

© Горнаков И.П., Калинин Е.Н., Кузнецов В.Б., 2017

Горнаков Илья Павлович

Аспирант, Ивановский государственный
политехнический университет
(Иваново, Россия)
E-mail: ilya4579@yandex.ru

Gornakov Ilya Pavlovich

Post-graduate student,
Ivanovo State Polytechnic University
(Ivanovo, Russia)
E-mail: ilya4579@yandex.ru

Калинин Евгений Николаевич

Доктор технических наук, профессор,
Ивановский государственный
политехнический университет
(Иваново, Россия)
E-mail: enkalini@gmail.com

Kalinin Evgeniy Nikolaevich

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Ivanovo State Polytechnic University
(Ivanovo, Russia)
E-mail: enkalini@gmail.com

Кузнецов Виктор Борисович

Доктор технических наук, профессор,
Ивановский государственный
политехнический университет
(Иваново, Россия)
E-mail: sa@ivgpu.com

Kuznetsov Viktor Borisovich

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Ivanovo State Polytechnic University
(Ivanovo, Russia)
E-mail: sa@ivgpu.com

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ И
ДИФФУЗИИ АКТИВНОГО
ВЕЩЕСТВА ПРИ
КОНЦЕНТРИРОВАНИИ
ОТРАБОТАННОГО
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАСТВОРА**

**NUMERICAL SIMULATION
OF THE PROCESS OF HEAT
TRANSFER AND DIFFUSION
OF ACTIVE SUBSTANCE WHEN
CONCENTRATING THE PROCESS
SOLUTION**

Аннотация. В статье рассматривается задача создания численной модели процесса теплопередачи и диффузии активного вещества при концентрировании отработанного технологического раствора в центробежном выпарном аппарате с изменяемыми геометрическими параметрами. Полученная модель позволяет реализовать научно обоснованный прогноз параметров технологического процесса концентрирования. Решение систем дифференциальных уравнений, описывающих процесс концентрирования в исследуемой динамической системе, выполнено численными методами. Для этого реализована схема метода конечных разностей.

Abstract. The article deals with the problem of creating an adequate model for the process of heat transfer and diffusion of the active substance when concentrating the spent process solution in a centrifugal evaporator with variable geometric parameters. The obtained model makes it possible to implement a scientifically based forecast of the parameters of the process of concentration. The solution of systems of differential equations describing the process of concentration in the dynamical system under investigation is performed by numerical methods. For this purpose, the scheme of the method of finite differences is realized.

Ключевые слова: концентрирование рабочего раствора, численное моделирование, температура раствора, концентрация раствора, центробежный выпарной аппарат

Key words: concentration of the working solution, numerical simulation, solution temperature, solution concentration, centrifugal evaporator

Введение

Математическое описание процесса концентрирования рабочего раствора в центробежном выпарном аппарате является сложной системной задачей в связи с большим количеством постоянно взаимодействующих между собой факторов. В связи с этим поставлена и решена задача синтеза математической и компьютерной моделей процессов теплопередачи и диффузии активного вещества, протекающих при концентрировании отработанного рабочего раствора в центробежном выпарном аппарате. Основная функция этих моделей заключается в обеспечении достоверного прогноза параметров технологического процесса концентрирования раствора с учетом изменения геометрических и кинематических характеристик ротора выпарного аппарата.

Основная часть

Ротор выпарного аппарата [6] имеет коническую форму с изменяемым углом раскрытия. В связи с этим нами была использована ортогональная биконическая система координат [7], которая имеет взаимно перпендикулярные координатные оси, ось Or и ось Oh , направленные под углом φ к оси вращения z . Угол φ характеризует величину раскрытия ротора (рис. 1), вращающегося с угловой скоростью ω .

