

DOI 10.23859/1994-0637-2017-5-80-3
УДК 669-04

© Лукин С.В., Кибардин А.Н., Антонова Ю.В., 2017

Лукин Сергей Владимирович

Доктор технических наук, профессор,
Вологодский государственный университет
(Вологда, Россия)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Lukin Sergey Vladimirovich

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Vologda state University
(Vologda, Russia)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Кибардин Антон Николаевич

Аспирант,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: pte@chsu.ru

Kibardin Anton Nikolaevich

Post-graduate student,
Cherepovets state University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: pte@chsu.ru

Антонова Юлия Валерьевна

Кандидат технических наук, доцент
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: iulia.antonowa2010@yandex.ru

Antonova Yulia Valerievna

PhD in Technical Sciences,
Associate Professor,
Cherepovets state University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: iulia.antonowa2010@yandex.ru

**АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ
ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОВОГО
СОСТОЯНИЯ СЛЯБА НА ЛИНИИ
«МНЛЗ – ТЕРМОСТАТ –
НАГРЕВАТЕЛЬНАЯ ПЕЧЬ»**

**ALGORITHM OF SLAB HEAT
STATE PARAMETERS
EVALUATION ON THE LINE
“CCM – THERMOSTAT –
HEATING STOVE”**

Аннотация. В статье рассмотрен алгоритм оценки параметров теплового состояния сляба на технологической линии, включающей машину непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), термостат, методическую нагревательную печь. Данный алгоритм основан на численном решении системы конечно-разностных уравнений, описывающих температурное поле сляба в МНЛЗ, термостате и нагревательной печи. Проведено тестирование данного алгоритма, реализованного на алгоритмическом языке программирования Visual Basic. На основе рассмотренного алгоритма возможно проводить оптимизацию процессов охлаждения, термостатирования и нагрева слабовых заготовок с целью сокращения длительности нагрева и уменьшения удельного расхода топлива в печи.

Abstract. The article considers the algorithm of slab heat state parameters evaluation on the technological line including continuous casting machine (CCM), thermostat, methodical heating stove. This algorithm is based on numerical solution of finite-difference equations system, describing the temperature field of slab in CCM, thermostat and heating stove. The algorithm, realized in the algorithmic program language Visual Basic, was tested. Using the presented algorithm the optimization of cooling, thermostating and heating slab processes could be conducted for reducing the slab heating duration and decreasing specific fuel consumption in the heating stove.

Ключевые слова: машина непрерывного литья заготовок, термостат, нагревательная печь, слаб

Keywords: continuous casting machine, thermostat, heating stove, slab

Введение

В работах [1], [2] рассмотрена математическая модель, описывающая температурное поле сляба в машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), термостате и трехзонной методической печи методической. Дифференциальные уравнения, входящие в математическую модель, могут быть решены только численно, причем в данном случае можно использовать конечно-разностный метод. В статье [3] рассмотрен алгоритм оптимизации режимов охлаждения, термостатирования и нагрева стальных слябов на линии «МНЛЗ – термостат – нагревательная печь», позволяющий значительно (многократно) сократить длительность нагрева слябов и уменьшить удельный расход топлива в нагревательной печи. Алгоритм оптимизации режимов базируется на алгоритме оценки параметров теплового состояния сляба на линии «МНЛЗ – термостат – нагревательная печь», который и рассматривается в данной статье.

Основная часть

При численном расчете процессов затвердевания, охлаждения, термостатирования и нагрева слябов уравнения, приведенные в [1], записываются в конечно-разностном виде. На рис. 1 показана схема расчетной области сляба, соответствующей четверти сечения сляба толщиной B и шириной A , которая разбивается дискретной сеткой с шагами по осям $0x$ и $0y$, равными, соответственно, Δx и Δy : $\Delta x = B/N$; $\Delta y = A/M$, где N и M – количество узлов по узкой и широкой граням сляба.

