура охлаждающей воды в кристаллизаторе; T_k – температура кристаллизации металла; α – коэффициент температуропроводности; τ – время; δ – половина толщины слябовой заготовки; λ – коэффициент теплопроводности; R – термическое сопротивление тепловому потоку на участке от поверхности слитка к охлаждающей воде; ξ – толщина твёрдой среды.

На границе фаз справедливо дифференциальное уравнение теплового баланса:

$$\frac{\partial \theta_1(\varepsilon, Fo_1)}{\partial X} - \varphi \frac{\partial \theta_2(\varepsilon, Fo_2)}{\partial X} = Ko \frac{d\varepsilon}{dFo}, \quad (7)$$

где φ – относительный коэффициент теплопроводности; $Ko = r / (T_k - T_s) C_1$ – критерий Коссовича; r – удельная теплота кристаллизации; C – удельная массовая теплоёмкость.

Систему (1) – (7) решим методом смещения координат [2]. В результате получим:

$$\theta_1(X, Fo_1) = \gamma_1 \operatorname{erf} \frac{1}{2 \sqrt{Fo_1}}; \quad (8)$$

$$\theta_2(X, Fo_2) = \gamma_2 \operatorname{erf} \frac{1}{2 \sqrt{Fo_2}}; \quad (9)$$

$$X = \frac{x - x_0}{\delta}; \quad Fo_1 = \frac{a_1 (\tau + \tau_0)}{(\delta + x_0)^2};$$

$$Fo_{-2} = \frac{a_2 (\tau + \tau_0)}{(\delta + x_0)^2};$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\operatorname{erf} \frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}}; \quad \gamma_2 = \frac{1}{\operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}},$$

где x_0, δ_0 – поправочные коэффициенты, связанные с расчётным смещением координат; γ_1, γ_2 – безразмерные коэффициенты интенсивности кристаллизации; β – коэффициент роста твёрдой фазы; $\operatorname{erf}(u)$ – функция ошибок Гаусса [3]; $\operatorname{erfc}(u) = 1 - \operatorname{erf}(u)$.

Параметр β в системах (8) и (9) определится из характеристического уравнения:

$$Ko_{-1} \gamma_1 - Ko_{-2} \gamma_2 = 1. \quad (10)$$

Безразмерные комплексы в (10) выражаются формулами:

$$Ko_{-1} = \frac{2\lambda_1(T_K - T_B)}{r \rho_1 k \beta \sqrt{\pi a_1}}; \quad Ko_{-2} = \frac{2\lambda_2(T_K - T_B)}{r \rho_2 k \beta \sqrt{\pi a_2}},$$

где Ko_{-1}, Ko_{-2} – модифицированный критерий Коссовича для твёрдой фазы и жидкого металла [4]; $k = \rho_2 / \rho_1$ – коэффициент расширения.

Параметры x_0, τ_0 найдутся из условий: $Bi_1 = 1$; $Fo_{-2} = 1$, где $Bi_1 = x_0 / (R \lambda_1)$ – модифицированный критерий Био; $Fo_{-2} = a_1 \tau_0 / \delta^2$ – модифицированное число Фурье нулевого порядка.

Уравнения (8)–(10) представляют собой аналитическое решение поставленной задачи. Полученные расчётные зависимости могут быть использованы при расчёте температурного поля металла и толщины твёрдой фазы как на установившихся, так и на переходных режимах разливки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ныков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 559 с.
2. Шестаков Н.И. Тепловые процессы при непрерывной разливке стали. – М.: Черметинформация, 1992. – 268 с.
3. Янке Е., Эмде Ф., Лёви Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1968. – 344 с.
4. Шестаков Н.И., Ламухин А.М., Калягин Ю.А., Лепехин А.А. Аналитическое решение двухфазной задачи Стефана для условий кристаллизатора машины непрерывного литья заготовок // Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах: Материалы III Междунар. науч. конф. – Череповец: ЧГУ, 2002. – С. 125 – 127.

ХИМИЯ И ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

УДК 661.152*1:658.5.012.14

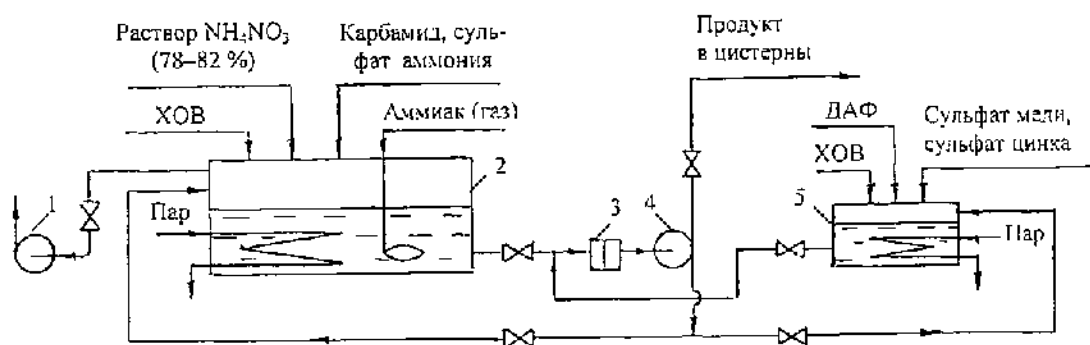
Л.В. Кузнецов, Н.Г. Жаворонкова, А.М. Ананьин
Кафедра химических технологий и оборудования (ЧГУ);
ОАО „Череповецкий „Азот“

ПРОИЗВОДСТВО ОПЫТНО-ПРОМЫШЛЕННЫХ ПАРТИЙ ЖИДКИХ АЗОТНЫХ УДОБРЕНИЙ

Жидкие удобрения обладают рядом преимуществ перед твердыми удобрениями [1, 2]. Одним из важных достоинств жидких удобрений является возможность совмещения с ними микроудобрений и ингибиторов нитрификации.

В ОАО „Череповецкий „Азот“ для производства опытно-промышленных партий жидких азотных удобрений использовалась

установка периодического действия (см. рисунок), изготовленная по проекту ПКО объединения. Основным аппаратом установки является толстостенная горизонтально расположенная емкость 2 из стали марки Ст. 20 объемом 100 м³. Установка включала в себя четыре такие емкости бывшего склада аммиака, обвязанные параллельно и последовательно.