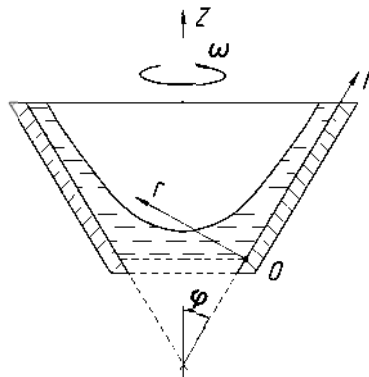


Рис. 1. Схема распределения раствора по конической поверхности ротора центробежного выпарного аппарата в биконической системе координат

При конвективном теплообмене элементарный объем жидкости перемещается из одной точки пространства вращающегося конического ротора в другую. В этом случае изменение температуры элементарного объема жидкости может быть выражено при помощи субстанциональной производной, которая учитывает одновременное изменение температуры как во времени, так и в пространстве [1], [2].

Учитывая эти особенности, а также допущение о независимости физических свойств жидкой среды от ее температуры при отсутствии внутренних источников тепловой энергии, дифференциальное уравнение конвективного переноса теплоты в вихревом потоке жидкости для случая установившегося режима течения при отсутствии внешних сил примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где v_x, v_y, v_z – компоненты вектора скорости в декартовой системе координат, м/с; $a = \lambda/(\rho \cdot c_p)$ – изобарный коэффициент температуропроводности раствора, м²/с; c_p – изобарная удельная теплоемкость раствора, Дж/(кг·К); ρ – плотность раствора, кг/м³.

В проекции на оси биконической системы координат уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial r} v_r + \frac{\partial T}{\partial h} v_h = a \cdot (r \sin(\varphi) - h \cos(\varphi)) \cdot \left(\sin(\varphi) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \cos(\varphi) \frac{\partial^2 T}{\partial h^2} \right), \quad (2)$$

где v_r, v_h – компоненты вектора скорости в биконической системе координат, м/с; r, h – координаты элементарного объема раствора, м; φ – угол раскрытия ротора, град.; $a = \lambda/(\rho \cdot c_p)$ – изобарный коэффициент температуропроводности раствора, м²/с; c_p – изобарная удельная теплоемкость раствора, Дж/(кг·К); ρ – плотность раствора, кг/м³.

Уравнение диффузии активного вещества в вихревом потоке жидкости, полученное из уравнения баланса экстенсивной величины (в данном случае массы выделенного объема раствора) и закона сохранения массы, имеет вид:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial \tau} + v \cdot \nabla C \right) = \nabla \cdot (\rho D \nabla C) + m, \quad (3)$$

где ρ – плотность раствора, кг/м³; v – скорость потока раствора, м/с; τ – время, с; C – концентрация раствора, %; D – коэффициент молекулярной диффузии, м²/с; m – масса выделенного объема раствора, кг.

В проекции на оси биконической системы координат уравнение диффузии (3) принимает вид:

$$\left(\frac{\partial C}{\partial \tau} + \frac{\partial C}{\partial r} v_r + \frac{\partial C}{\partial h} v_h \right) = D \cdot (r \sin(\varphi) - h \cos(\varphi)) \cdot \left(\sin(\varphi) \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} - \cos(\varphi) \frac{\partial^2 C}{\partial h^2} \right) + V, \quad (4)$$

где v_r, v_h – компоненты вектора скорости в биконической системе координат, м/с; r, h – координаты элементарного объема раствора, м; φ – угол раскрытия ротора, град.; V – выделенный объем раствора, м³; D – коэффициент молекулярной диффузии, м²/с; C – концентрация раствора, %.

Для численного решения уравнения переноса тепловой энергии (2) и уравнения (4) диффузии активного вещества воспользуемся модифицированным методом конечных разностей [8] и используем шахматную сетку [9] для дискретизации исходных уравнений.

В уравнении (2) переноса тепловой энергии значение коэффициента теплопроводности текучей среды λ определяется из табличных данных с использованием метода линейной интерполяции.