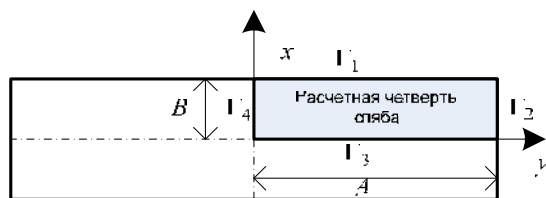


Рис. 1. Схема расчетной области; Γ_1 – Γ_4 – границы области;
 $A \times B$ – размеры области

Для расчета температурного поля сляба в МНЛЗ, термостате и нагревательной печи выбрана явная схема аппроксимации. Шаг дискретизации по времени определяется из критерия устойчивости явной разностной схемы аппроксимации производных:

$$\Delta \tau = \frac{c_{\min} \cdot \rho}{\lambda_{\max} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \cdot K_y},$$

где $c_{\min}$ – минимальное значение массовой теплоемкости стали; ρ – плотность стали; $\lambda_{\max}$ – максимальное значение эффективного коэффициента теплопроводности; K_y – коэффициент устойчивости (в случае двумерной задачи $K_y \geq 4$); в расчетах принималось $K_y = 4$. Пространственные шаги Δx и Δy выбираются при тестировании конечно-разностной схемы.

Уравнение, описывающее температурное поле сляба в МНЛЗ и термостате при стационарной скорости разливки v , в конечно-разностном виде записывается так:

$$C_{\text{эф}i,j}^k \cdot \rho \cdot \frac{t_{i,j}^{k+1} - t_{i,j}^k}{\Delta \tau} = \frac{1}{\Delta x^2} \left[\lambda_{i+1/2,j}^k \cdot (t_{i+1,j}^k - t_{i,j}^k) - \lambda_{i-1/2,j}^k \cdot (t_{i,j}^k - t_{i-1,j}^k) \right] + \\ + \frac{1}{\Delta y^2} \left[\lambda_{i,j+1/2}^k \cdot (t_{i,j+1}^k - t_{i,j}^k) - \lambda_{i,j-1/2}^k \cdot (t_{i,j}^k - t_{i,j-1}^k) \right], \quad (1)$$

где $t_{i,j}^k$ – температурное поле в момент времени τ_k ; $t_{i,j}^{k+1}$ – температурное поле в момент времени τ_{k+1} ; $i = 1, 2, \dots, N$ – нумерует узлы вдоль оси x ; $j = 1, 2, \dots, M$ – нумерует узлы вдоль оси y ; $\tau_k = k \cdot \Delta \tau$, $k = 0, 1, 2, \dots, K$, где K – число временных узлов, определяемое по формуле:

$$K = \text{Round} [(\tau_{\text{кр}} + \tau_{\text{ЗВО}} + \tau_o + \tau_{\text{т}}) / \Delta \tau],$$

где “Round” – функция округления до целого числа; $\tau_{\text{кр}}$, $\tau_{\text{ЗВО}}$, τ_o , $\tau_{\text{т}}$ – длительности нахождения сляба в кристаллизаторе, зоне вторичного охлаждения, в зоне охлаждения на воздухе, в термостате, равные: $\tau_{\text{кр}} = L_{\text{кр}}/v$; $\tau_{\text{ЗВО}} = L_{\text{ЗВО}}/v$; $\tau_o = L_o/v$; $\tau_{\text{т}} = L_{\text{т}}/v$, где $L_{\text{кр}}$, $L_{\text{ЗВО}}$, L_o , $L_{\text{т}}$ – технологические длины кристаллизатора, зоны вторичного охлаждения, зоны охлаждения на воздухе и термостата туннельного типа; v – скорость разливки.