1 – вакуум-насос; 2 – технологические и складские емкости (по 100 м³); 3 – сетчатый фильтр; 4 – циркуляционный насос; 5 – емкость ингибитора коррозии и микроэлементов (2,5 м³)

Для приготовления удобрений разных марок использовались твердые, жидкие и газообразные компоненты. Химически очищенная вода (ХОВ), горячий раствор нитрата аммония (78–82 % NH_4NO_3) и газообразный аммиак отбирались на установку из заводских трубопроводов. От сторонних поставщиков поступали гранулированные карбамид, диаммонийфосфат (ДАФ), кристаллические сульфат аммония, сульфаты меди и цинка. Подача карбамида (из вагона), сульфата аммония (из поддона) и ДАФ (из контейнера) осуществлялась пневмотранспортом, при этом движущей силой служил вакуум (~0,09 МПа), создаваемый в емкости вакуум-насосом 1. Опорожнение вагона с карбамидом (60 т) происходило за 3–4 ч при включенном вакуум-насосе. Тепло, необходимое для повышения скорости растворения сыпучих компонентов в емкостях 2 и 5, обеспечивалось паром при давлении 0,6 МПа. После загрузки всех компонентов продукт нужного состава получался через 5–8 ч непрерывной циркуляции раствора насосом 4 (производительность 70 м³/ч) через технологические емкости 2. Этот насос применялся и для закачки продукта потребителю из складских емкостей 2 в железнодорожные или автомобильные цистерны.

Для замера уровня растворов в емкостях 2 ис-

пользовались поплавковые уровнемеры. Качество промежуточных и производственных растворов устанавливалось из анализа проб на плотность и химический состав [3–6]. Дозировка воды и рабочих растворов в базовый раствор осуществлялась по тарифовочной таблице емкости 2. Масса добавляемых недостающих компонентов рассчитывалась по правилу рычага с использованием диаграммы Розебома «состав – свойство» для системы «карбамид – нитрат аммония – вода» [2].

На установке в течение весенне-летнего сезона (с апреля по июль) три года производили семь марок удобрений согласно заранее разработанным техническим условиям [3–6]. Были получены как традиционные растворы КАС (КАС-28, КАС-30), так и растворы новых марок, неизвестные в мировой практике – КСА и КСААС. Последние рецептуры, разработанные учеными из г. Иваново [4, 5], включают в себя сульфат аммония, сера которого является ценным элементом для ряда почв. Химический состав всех наработанных удобрений и их общая масса по маркам (за три сезона) приведены в табл. 1. Из табл. 1 следует, что всего произведено 4033 т удобрений, из них 2002 т – с микроэлементами (медью и цинком). Такой объем выпуска растворов КАС с микроэлементами для отечественной азотной промышленности неизвестен.

Таблица 1

Ассортимент жидких азотных удобрений, их масса и химический состав

Марка	Общая масса, т	Азот общий, %	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$, %	NH_4NO_3 , %	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$, %	$\frac{\text{CO}(\text{NH}_2)_2}{\text{NH}_4\text{NO}_3}$	P_2O_5 , %	NH_3 , %
КСА	353	18,4–18,5	30,0–30,3	–	20,1–20,3	–	0,20–0,22	0,11–0,15
КСААС	213	19,2–19,6	29,1–29,3	6,7–7,7	15,3–16,0	–	0,21–0,28	0,17–0,22
КАС-28	67	27,6–28,2	30,4–31,5	39,2–40,4	–	0,77–0,80	0,21–0,26	0,10–0,11
КАС-30	1398	29,1–30,6	31,7–33,2	40,7–42,4	–	0,75–0,82	0,20–0,29	0,09–0,15
КАС-30, Cu	260	29,7–29,9	31,7–32,5	40,8–42,4	–	0,75–0,80	0,20–0,22	0,10–0,20
КАС-30, Zn	172	29,5–29,9	31,8–32,6	40,5–40,8	–	0,78–0,80	0,20–0,28	0,28–0,46
КАС-30, Cu, Zn	1570	29,4–29,9	31,7–32,8	40,6–42,0	–	0,75–0,82	0,20–0,30	0,18–0,40

Примечание. Массовая доля меди в удобрениях марки КАС-30, Cu составила 0,029–0,041 %, а в удобрениях марки КАС-30, Cu, Zn – 0,023–0,047 %. Массовая доля цинка в удобрениях марки КАС-30, Zn составила 0,016–0,027 %, а в удобрениях марки КАС-30 Cu, Zn – 0,017–0,036 %.

Лаборатория жидких удобрений и агрохимии ОАО „Череповецкий „Азот“ ежегодно принимала заявки на продукцию опытно-промышленной установки будущего сезона, планировала ассортимент, объемы и график производства, поставку сырья. Из табл. 2 следует, что жидкие удобрения применялись в четырех областях и Краснодарском крае. Постепенное наращивание объема выпуска удобрений на установке с одновременным усложнением ассортимента свидетельствует как о накоплении опыта у производителей, так и о возраста-

Для предприятия-производителя выпуск опытно-промышленных партий жидких азотных удобрений также оказался эффективным: рентабельность составила 13 – 16 %.

На основании достигнутых положительных результатов и благодаря пуску в эксплуатацию в Череповце производства карбамида можно считать, что в ОАО „Череповецкий „Азот“ имеются благоприятные предпосылки к выпуску и реализации нового вида продукции – жидких азотных удобрений.

Таблица 2

Потребители жидких азотных удобрений и динамика их производства (в тоннах) в трехлетний период

Район, область	Первый сезон	Второй сезон			Третий сезон	
	КАС-30 (КСА)	КСААС	КАС-30 (КАС-28)	КАС-30. Су. (КАС-30. Zn)	КАС-30. Су. (КАС-30. Zn)	КАС-30. Су. Zn
Грязовешский р-н	232	4	118 (28)	117	-	174
Устюженский р-н	-	17	144 (34)	9 (17)	17 (40)	278
Череповецкий р-н	-	-	36 (5)	-	-	194
Кирилловский р-н	-	-	-	-	-	41
Ярославская обл.	184	-	420	-	60	645
Ивановская обл.	(353)	192	154	-	-	-
Костромская обл.	-	-	-	-	57	238
Краснодарский край	-	-	110	-	(115)	-
Всего	769		1405			1859

нии интереса к жидким удобрениям у потребителей. Так, в Устюженском районе Вологодской области, насчитывавшем 16 хозяйств, жидкие удобрения были опробованы в восьми хозяйствах. При этом благодаря внесению раствора КАС-30 был получен урожай ячменя сортов «Гарри» и «Отра» 32 – 33 ц/га, урожай овса – 35 ц/га. В Череповецком районе жидкие удобрения активно использовало хозяйство «Нелазское». Известно также, что подробные испытания удобрений марок КСА и КСААС в хозяйствах Ивановской области принесли большой экономический эффект. В целом следует отметить, что от всех потребителей жидких азотных удобрений были получены положительные отзывы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