Для численного решения уравнения переноса тепловой энергии в вихревом потоке жидкости установим $T_{i,j}^n = T_{i,j}^*$. В результате получим уравнение для расчета температуры раствора:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} = d_1 \cdot T_{i,j}^* + d_2 \cdot T_{i+1,j}^* + d_3 \cdot T_{i,j+1}^* + d_4 \cdot T_{i-1,j}^* + d_5 \cdot T_{i,j-1}^*, \quad (5)$$

где d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 – сеточные функции, полученные из уравнения (2) [9].

Таким образом, алгоритм численного решения уравнения (2) переноса тепловой энергии в вихревом потоке жидкости в соответствии с уравнением (5) имеет вид (рис. 2):

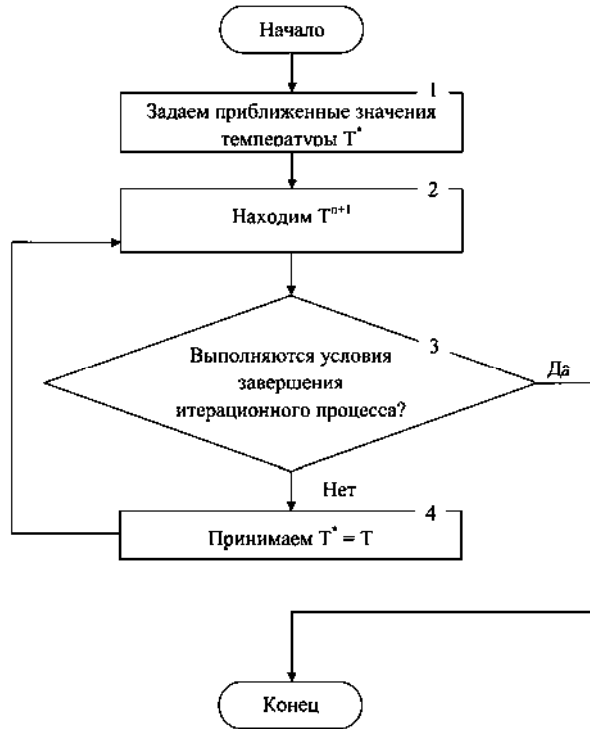


Рис. 2. Алгоритм численного решения уравнения переноса тепловой энергии в вихревом потоке жидкости

В качестве критерия завершения итерационного процесса численного решения уравнения (2) переноса тепловой энергии нами принято выполнение следующего условия:

$$\max_{j=1 \dots, Nh} \sum_{i=1}^{Nr} \left| \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r} + \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta h} \right| \leq \varepsilon,$$

где ε – заданная погрешность вычислений.

Для численного решения уравнения (4) процесса диффузии активного вещества в вихревом потоке жидкости установим $C_{i,j}^n = C_{i,j}^*$. Тогда уравнение для расчета концентрации раствора в данный момент времени примет вид:

$$\frac{C_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} = e_1 \cdot C_{i,j}^* + e_2 \cdot C_{i+1,j}^* + e_3 \cdot C_{i,j+1}^* + e_4 \cdot C_{i-1,j}^* + e_5 \cdot C_{i,j-1}^* + V, \quad (6)$$

где e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 – сеточные функции, полученные из уравнения (4).

В результате алгоритм численного решения уравнения диффузии (4) активного вещества в вихревом потоке жидкости по уравнению (6) примет вид (рис. 3):