Зависимости коэффициента теплопроводности и эффективной теплоемкости стали от температуры $\lambda = \lambda(t)$, $C_{\text{эф}} = C_{\text{эф}}(t)$ аппроксимируются кусочно-линейными функциями, тогда их конечно-разностные аналоги определяются так:

$$\lambda_{i+1/2,j}^k = \lambda \left((t_{i+1,j}^k + t_{i,j}^k) / 2 \right); \quad \lambda_{i-1/2,j}^k = \lambda \left((t_{i,j}^k + t_{i-1,j}^k) / 2 \right); \quad \lambda_{i,j+1/2}^k = \lambda \left((t_{i,j+1}^k + t_{i,j}^k) / 2 \right); \\ \lambda_{i,j-1/2}^k = \lambda \left((t_{i,j}^k + t_{i,j-1}^k) / 2 \right); \quad C_{\text{эф}i,j}^k = C_{\text{эф}}(t_{i,j}^k).$$

Начальное условие в конечно-разностном виде имеет вид:

$$t_{i,j}^{k=0} = t_0; \quad i = 0, \dots, N; \quad j = 0, \dots, M. \quad (2)$$

Граничные условия на границах Γ_3 и Γ_4 в конечно-разностном виде будут такими:

$$\Gamma_3: \quad t_{0,j}^{k+1} = t_{1,j}^{k+1}, \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad k = 0, 1, \dots, K; \quad (3)$$

$$\Gamma_4: \quad t_{i,0}^{k+1} = t_{i,1}^{k+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad k = 0, 1, \dots, K. \quad (4)$$

Граничные условия в кристаллизаторе на границах Γ_1 и Γ_2 имеют вид:

$$\Gamma_1: \quad -\lambda_{N+1/2,j}^k \cdot \frac{t_{N+1,j}^k - t_{N,j}^k}{\Delta x} = q_{\text{кр}}(\tau_k), \quad j = 1, 2, \dots, M; \quad k = 0, 1, \dots, K_{\text{кр}}; \quad (5)$$

$$\Gamma_2: \quad -\lambda_{i,M+1/2}^k \cdot \frac{t_{i,M+1}^k - t_{i,M}^k}{\Delta y} = q_{\text{кр}}(\tau_k), \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad k = 0, 1, \dots, K_{\text{кр}}, \quad (6)$$

где $q_{кр}(\tau)$ – плотность теплового потока на поверхности сляба в кристаллизаторе в зависимости от времени затвердевания; $K_{кр}$ – число временных узлов в кристаллизаторе, равное: $K_{кр} = \text{Round} [L_{кр}/(v \cdot \Delta\tau)]$.

Граничное условие в i -й зоне ЗВО на границе Γ_1 в конечно-разностном виде имеет вид:

$$\Gamma_1: -\lambda_{N+1/2,j}^k \cdot \frac{t_{N+1,j}^k - t_{N,j}^k}{\Delta x} = q_i, j = 1, 2, \dots, M; k = K'_i, \dots, K''_i, \quad (7)$$

где q_i – плотность теплового потока на широкой грани сляба в i -й зоне ЗВО; K'_i, K''_i – число временных узлов до начала и конца i -й зоны: $K'_i = \text{Round} [z'_i/(v \cdot \Delta\tau)]$; $K''_i = \text{Round} [z''_i/(v \cdot \Delta\tau)]$; z'_i, z''_i – координаты начала и конца i -й зоны.

Уравнение, описывающее теплообмен на границе Γ_2 в ЗВО и в зоне воздушного охлаждения, в конечно-разностном виде имеет вид:

$$\Gamma_2: -\lambda_{n,M+1/2}^k \cdot \frac{t_{i,M+1}^k - t_{i,M}^k}{\Delta y} = \varepsilon \cdot c_0 \left[\left(\frac{273 + (t_{i,M+1}^k + t_{i,M}^k)/2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{о.с}}{100} \right)^4 \right], \quad (8)$$

где ε – степень черноты поверхности сляба; c_0 – коэффициент излучения абсолютно-черного тела; $T_{о.с}$ – абсолютная температура окружающей среды.

Уравнение, описывающее теплообмен на границе Γ_1 в зоне воздушного охлаждения:

$$\Gamma_1: -\lambda_{N+1/2,m}^k \cdot \frac{t_{N+1,j}^k - t_{N,j}^k}{\Delta x} = \varepsilon_{пр} \cdot c_0 \left[\left(\frac{273 + (t_{N+1,j}^k + t_{N,j}^k)/2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{о.с}}{100} \right)^4 \right], \quad (9)$$

где $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты в зоне воздушного охлаждения.