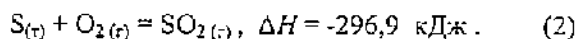
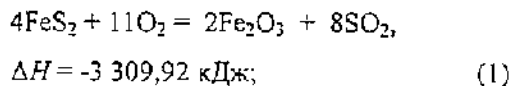
1. *Алейное Д.П., Стрижевский И.И.* Растворы, содержащие карбамид и селитру, - новое высокоэффективное удобрение // Журн. Всесоюзного хим. общества им. Д.И. Менделеева. – 1983. – Т. XXVIII. – № 4. – С. 419–426.
2. *Позин М.Е.* Технология минеральных удобрений. – Л.: Химия, 1989. – 352 с.
3. ТУ 113-03-629-90. Удобрения жидкие азотные (КАС). Технические условия.
4. ТУ 113-03-41-14-89. Удобрения жидкие азотные (КСА). Технические условия.
5. ТУ 113-03-41-17-90. Удобрения жидкие азотные (КСААС). Технические условия.
6. ТУ 113-03-0203775-22-91. Удобрения жидкие азотные с микроэлементами (КАС МЭ). Технические условия.

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ОКИСЛЕНИЯ СЛОЖНОЙ ШИХТЫ В ПРОИЗВОДСТВЕ СЕРНОЙ КИСЛОТЫ

В печах обжига серного колчедана КС-450 успешно окисляется смешанная шихта, состоящая из серного колчедана и серы. В ОАО «Аммофос» на протяжении нескольких последних лет доля серы в шихте составляла 0,2÷0,5 от общей массы шихты. Основными технологическими достоинствами от замены части колчедана на серу являются получение более чистого обжигового газа и сокращение массы огарка, являющегося крупнотоннажным отходом [1].

Нами разработана методика, позволяющая на базе материального и теплового балансов рассчитать важнейшие технологические и энергетические показатели процесса окисления сложной шихты в печи КС-450 с использованием воздушного дутья. В качестве исходных варьируемых параметров приняты: отношение массы серы в шихте к массе влажного колчедана в шихте, x ; массовая доля влаги в серном колчедане C_{H_2O} , %; массовая доля серы в сухом колчедане C_S , %; массовая доля серы в огарке C'_S , %; объемная доля SO_2 в сухом обжиговом газе C_{SO_2} , %; массовая доля примесей в сере $C_{пр}$, %; температура колчедана (t_k), серы (t_s), воздуха (t_B), подаваемых в печь, °С; доля крупного огарка, удаляемого через спускную трубу печи γ , % от всего огарка; температура в зоне кипящего слоя печи $t_{КС}$, °С; температура газопылевой смеси на выходе из печи t , °С.

Термохимические уравнения реакций горения пирита и серы приняты следующие:



При расчете физического тепла потоков средняя теплоемкость газообразных и твердых компонентов определялась согласно данным [2, 3].

Для выполнения расчетов на ЭВМ по алгоритму, составленному для данной методики, исполь-

зуются возможности пакета Microsoft Excel 2000.

Выведена формула (3) для расчета степени использования в реакции (1) пирита, подаваемого с колчеданом, x , доли ед. Получены формулы (4) и (5) для расчета следующих масс, приходящихся на 1 т производной серной кислоты: g_k – масса влажного колчедана в смешанной шихте, кг/т; $g_{ог}$ – масса огарка, кг/т.

$$x = \frac{C_S - C'_S}{C_S(1 - 0,006\,257\,C'_S)}, \quad (3)$$

$$g_k = \frac{65\,576,335}{0,019981C_S(100 - C_{H_2O})x + 1,99813n(100 - C_{пр})}, \quad (4)$$

$$g_{ог} = \frac{(100 - C_{H_2O})(1 - 0,006\,257\,C'_S)g_k}{100(1 - 0,006\,257\,C'_S)}. \quad (5)$$

При выводе (3)–(5) учтено, что один печной агрегат обеспечивает производительность в 180 000 т H_2SO_4 в год; количество рабочих суток в году – 320, степень переработки SO_2 в H_2SO_4 – 0,996.

В программе расчета предусмотрено также определение показателей, соответствующих часовой и суточной производительности агрегата.

В качестве примера приведены результаты расчета (таблица) технологических и энергетических показателей процесса окисления сложной шихты при разной доле серы в шихте (0 ÷ 0,75) для следующих исходных данных:

$$n = 0 \div 3; \quad C_{H_2O} = 6 \%; \quad C_S = 45 \%; \quad C'_S = 0,8 \%;$$

$$C_{SO_2} = 14 \%; \quad C_{пр} = 0 \%; \quad t_k = t_s = t_B = 20 \%;$$

относительная влажность воздуха при 20 °С – 90 %; объемная доля в сухом воздухе, %: O_2 – 21, N_2 – 79; $\gamma = 10 \%$; $t_{КС} = 750$ °С; $t = 850$ °С; потери тепла в окружающее пространство – 2,5 % от поступающего тепла.

Расчетные показатели процесса окисления смешанной шихты в печи КС-450 (на 1 т H₂SO₄)

Показатель	Массовая доля серы в шихте			
	0	0,25	0,50	0,75
Массовое отношение серы к влажному колчедану	0	0,333	1,000	3,000
Масса влажного колчедана в шихте, кг	785,9	437,1	231,5	96,0
Масса серы в шихте, кг	0	145,7	231,5	288,1
Масса шихты, кг	785,9	582,8	463,0	384,1
Масса влажного воздуха, кг	2208,7	2158,9	2129,5	2110,2
Объем влажного воздуха, м ³	1728,3	1689,3	1666,3	1651,1
Объем диоксида серы в обжиговом газе, м ³	224,1	224,1	224,1	224,1
Объем обжигового газа, м ³	1695,7	1668,8	1653,0	1642,6
Масса огарка, кг	533,4	296,6	157,1	65,2
Масса серы, теряемой с огарком, кг	4,27	2,37	1,26	0,52
Общий приход тепла в печь, МДж	4365,5	3828,6	3512,3	3303,8
Тепло, выделяющееся при сгорании колчедана, МДж	4235,3	2355,2	1247,6	517,5
Тепло, выделяющееся при сгорании серы, МДж	0	1349,2	2144,0	2667,9
Тепло, затрачиваемое на испарение влаги колчедана, МДж	115,0	63,9	33,9	14,0
Физическое тепло газопылевой смеси на выходе из печи, МДж	2568,9	2361,8	2239,7	2159,3
Тепло, отводимое насыщенным и перегретым паром из кипящего слоя, МДж	1535,6	1286,7	1140,0	1043,3

Для реального производственного интервала доли серы в сложной шихте (от 0 до ~ 0,6) можно отметить, что при замене колчедана на серу существенно снижается нагрузка на печь по сложной шихте – в 1,8 раз, по массе огарка – в 4,6 раз. Общая тепловая нагрузка сокращается в 1,26 раз, физическое тепло газопылевой смеси на выходе из печи (нагрузка на котел-утилизатор) снижается в 1,16 раз.