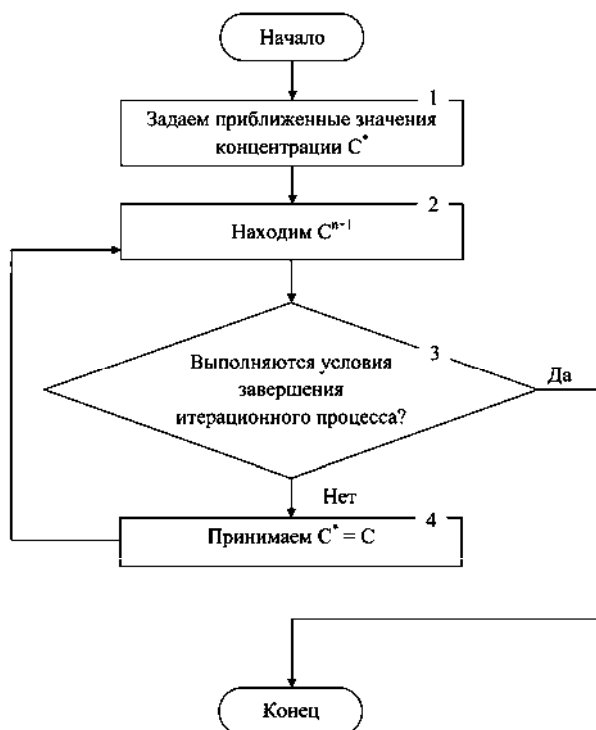


Рис. 3. Алгоритм численного решения уравнения диффузии активного вещества в вихревом потоке жидкости

В качестве критерия завершения итерационного процесса численного решения уравнения (4) диффузии активного вещества принято выполнение следующего условия:

$$\max_{j=1, \dots, Nh} \sum_{i=1}^{Nr} \left| \frac{(C_{i+1,j} - C_{i,j})}{\Delta r} + \frac{(C_{i,j+1} - C_{i,j})}{\Delta h} \right| \leq \epsilon,$$

где ϵ – заданная погрешность вычислений.

Анализ полученных результатов

На основании полученного численного решения и работ [3]–[5] была разработана компьютерная модель в пакете прикладных программ MATLAB, позволяющая определить параметры технологического раствора, такие как скорость движения раствора, давление, толщина пленки стекания.

При анализе данных, полученных с модели, рассматривается случай концентрации раствора гидроксида натрия NaOH с начальной концентрацией 4 %, при его постоянной подаче 0,83 кг/с. Температура греющего пара 180 °С. Угол раскрытия ро-

тора составляет 30° , длина стенки – 0,8 м, частота вращения – 1000 об./мин. Результаты работы модели, представляющие собой зависимости характеристик раствора от гидродинамических и технических параметров выпарного аппарата, представлены на рис. 4–6.

Анализ результатов моделирования показал, что при увеличении частоты вращения ротора на 100 % скорость движения раствора увеличивается на 19 %, давление раствора увеличивается на 0,3 %, толщина пленки стекания раствора уменьшается на 7 %. При увеличении угла раскрытия ротора на 15° скорость движения раствора увеличивается на 27 %, а давление раствора увеличивается на 0,1 %.

Для проверки достоверности модели были проведены измерения параметров работы реального выпарного аппарата центробежного типа. Полученные результаты были сопоставлены с данными модели (рис. 4–6). В результате было установлено, что точность разработанной модели для скорости движения раствора составила 92 %, для давления раствора – 95 %, а для толщины пленки стекания раствора – 94 %. Отклонение данных модели от результатов эксперимента не превышает 8 %, что является допустимой погрешностью для данного вида исследований. Полученные результаты свидетельствуют об адекватности разработанной модели процесса массообмена, протекающего при концентрировании рабочего раствора в центробежном выпарном аппарате.