Уравнения, описывающие теплообмен на поверхности сляба в термостате:

$$\Gamma_1: -\lambda_{N+1/2,j}^k \cdot \frac{t_{N+1,j}^k - t_{N,j}^k}{\Delta x} = q_{терм}; \quad (10)$$

$$\Gamma_2: -\lambda_{i,M+1/2}^k \cdot \frac{t_{i,M+1}^k - t_{i,M}^k}{\Delta y} = q_{терм}, \quad (11)$$

где $q_{терм}$ – потери теплоты с поверхности сляба в термостате.

Алгоритм расчета температурного поля сляба в МНЛЗ и термостате состоит из следующих операций.

1) С помощью условия (2) в пространственных узлах с индексами $i = 0, \dots, N$; $j = 0, \dots, M$ в момент времени $k = 0$ задается температура t_0 .

2) Из уравнений (5) и (6) для момента $k = 1$ определяются температуры для фиктивных узлов с индексами $i = N + 1$ и $j = M + 1$:

$$t_{N+1,j}^{k=1} = t_{N,j}^{k=0} - \frac{q_{\text{кр}}(\tau_{k=0}) \cdot \Delta x}{\lambda_{N+1/2,j}^{k=0}}, \quad j = 1, 2, \dots, M;$$

$$t_{i,M+1}^{k=1} = t_{i,M}^{k=0} - \frac{q_{\text{кр}}(\tau_{k=0}) \cdot \Delta y}{\lambda_{i,M+1/2}^{k=0}}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

3) Из уравнения (1) определяется температура в узловых точках сляба с индексами $i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, M$ в момент времени $k = 1$:

$$t_{i,j}^{k=1} = t_{i,j}^{k=0} + \frac{\Delta \tau}{C_{\text{эф},i,j}^{k=0} \cdot \rho} \left[\frac{\lambda_{i+1/2,j}^{k=0} \cdot (t_{i+1,j}^{k=0} - t_{i,j}^{k=0}) - \lambda_{i-1/2,j}^{k=0} \cdot (t_{i,j}^{k=0} - t_{i-1,j}^{k=0})}{\Delta x^2} + \frac{\lambda_{i,j+1/2}^{k=0} \cdot (t_{i,j+1}^{k=0} - t_{i,j}^{k=0}) - \lambda_{i,j-1/2}^{k=0} \cdot (t_{i,j}^{k=0} - t_{i,j-1}^{k=0})}{\Delta y^2} \right],$$

$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, M.$$

4) Из граничных условий (3) и (4) для момента $k = 1$ определяются температуры для фиктивных узлов с индексами $i = 0$ и $j = 0$:

$$t_{0,j}^{k=1} = t_{1,j}^{k=1}, \quad j = 1, 2, \dots, M; \quad t_{i,0}^{k=1} = t_{i,1}^{k=1}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

5) Из уравнений (5) и (6) для момента $k = 2$ определяются температуры для фиктивных узлов с индексами $i = N + 1$ и $j = M + 1$:

$$t_{N+1,j}^{k=2} = t_{N,j}^{k=1} - \frac{q_{\text{кр}}(\tau_{k=1}) \cdot \Delta x}{\lambda_{N+1/2,j}^{k=1}}, \quad j = 1, 2, \dots, M;$$

$$t_{i,M+1}^{k=2} = t_{i,M}^{k=1} - \frac{q_{\text{кр}}(\tau_{k=1}) \cdot \Delta y}{\lambda_{i,M+1/2}^{k=1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