Результаты расчетов показателей окисления сложной шихты можно использовать при планировании и организации производства, оптимизации технологического процесса, поиске путей снижения себестоимости продукции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев Б.Т., Отвагина М.И. Технология серной кислоты. – М.: Химия, 1985. – 384 с.
2. Трибиток Н.В., Кузнецов Л.В. Аппроксимация зависимостей средней теплоемкости газов от температуры // Энергосбережение в теплоэнергетических системах: Материалы Междунар. науч.-техн. конф., Вологда, 24–26 апреля 2001 г. – Вологда, 2001. – С. 81 - 83.
3. Краткий справочник физико-химических величин / Под ред. А.А. Равделя и А. М. Пономаревой. – Л.: Химия, 1983. – 232 с.

УДК 661.25:658.5

Н.Б. Соколова, Л.В. Кузнецов
Кафедра химических технологий и оборудования (ЧГУ), кафедра экономики (ЧГУ)

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАТРАТ НА СЫРЬЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СЛОЖНОЙ ШИХТЫ В ПРОИЗВОДСТВЕ СЕРНОЙ КИСЛОТЫ

Серноокислотная система ДК – ДА на колчедане мощностью 360 тыс. тонн в год является важным объектом технико-экономической оптимиза-

ции [1]. Доля затрат на сырье в себестоимости серной кислоты в ОАО «Аммофос» составляет 48 + 55 %, поэтому совершенствование сырьевой

базы может привести к существенной экономии. Уже при частичной замене колчедана на серу резко снижаются концентрации фтора и мышьяка в обжиговых и очищенных газах, отравляющих дорогостоящий катализатор окисления диоксида серы в триоксид серы. Повышение чистоты циркулирующих растворов, а также кислот, передаваемых в производство фосфорной кислоты, в итоге дает немалый экономический эффект. Сокращение массы крупнотоннажного отхода – огарка [2] приводит к уменьшению суммы нормативных отчислений предприятием за размещение отходов [3, 4]. Одновременно снижаются затраты на гидроудаление огарка в отвал и улучшается экологическая обстановка.

Вместе с тем сера в 11 ÷ 17 раз дороже серного колчедана (табл. 1), а транспортные расходы на сырье зависят от удаленности потребителя от поставщика и вида транспорта. Для ОАО «Аммофос» доставка серного колчедана обходится в 17 ÷ 34 раза дороже доставки серы.

В ОАО «Аммофос» для получения сернистого газа используется смешанная шихта (колчедан + сера) с массовой долей серы 0,2 ÷ 0,5. Значительное различие в ценах и транспортных расходах на колчедан и серу, постоянная их динамика требуют учета экономических факторов при составлении шихты. При замене части колчедана на серу благоприятствующими факторами являются сокращение общей массы шихты (ввиду различной сте-

хиометрии реакций окисления пирита и серы [2]), снижение общих затрат на колчедан (в основном за счет экономии на транспортных расходах). Отказу от колчедана способствует сокращение массы огарка и, как следствие, суммы платы за огарок. В противоположную сторону действует фактор повышения общих расходов на серу, в основном, вследствие дороговизны самой серы.

Таблица 1
Интервалы цен и транспортных расходов на сырье за год и среднегодовые значения (на 1 т сырья)

Сырье	Интервал	Среднегодовое значение
Цена на серный колчедан (45 %), руб.	36 ÷ 66	44,5
Транспортные расходы на серный колчедан, руб.	174 ÷ 228	200,5
Цена на серу, руб.	360 ÷ 701	645,9
Транспортные расходы на серу, руб.	6,3 ÷ 10,8	7,30

В экономическом анализе за основу были взяты данные фактической себестоимости серной кислоты (на 1 т моногидрата) по месяцам одного и того же года. По расходным коэффициентам на колчедан и серу рассчитаны масса смешанной шихты и доля серы в шихте. В табл. 2 данные расположены в порядке возрастания доли серы в

Таблица 2

Влияние состава смешанной шихты на некоторые затратные статьи производственной себестоимости (на 1 т моногидрата)

Месяц	Массовая доля серы в шихте	Масса шихты, кг	Производственная себестоимость серной кислоты, руб.	Доля общих затрат в производственной себестоимости, %		
				на колчедан	на серу	на транспортировку
Апрель	0,212	0,606	373,6	30,5	24,0	25,6
Март	0,254	0,582	354,2	29,8	23,7	25,5
Январь	0,301	0,558	330,0	24,8	28,9	20,9
Май	0,301	0,558	400,8	22,2	29,8	18,7
Июнь	0,301	0,558	374,2	23,5	27,8	19,7
Июль	0,301	0,558	408,6	21,3	26,9	17,7
Декабрь	0,301	0,558	437,7	20,4	31,5	16,1
Февраль	0,358	0,531	343,2	23,8	31,4	20,5
Август	0,363	0,529	412,3	19,3	31,0	16,4
Ноябрь	0,386	0,518	424,8	21,0	32,5	16,6
Сентябрь	0,494	0,476	433,9	14,3	36,8	12,2
Октябрь	0,494	0,476	419,1	15,2	38,6	12,8
Коэффициент корреляции		-0,997	0,510	-0,895	0,949	-0,869

положены в порядке возрастания доли серы в шихте (от 0,212 до 0,494).

Из приведенных данных следует существование зависимостей массы шихты, доли общих затрат на колчедан, на серу и на транспортировку сырья в производственной себестоимости от доли серы в шихте. Теснота взаимосвязи каждой пары факторов установлена на основании статистического анализа [5], при этом абсолютная величина коэффициента корреляции оказалась в пределах 0,869 – 0,997.