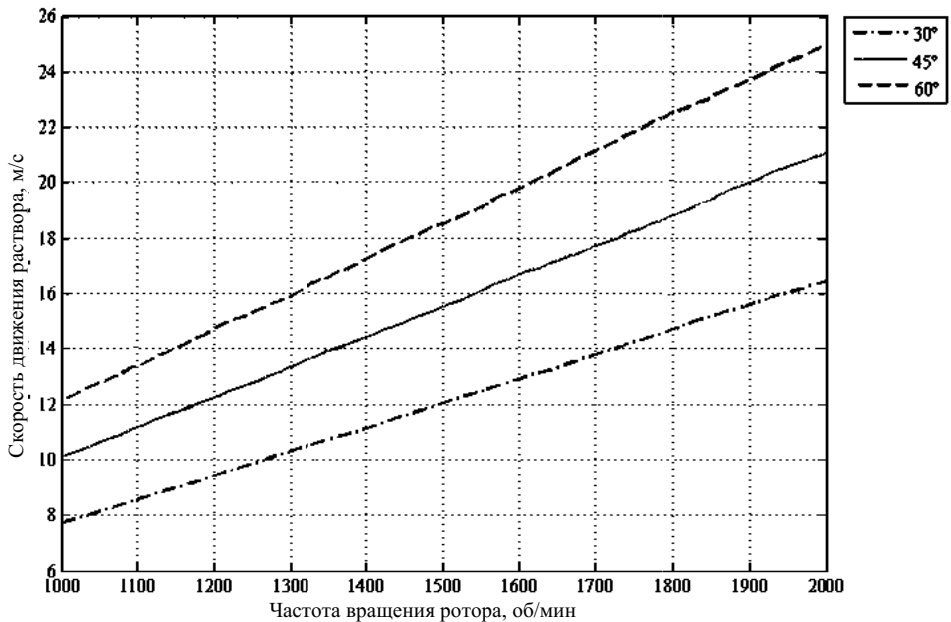


Рис. 4. Зависимость скорости (v) движения раствора в функции угла (φ) раскрытия ротора