6) Из уравнения (1) определяется температура в узловых точках сляба с индексами $i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, M$ в следующий момент времени $k + 1$:

$$t_{i,j}^{k+1} = t_{i,j}^k + \frac{\Delta \tau}{C_{\text{эф},i,j}^k \cdot \rho} \left[\frac{\lambda_{i+1/2,j}^k \cdot (t_{i+1,j}^k - t_{i,j}^k) - \lambda_{i-1/2,j}^k \cdot (t_{i,j}^k - t_{i-1,j}^k)}{\Delta x^2} + \frac{\lambda_{i,j+1/2}^k \cdot (t_{i,j+1}^k - t_{i,j}^k) - \lambda_{i,j-1/2}^k \cdot (t_{i,j}^k - t_{i,j-1}^k)}{\Delta y^2} \right], \quad i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, M.$$

7) Из граничных условий (3) и (4) для момента времени $k + 1$ определяются температуры для фиктивных узлов с индексами $i = 0$ и $j = 0$:

$$t_{0,j}^{k+1} = t_{1,j}^{k+1}, j = 1, 2, \dots, M; \quad t_{i,0}^{k+1} = t_{i,1}^{k+1}, i = 1, 2, \dots, N.$$

8) Из уравнений (5) и (6) для момента времени $k+1$ определяются температуры для фиктивных узлов с индексами $i = N+1$ и $j = M+1$:

$$t_{N+1,j}^{k+1} = t_{N,j}^{k+1} - \frac{q_{\text{ш}}^{k+1} \cdot \Delta x}{\lambda_{N+1/2,j}^{k+1}}, j = 1, 2, \dots, M; \quad t_{i,M+1}^{k+1} = t_{i,M}^{k+1} - \frac{q_y^{k+1} \cdot \Delta y}{\lambda_{i,M+1/2}^{k+1}}, i = 1, 2, \dots, N,$$

где $q_{\text{ш}}^{k+1}$ и q_y^{k+1} – плотности теплового потока для широкой и узкой граней сляба в момент времени $k+1$. Величины $q_{\text{ш}}^{k+1}$ и q_y^{k+1} определяются в зависимости от значения $k+1$ следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{\text{ш}}^{k+1} &= q_y^{k+1} = q_{\text{кр}}(\tau_{k+1}), 0 < k+1 \leq K_{\text{кр}}; \quad q_{\text{ш}}^{k+1} = q_i, K_i' < k+1 \leq K_i'', \\ q_{\text{ш}}^{k+1} &= \varepsilon_{\text{пр}} \cdot c_0 \left[\left(\frac{273 + (t_{N+1,j}^k + t_{N,j}^k)/2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{о.с}}}{100} \right)^4 \right], K_{\text{м}} < k+1 \leq K_{\text{о}}; \\ q_y^{k+1} &= \varepsilon \cdot c_0 \left[\left(\frac{273 + (t_{i,M+1}^k + t_{i,M}^k)/2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{о.с}}}{100} \right)^4 \right], K_{\text{кр}} < k+1 \leq K_{\text{о}}; \\ q_{\text{ш}}^{k+1} &= q_y^{k+1} = q_{\text{терм}}, K_{\text{о}} < k+1 \leq K_{\text{т}}, \end{aligned}$$

где $K_{\text{м}} = K_{\text{кр}} + \text{Round}[L_{\text{ЗВО}}/(v \cdot \Delta \tau)]$; $K_{\text{о}} = K_{\text{м}} + \text{Round}[L_{\text{о}}/(v \cdot \Delta \tau)]$; $L_{\text{ЗВО}}$, $L_{\text{о}}$ – технологические длины зоны вторичного охлаждения и зоны охлаждения на воздухе; $K_{\text{т}} = K_{\text{о}} + \text{Round}[\tau_{\text{т}}/\Delta \tau]$; $\tau_{\text{т}}$ – длительность нахождения сляба в термостате.

9) Если $k+1 < K_{\text{т}}$, то операции 6, 7, 8 повторяются для расчета температурного поля сляба в следующий момент времени $(k+1)+1$; если $k+1 = K_{\text{т}}$, то расчет температурного поля сляба в МНЛЗ и термостате прекращается.

При таком методе остаются неизвестными температуры в угловых фиктивных узлах $t_{0,0}^k$, $t_{N,0}^k$, $t_{0,M+1}^k$, $t_{N+1,M+1}^k$, которые не используются при оценке теплового состояния сляба.