Для исключения влияния инфляции фактическая себестоимость продукции была пересчитана на сопоставимые (среднегодовые) цены. При этом установлена тесная зависимость общих затрат на сырье от доли серы в шихте и получено следующее уравнение, для которого коэффициент детерминации составляет $R^2 = 0,9978$:

$$y = 193,38 + 39,034 \cdot x,$$

где y – общие затраты на сырье в сопоставимых ценах, руб./т моногидрата; x – доля серы в шихте (от 0,254 до 0,494).

Проанализировано влияние величины массовой доли серы в шихте в интервале $0 + 0,75$ на ряд

экономических показателей (табл. 3). При этом сопутствующие расчеты технологических параметров выполнены по методике определения показателей процесса окисления сложной шихты [2]. Величина платы за огарок рассчитывалась из уравнения [3]:

$$S = g_{ог} \cdot k \cdot n,$$

где S – сумма платежей за огарок, руб.; $g_{ог}$ – масса размещаемого в отвале огарка, т; k – коэффициент индексации платы за загрязнение окружающей природной среды, размещение отходов и другие виды вредного воздействия; n – базовый норматив платы, руб./т.

Учтено, что величина отношения цены на серу к цене на серный колчедан $Ц_s / Ц_{ск}$ (с включением транспортных расходов) должна накладываться на влияние фактора состава шихты. Поэтому были установлены зависимости экономических показателей от состава шихты и отношения цен для нескольких месяцев (январь, май, декабрь), соответствующих интервалу $Ц_s / Ц_{ск}$ от 2,38 до 3,12 (согласно данным фактической калькуляции).

Таблица 3

Влияние состава смешанной шихты и отношения цен на компоненты шихты на технологические и экономические показатели (на 1 т моногидрата)

Показатель	$Ц_s / Ц_{ск}$	Массовая доля серы в шихте			
		0	0,25	0,50	0,75
Масса колчедана в шихте, т	—	0,7859	0,4371	0,2315	0,0960
Масса серы в шихте, т	—	0	0,1437	0,2315	0,2881
Масса шихты, т	—	0,7859	0,5828	0,4630	0,3841
Масса огарка, кг	—	533,4	296,6	157,1	65,18
Плата за огарок, руб.	—	51,21	28,48	15,08	6,26
Производственная себестоимость серной кислоты, руб.	2,38	460,6	437,4	423,7	414,7
	2,70	347,8	334,6	326,8	321,7
	3,12	398,2	399,7	400,6	401,2
Доля общих затрат на колчедан в производственной себестоимости, %	2,38	50,2	29,4	16,1	6,81
	2,70	47,5	27,5	14,9	6,28
	3,12	45,0	25,0	13,2	5,46
Доля общих затрат на серу в производственной себестоимости, %	2,38	0	23,3	38,2	48,6
	2,70	0	24,7	40,2	50,8
	3,12	0	25,9	41,1	51,1
Доля транспортных расходов на доставку колчедана и серы в производственной себестоимости, %	2,38	38,9	23,0	12,8	5,77
	2,70	39,3	23,0	12,8	5,82
	3,12	36,9	20,9	11,4	5,25
Доля платы за огарок в производственной себестоимости, %	2,38	11,11	6,51	3,56	1,51
	2,70	14,72	8,51	4,61	1,95
	3,12	13,08	7,24	3,83	1,59

Из данных табл. 3 следует, что в реальном производственном интервале доли серы в шихте ($0 \div 0,6$) замена колчедана на серу приводит к сокращению доли затрат на колчедан в себестоимости в $4,1 \div 4,5$ раз, но при этом доля затрат на серу повышается от 0 до $42 \div 45$ %. В указанных издержках проявляется влияние величины $C_S / C_{СК}$: обратное – для расходов на колчедан, прямое – для издержек на серу. Доля транспортных расходов на сырье падает в $3,9 \div 4,2$ раза. Производственная себестоимость серной кислоты в интервале $C_S / C_{СК}$ от 2,38 до 2,93 при увеличении доли серы в шихте понижается (при прочих равных значениях затрат в калькуляции продукта) – тем сильнее, чем меньше отношение цены на серу к цене на колчедан (рис. 1). При $C_S / C_{СК} = 3,12$ наблюдается небольшое повышение себестоимости по мере увеличения доли серы в шихте.

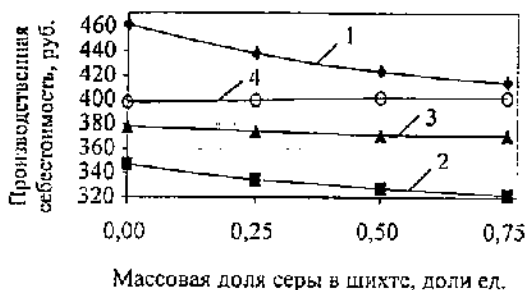


Рис. 1. Зависимость производственной себестоимости от массовой доли серы в шихте при $C_S / C_{СК} = 2,38-3,12$: 1 – $C_S / C_{СК} = 2,38$; 2 – $C_S / C_{СК} = 2,7$; 3 – $C_S / C_{СК} = 2,93$; 4 – $C_S / C_{СК} = 3,12$

Из такого изменения характера зависимости можно заключить, что по мере постепенного увеличения разницы в ценах на серу и колчедан экономия за счет сокращения издержек на колчедан и платы за огарок при определенном значении $C_S / C_{СК}$ перестает компенсировать расходы на серу. Для определения этого отношения цен на рис. 2 по методу наименьших квадратов построена зависимость относительного изменения производственной себестоимости от $C_S / C_{СК}$, из которой следует, что в анализируемых условиях такое значение $C_S / C_{СК}$ равно 3,07. Таким образом, ве-

личина $C_S / C_{СК}$ может рассматриваться как критерий целесообразности использования смешанной шихты вместо колчедана. Но с учетом комплекса достоинств, которым обладает чистый сернистый

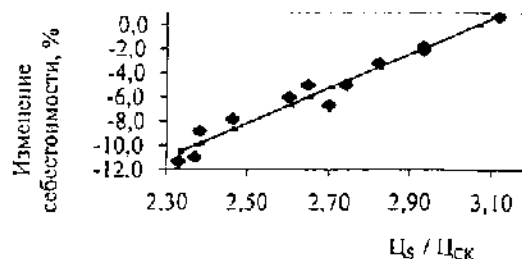


Рис. 2. Зависимость относительного изменения производственной себестоимости (при доле серы в шихте 0,6) от величины $C_S / C_{СК}$