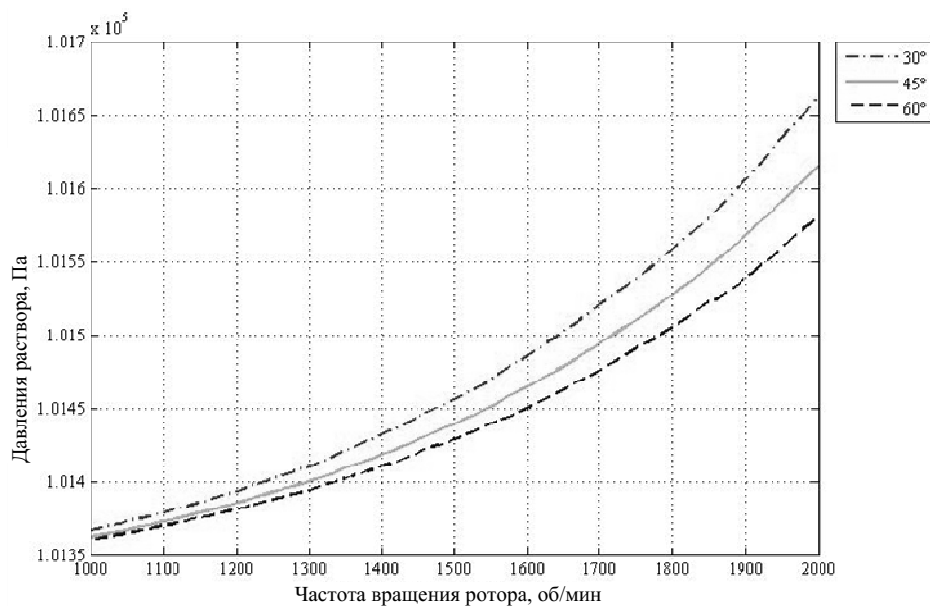


Рис. 5. Зависимость давления (р) раствора от угла (φ) раскрытия ротора

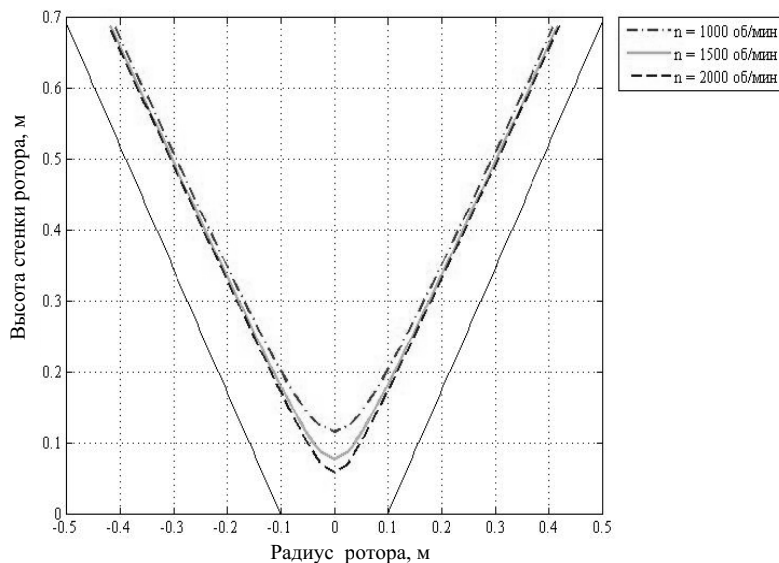


Рис. 6. Зависимость толщины (h) пленки стекания раствора от частоты (ν) вращения ротора

Выводы

1. Таким образом, разработанные нами математические и компьютерные модели процессов теплопередачи и диффузии активного вещества – отработанного технологического раствора при его концентрировании в центробежном выпарном аппарате центробежного типа с изменяемыми геометрическими параметрами – дают возмож-

ность прогнозировать основные выходные параметры концентрируемого технологического раствора, а также динамику их изменения во времени.

2. По результатам численного моделирования определены графические зависимости основных выходных параметров концентрируемого технологического раствора как основы синтеза выпарного аппарата с оптимальными конструктивными параметрами.

3. Достоверность прогноза основывается на параметрах технологического процесса. Отклонение данных модели от результатов эксперимента не превышает 8 %. Подобная точность свидетельствует о том, что разработанная модель обеспечивает научно-обоснованный прогноз параметров технологического процесса и соответствует требованиям, предъявляемым к математическим моделям.

Литература

1. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. Численное моделирование процесса массообмена в выпарном аппарате центробежного типа // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. №6. С. 151–155.
2. Горнаков И.П., Калинин Е.Н., Кожевников С.О. Моделирование тепломассопереноса при центробежном выпаривании растворов. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.
3. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. К постановке задачи 3D–моделирования гидродинамики процесса концентрирования жидкого раствора в поле действия центробежных сил // Вестник Череповецкого государственного университета. 2015. №1. С. 5–8.
4. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. Тепловая и гидродинамическая модели процесса концентрирования технологического раствора в поле действия центробежных сил // Известия Вузов. Технология текстильной промышленности. Иваново: ИГТА, 2012. №6. С.151–155.
5. Горнаков И.П., Калинин Е.Н. 3D–моделирование гидродинамики процесса рециклинга отработанного жидкого раствора в поле действия центробежных сил // Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации: Сборник статей XII Международной научно-практической конференции. Курск, 2015. С. 340–343.
6. Калинин Е.Н., Корочкина Е.Е., Горнаков И.П., Голованов Е.А. Устройство выпарное центробежного типа для концентрирования жидких растворов. Патент РФ на изобретение № 2509591 C1 МПК B01D.
7. Николаев Н.А. Биконическая система координат и уравнения равновесия для анализа напряженного состояния уплотнения в аппаратах высокого давления // Ежегодник Института физики высоких давлений РАН. 1998. Т. 5. С. 146–152.
8. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
9. Matyka M. Solution to two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations with SIMPLE, SIMPLER and vorticity-stream function approaches. Driven-lid cavity problem: solution and visualization. CFD Project Report №3. University of Linköping, 2004. 13 p.