газ, может оказаться оправданным применение смешанной шихты и в условиях повышенной величины $C_S / C_{СК}$ и, соответственно, некоторого увеличения себестоимости продукта по сравнению с базовым вариантом (использование только серного колчедана).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев Б.Т., Отавагина М.И. Технология серной кислоты. – М.: Химия, 1985. – 384 с.
2. Кузнецов Л.В., Соколова Н.Б. Расчет показателей процесса окисления сложной шихты в производстве серной кислоты // Вестник ЧГУ. – 2002. – № 1. – С. 65–68.
3. Порядок определения платы и её предельных размеров за загрязнение окружающей среды, размещение отходов, другие виды вредного воздействия. Утвержден Постановлением Правительства РФ от 28.08.92 № 632 // Закон. – 1993. – № 3. – С. 41.
4. Базовые нормативы платы за выбросы загрязняющих веществ в окружающую природную среду и размещение отходов. Утверждены Министерством охраны окружающей среды и природных ресурсов РФ 27.11.92 и согласованы с министерствами экономики и финансов РФ // Закон. – 1993. – № 3. – С. 42–47.
5. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 416 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В КОЛОННЕ СИНТЕЗА АММИАКА

В настоящее время для проектирования и расчета установок, узлов или отдельных аппаратов в химической технологии применяется большое количество программных средств: Mathcad, Matlab, Statistica, Matematica, Delhi, TP и др. Они различны по степени специализации, сложности и применимости к расчетам в химической технологии. Существуют специализированные программные среды для химико-технологических расчетов: Cemcad, PRO2, но они доступны только ограниченному числу специалистов, так как имеют высокую стоимость и обеспечены высокой лицензионной защитой и не представлены на рынке общедоступных программных средств [1]. Любая из упомянутых программ позволяет значительно упростить громоздкие и однотипные вычисления. Возможность аппроксимации различных зависимостей свойств веществ от параметров процесса позволяет автоматизировать процесс вычислений и практически полностью избавить химика-технолога от работы со справочными данными.

Для большинства рядовых химиков-технологов наиболее приемлемы математические пакеты с простым графическим интерфейсом такие, как Mathcad 2000 и Matlab 6.0. Программная среда Mathcad 2000 применима для расчета отдельных аппаратов и небольших узлов. Она весьма наглядна, хотя и несколько неудобна из-за большого количества пересылок переменных, что, в свою очередь, вызывает снижение скорости обработки данных.

Моделирование в химической технологии может производиться на различных уровнях. Чем ниже уровень, тем сложнее модель; часто излишнее усложнение приводит к большим погрешностям или полной неадекватности модели.

В настоящее время на территории России действует около двух десятков агрегатов синтеза аммиака, и за последние годы не построено и не введено в эксплуатацию ни одного нового агрегата

[2]. Исходя из этого, интенсификация уже существующих производств является приоритетной задачей. Примером такой интенсификации может являться изменение конструкции катализаторной коробки колонны синтеза аммиака с аксиальным ходом газа на конструкцию с радиальным ходом [3]. Для проектирования такого технического решения необходимо применять подробный точный подход в расчетах. Расчет такого процесса, как синтез аммиака, на высоких уровнях моделирования с большим количеством допущений и граничных условий несложный, но он не дает полной картины происходящего и не несет никакого физико-химического смысла, а отражает лишь количественные отношения. Методика расчета, основанная на зависимостях основных законов химической термодинамики и кинетики, позволяет решить задачу проектирования колонны синтеза аммиака.

Кинетика синтеза аммиака рассматривалась до 90-х годов лишь формально в связи с большим количеством статистически обрабатываемых данных. В технических источниках 70–80-х гг. не приводятся даже единицы измерения используемых величин, так как расчеты по разработанным эмпирическим способом кинетическим формулам не производились. Само кинетическое описание процесса имело описательный характер, без намека на практическую приспособленность. Конкретные цифры и данные по данной проблеме появились лишь к концу 90-х гг. [4]. Кинетическая модель колонны синтеза аммиака позволяет подробно рассмотреть влияние определенных факторов на процесс и все интересующие взаимосвязи величин, отображенные графически и в виде таблиц.

Суть модели заключается в том, что четыре полки колонны разбиваются на слои, а затем последовательно рассчитываются. Межполочное пространство рассчитывают на основе простого теплового баланса, зная температуры и расходы

входящих потоков. Модель имеет довольно большой объем вследствие сложности операций дифференцирования громоздких выражений.

Основой расчета слоя катализатора является преобразованное уравнение Темкина – Шварцмана [5] для определения объемной скорости реакции, кмоль / (м³ · ч):

$$w = k_w \cdot K_{исп} \cdot K_{отр} \left[\frac{(Z_p(t) \cdot b)^2}{(1 - Z_p(t) \cdot b)^4} - \frac{(Z \cdot b)^2}{(1 - Z \cdot b)^4} \right] \times \\ \times \left(\frac{(1 - Z \cdot b)^3}{(Z \cdot b)^2} \right)^{0,5} (1 - Z \cdot b) \times \\ \times \left(\left(1 - \frac{n_{ин}}{1 + Z} \right) \left(1 + \frac{n_{ин}}{1 + Z} \right)^2 \right)^{-0,5},$$

где k_w – константа скорости реакции при температуре t , кмоль / (м³ · ч); $K_{исп}$ – коэффициент использования внутренней поверхности катализатора; $K_{отр}$ – коэффициент отравления; $Z_p(t)$ – равновесное содержание аммиака, мольные доли; Z – текущее содержание аммиака, мольные доли; b – коэффициент, зависящий от содержания инертных газов.

Константа скорости реакции для данной температуры определяется в зависимости от вида применяемого катализатора и температуры по формуле

$$k_w = e^{\left(\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T - 273} \right) + \ln \left(\frac{k_0}{3600} \right) \right)},$$

где k_w – константа скорости реакции при температуре T , кмоль / (м³ · ч); E_a – энергия активации реакции синтеза аммиака, кДж/моль; T_0 – температура, которой соответствует k_0 , К; T – текущая температура, °С; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль · град); k_0 – константа скорости реакции при температуре 773 К, кмоль / (м³ · ч).

Коэффициент использования внутренней поверхности катализатора определяется экспериментально и приводится в справочной литературе.

Коэффициент отравления катализатора для среднего срока службы равен 0,6 – 0,7 и рассчитывается на основании справочных данных [4].

Равновесное содержание аммиака в газовой смеси зависит от температуры и давления и рассчитывается с помощью двумерной аппроксимации.

Текущее содержание аммиака известно из исходных данных, как и состав потока газа (или из расчетов предыдущего слоя катализатора).

Найденная скорость реакции на текущем слое применяется для расчета количества выделившегося аммиака. Расчет количества аммиака проводят, исходя из термодинамики потока газа, противопоставляя ему скорость реакции на слое.

Далее, используя найденное количество выделившегося аммиака на слое катализатора, производят пересчет состава и потоков элементов, содержащихся в газовом потоке по стехиометрии реакции синтеза аммиака.

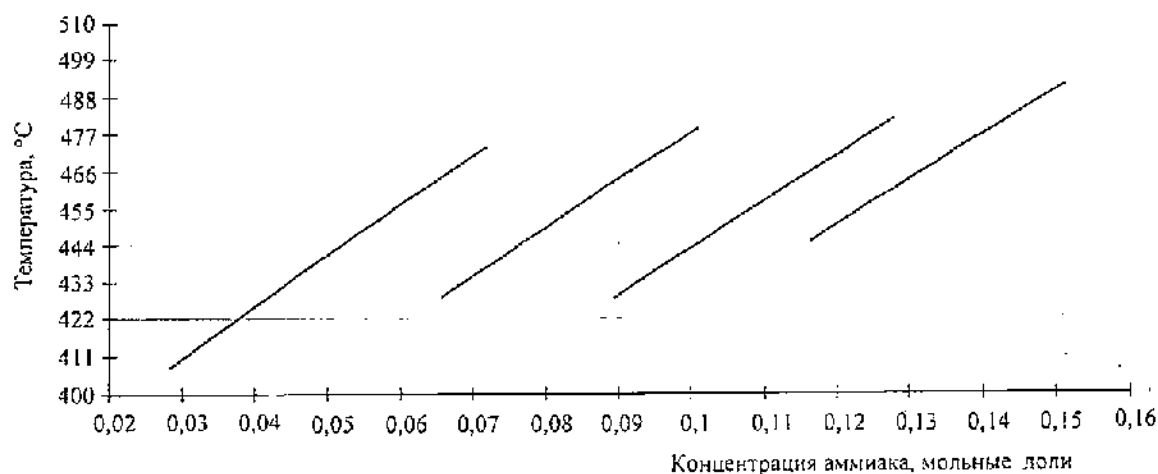
Завершающим этапом служит определение степени разогрева потока в результате экзотермичности реакции синтеза аммиака. Из закона сохранения энергии составляется уравнение для расчета температуры потока на выходе из слоя.

Полученные в таком расчете величины являются исходными данными для расчета следующего слоя катализатора.

Данный расчет возможен благодаря тому, что все справочные величины, применяемые в расчете, задаются полиномом, аппроксимированным в зависимости от текущих параметров процесса.

График зависимости температуры от содержания аммиака в газе есть прямая (см. рисунок). Это объясняется тем, что тепловой эффект реакции почти не изменяется, а также тем, что теплоемкость смеси газов, ввиду индивидуального характера изменения теплоемкости каждого компонента, имеет малое расхождение значений.

При сравнении расчетных данных с практическими, полученными в период первой декады марта 2002 г. на агрегате ТЭС ОАО „Череповецкий „Азот“, выявляются расхождения, но они весьма малы. А характер изменений полностью идентичен, что говорит о высокой степени адекватности созданной модели. Все выше рассмотренное позволяет применить модель в более широком диапазоне конструкций насадок колонн синтеза.



Зависимость температуры потока от концентрации аммиака по полкам:
1 – первая полка; 2 – вторая полка; 3 – третья полка; 4 – четвертая полка

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев А.И. Mathcad 2000: Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 688 с.
2. Материалы химической информационной сети ChemNet химического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. – Internet site www.chem.msu.ru.
3. Моделирование каталитических процессов и реакторов / В.С. Бесков, В. Флокк. – М.: Химия, 1991. – 256 с.

4. Широков Ю.Г. Теоретические основы технологии неорганических веществ: Учеб. пособие для вузов. – Иваново, 2000. – 336 с.

5. Кузнецов П.Д., Дмитриенко Л.М., Рабина П.Д., Соколинский Ю.А. Синтез аммиака / Под ред. Л.Д. Кузнецова. – М.: Химия, 1982. – 296 с.

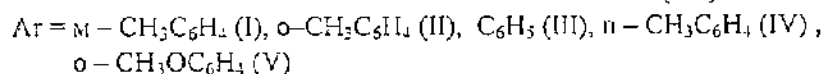
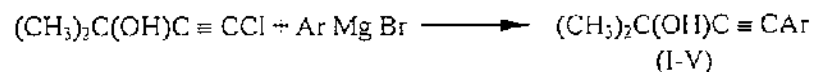
УДК 547.362

С.А. Щелкунов, Г.А. Котенко
Кафедра химии (ЧГУ)

ВЛИЯНИЕ РАСТВОРИТЕЛЯ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АРИЛМАГНИЙБРОМИДОВ С ДИМЕТИЛ(ХЛОРЭТИНИЛ)КАРБИНОЛОМ

Создание ацетиленилсодержащих жидких кристаллов неизбежно связано с использованием арилацетиленов. Одним из источников получения этих соединений являются третичные арилза-

менные α-ацетиленовые спирты, синтез которых осуществляется либо с применением комплекса бис(трифенилфосфин)хлорид палладия, либо взаимодействием в диэтиловом эфире по схеме:



Для технологизации последней реакции нами исследована возможность синтеза в средах, обладающих значительно меньшей взрывоопасностью по сравнению с диэтиловым эфиром.

При проведении взаимодействия арилмагний-бромидов с диметил(хлорэтил)карбинолом в углеводородах, содержащих эквимолярное количество ТГФ (по отношению к магнию), обнаружено, что основным процессом является реакция Вюрца. Так, в случае фенилмагнийбромида выход соответствующего спирта в бензоле, по данным ГЖХ, составляет 18 %, а в толуоле – 35 %. Применение анизолла или дибутилового эфира приводит лишь к 40–45 %-ному выходу. И только применение анизолла в сочетании с $\text{AgMgBr} \cdot \text{ТГФ}$ позволяет достичь 60–67 %-ного выхода третичных арилацетиленовых спиртов.

Таким образом, увеличение суммарной донорности растворителей способствует большей растворимости $(\text{CH}_3)_2\text{C}(\text{OMgBr})\text{C}\equiv\text{CCl}$ и замещение хлора становится доминирующим процессом.