References

1. Gornakov I.P., Kalinin E.N. Chislennoe modelirovanie protsesssa massoobmena v vyparnom apparate tsentrobezhnogo tipa [Numerical simulation of the mass transfer process in an evaporator of a centrifugal type]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki* [Scientific and Technical Herald of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2017, no. 6, pp. 151–155.
2. Gornakov I.P., Kalinin E.N., Kozhevnikov S.O. *Modelirovanie teplomassoperenosa pri tsentrobezhnom vyparivanii rastvorov* [Modeling of heat and mass transfer during centrifugal evaporation of solutions]. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.
3. Gornakov I.P., Kalinin E.N. K postanovke zadachi 3D–modelirovaniia gidrodinamiki protsesssa kontsentrirovaniia zhidkogo rastvora v pole deistviia tsentrobezhnykh sil [To the formulation of the problem of 3D modeling of hydrodynamics of the process of concentration of a liquid solution in

the field of action of centrifugal forces]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Cherepovets State University], 2015, no. 1, pp. 5–8.

4. Gornakov I.P., Kalinin E.N. Teplovaia i gidrodinamicheskaia modeli protsessa kontsentrirvaniia tekhnologicheskogo rastvora v pole deistviia tsentrobezhnykh sil [Thermal and hydrodynamic models of the process of concentrating the technological solution in the field of action of centrifugal forces]. *Izvestiya Vuzov. Tekhnologiia tekstil'noi promyshlennosti* [Izvestiya Vuzov. Technology of textile industry]. Ivanovo: IGTA, 2012, no. 6, pp. 151–155.

5. Gornakov I.P., Kalinin E.N. 3D–modelirovanie gidrodinamiki protsessa retsiklinga otrabotannogo zhidkogo rastvora v pole deistviia tsentrobezhnykh sil [3D-simulation of hydrodynamics of the recycling process of spent liquid solution in the field of action of centrifugal forces]. *Sovremennye instrumental'nye sistemy, informatsionnye tekhnologii i innovatsii: Sbornik statei XII Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Modern Instrumental Systems, Information Technologies and Innovations: Collection of Articles of the XII International Scientific and Practical Conference]. Kursk, 2015, pp. 340–343.

6. Kalinin E.N., Korochkina E.E., Gornakov I.P., Golovanov E.A. *Ustroistvo vyparnoe tsentrobezhnogo tipa dlia kontsentrirvaniia zhidkikh rastvorov. Patent RF na izobretenie № 2509591 S1 MPK B01D*. [The evaporating device is a centrifugal type for concentrating liquid solutions. Patent of the Russian Federation for invention No. 2509591 C1 IPC B01D]

7. Nikolaev N.A. Bikonicheskaia sistema koordinat i uravneniia ravnovesiia dlia analiza napriazheniia sostoianii uplotneniia v apparatakh vysokogo davleniia [Biconic coordinate system and equilibrium equations for analyzing the stress state of compaction in high-pressure apparatuses]. *Ezhegodnik Instituta fiziki vysokikh davlenii RAN* [Yearbook of the Institute of High Pressure Physics of the Russian Academy of Sciences], 1998, T. 5, pp. 146–152.

8. Patankar S. *Chislennye metody resheniia zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti* [Numerical methods for solving heat transfer and fluid dynamics problems]. Moscow: Energoatomizdat, 1984. 152 p.

9. Matyka M. Solution to two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations with SIMPLE, SIMPLER and vorticity-stream function approaches. *Driven-lid cavity problem: solution and visualization*. CFD Project Report №3. University of Linköping, 2004. 13 p.

Примечание: работа выполнена под руководством доктора технических наук, профессора Е.Н. Калинина

Горнаков И.П., Калинин Е.Н., Кузнецов В.Б. Численное моделирование процессов теплопередачи и диффузии активного вещества при концентрировании отработанного технологического раствора // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. №5(80). С. 16–24.

For citation: Gornakov I.P., Kalinin E.N., Kuznetsov V.B. Numerical simulation of the process of heat transfer and diffusion of active substance when concentrating the process solution. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 5 (80), pp. 16–24.