Строение полученных соединений подтверждено сравнением с литературными данными [1]. В ИК-спектрах присутствуют полосы поглощения, характерные для групп $-\text{C}\equiv\text{C}-$ ($2220\text{--}2230\text{ см}^{-1}$) и $-\text{OH}$ ($3350\text{--}3400\text{ см}^{-1}$), а также полоса поглощения 1600 см^{-1} , характерная для колебаний ароматического кольца.

В ПМР-спектре соединения (I) зафиксированы сигналы протонов бензольного кольца в области 6,95–7,20 м.д. и гидроксильной группы – в области 4,53 м.д. Протоны метильных групп при атоме углерода, связанного с гидроксилем, резонируют в области 1,59 м.д., протоны метильной группы, соединенной с бензольным ядром, дают синглет в области 2,38 м.д. Согласно данным ГЖХ, чистота соединения (I) после однократной перегонки составила 94,3 %.

Экспериментальная часть

ИК-спектры записаны в тонком слое и в таблетках КВг на спектрометре UR-20. Спектр ПМР получен на спектрометре BS-587A Tesla (80 МГц, С6D12, внутренний стандарт – ТМС), ГЖХ: хроматограф Хром-5 [детектор ДНП, колонки стеклянные (3,5 м), сорбент 3 % SP 2100 на хроматоне N-AW-DMES, газ-носитель – гелий].

2-Метил-4-(3-толил)бут-3-ин-2-ол (I). К 4 г (0,16 моль) металлического магния в 30 мл анизолла и 1,2 мл ТГФ прибавляли 1,8 мл (2,56 г; 0,015 моль) м-бромтолуола. После начала реакции к смеси одновременно прибавляли по каплям при 40–45 °С 5,5 мл (5,9 г; 0,05 моль) 2-метил-4-хлорбут-3-ил-2-ола, 15,9 мл (23,1 г; 0,135 моль) м-бромтолуола, 11 мл ТГФ в 40 мл анизолла в течение 3 ч. Затем смесь нагревали 4 ч при этой же температуре, гидролизовали при охлаждении 3 %-ной соляной кислотой. Органический слой отделяли, сушили сульфатом магния, отгоняли легкокипящие фракции. Вакуумной перегонкой при 105–108 °С/3 мм рт. ст. выделили 5,5 г (63,2 %) 2-метил-4-(3-толил)бут-3-ин-2-ола, n_D^{20} 1,5498 (температура кипения 92–93,5 °С/1,5 мм рт. ст., $n_D^{16,5}$ 1,5485 [1]).

Аналогично с идентичными выходами получены соединения (II–V).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шелкунов А.В., Иванова Н.Н. Физико-химические константы ацетиленовых соединений. – Алма-Ата: Наука, 1986. – С. 103.

УДК 681.893

О.А. Розанова

Кафедра химических технологий и оборудования (ЧГУ)

СОЗДАНИЕ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КОМПЛЕКСНЫХ УДОБРЕНИЙ

В последние годы одной из важнейших задач является получение более дешёвых и доступных

для сельхозтоваропроизводителя удобрений. При этом одно из перспективных направлений состоит

в получении удобрений с использованием более дешёвого сырья и пониженных норм расхода кислот на их разложение. Такие удобрения должны иметь широкий ассортимент, а следовательно, различные химические составы, растворимость в воде и почве, размер и форму частиц, а также способы и дозы применения. Они не должны содержать вредные примеси: хлор, фтор, тяжёлые металлы [1, 2].

Интерес к удобрениям, получаемым путём частичного разложения фосфоритов, имеется во многих странах, особенно в тех, где есть фосфатное сырьё, малопригодное для производства фосфорной кислоты.

В НИУИФ был исследован процесс получения фосфорсодержащих и фосфорных удобрений путём взаимодействия фосфоритов с солями сильных кислот, а именно с сульфатом и бисульфатом аммония.

При взаимодействии фосфоритов с раствором бисульфата аммония получают азотнофосфорные удобрения, в которых соотношение азота и фосфора можно изменять в широких пределах. Эти удобрения имеют хорошие физико-химические свойства. Азотнофосфорные удобрения могут быть использованы как для непосредственного внесения в почву, так и в качестве азот- и фосфорсодержащего компонента при получении тукосмесей.

С учетом свойства сульфата аммония разлагаться при температуре более 270 °С с образованием в начале плава бисульфата аммония, а затем пиросульфата аммония, были произведены исследования взаимодействия сульфата или бисульфата аммония с фосфатным сырьём при повышенных температурах.

При нагревании сульфата аммония с фосфатом при температуре выше 300 °С образующиеся кислые соли взаимодействуют с фосфатным сырьём. Вначале образуется кальцийаммонийтримета-

фосфат; в результате вторичных реакций с сульфатом кальция образуется метафосфат кальция и сульфат аммония. Это удобрение условно назвали триметафосом, т.е. получен новый вид удобрений с хорошими физико-химическими свойствами [3].

Агрохимические испытания азотнофосфорных удобрений и триметафоса, полученных на основе фосфатов и сульфата и бисульфата аммония, показали их высокую эффективность.

Разработана универсальная технологическая схема процесса получения сложносмешанных удобрений с применением фосфорита, который частично или полностью заменяют другие, более дорогие фосфорсодержащие добавки. В качестве азотсодержащей добавки и одновременно связующим компонентом при гранулировании, кроме сульфата или бисульфата аммония, используется нитрат аммония или карбамид.

В настоящее время продолжают исследования по разработке процессов, позволяющих сократить расход дефицитного сырья, энергозатраты, выбросы вредных веществ в атмосферу, а также вовлечь в переработку на фосфорсодержащие удобрения бедное фосфатное сырьё различных месторождений. Кроме того, проводятся исследования, направленные на использование отходов разных производств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабкин В.В., Бродский А.А. Фосфорные удобрения России. М.: Маргус, 1995.
2. Классен В.П., Завертжева Т.И. // Хим. пром. 1999. № 11. С. 682.
3. Овчинникова К.Н., Гришаев И.Г., Леонтьева С.И. // Хим. пром. – 1999. – № 11. – С. 722.



Череповецкий
государственный
университет

ЛР № 021316 от 25 декабря 1998 г.

Сдано в набор 01.11.02 г. Подписано к печати 25.12.02 г.
Тир. 300 экз. Уч.-изд. л. 6,4. Усл. печ. л. 8,84.
Формат 60×84¹/₈. Гарнитура Таймс.