На основе рассчитанного температурного поля сляба производится оценка параметров теплового состояния сляба в моменты $k = 0, 1, 2, \dots, K$:

температура поверхности широкой грани сляба:

$$T_{\text{пов}}^k = (t_{N+1,1}^k + t_{N,1}^k)/2;$$

температура на оси сляба:

$$T_{\text{оси}}^k = t_{1,1}^k;$$

средняя энтальпия сляба:

$$h_{\text{cp}}^k = \frac{1}{N \cdot M} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M h(t_{i,j}^k),$$

где $h(t)$ – зависимость энтальпии стали от температуры;
максимальный градиент по сечению сляба определяется выражением:

$$\nabla T_{\text{max}}^k = \max(t_{i+1,1}^k - t_{i,1}^k) / \Delta x, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Для расчета температурного поля сляба в методической печи достаточно использовать одномерное уравнение теплопроводности, которое в конечно-разностном виде примет вид:

$$c_i^k \cdot \rho \cdot \frac{t_i^{k+1} - t_i^k}{\Delta \tau} = \frac{1}{\Delta x^2} \left[\lambda_{i+1/2}^k (t_{i+1}^{k+1} - t_i^{k+1}) - \lambda_{i-1/2}^k (t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}) \right], \quad (12)$$

где $\Delta x = B/N$ – шаг по координате x ; $i = 0, 1, 2, \dots, N, N+1$ – индекс, нумерующий узлы по координате x , причем узлы с индексами $i = 0, N+1$ – фиктивные; $k = 0, 1, 2, \dots, K_{\text{п}}$, где $K_{\text{п}}$ – число временных узлов в печи, равно: $K_{\text{п}} = \text{Round}[(\tau_{\text{н}} + \tau_{\text{тм}}) / \Delta \tau]$, где $\tau_{\text{н}}$, $\tau_{\text{тм}}$ – длительности нагрева и томления сляба в печи ($\tau_{\text{н}} = L_{\text{н}}/w$, $\tau_{\text{тм}} = L_{\text{тм}}/w$; $L_{\text{н}}$, $L_{\text{тм}}$ – технологические длины зон нагрева и томления; w – скорость перемещения слябов через рабочее пространство печи).

Шаг по времени определяется из условия устойчивости конечно-разностной схемы, которое в одномерном случае имеет вид:

$$\Delta \tau = \Delta x^2 / (a_{\text{max}} \cdot K_y), \quad (13)$$

где a_{max} – максимальное значение коэффициента теплопроводности стали; коэффициент устойчивости для одномерной схемы $K_y \leq 2$ (в расчетах принималось $K_y = 2$).

Величины c_i^k , $\lambda_{i+1/2}^k$, $\lambda_{i-1/2}^k$ определяются так:

$$\lambda_{i+1/2}^k = \lambda\left(\left(t_{i+1}^k + t_i^k\right)/2\right); \lambda_{i-1/2}^k = \lambda\left(\left(t_i^k + t_{i-1}^k\right)/2\right); c_i^k = c\left(t_i^k\right),$$

где $\lambda(t)$, $c(t)$ – зависимости коэффициента теплопроводности и массовой теплоемкости стали в зависимости от температуры.

Начальное условие (на входе в печь) в конечно-разностном виде:

$$t_i^{k=0} = t_{\text{м0}}; \quad i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

где $k = 0$ – момент загрузки сляба в печь; $t_{\text{м0}}$ – средняя температура сляба, загружаемого в печь, равная средней температуре сляба после термостата: $t_{\text{м0}} = T_{\text{сляб}}$.

Уравнение, описывающее теплообмен при нагреве сляба в методической и сварочной зонах, имеет конечно-разностный аналог:

$$\lambda_{N+1/2}^k \cdot \frac{t_{N+1}^{k+1} - t_N^{k+1}}{\Delta x} = C_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_{\text{п}}(\tau_k)}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + (t_{N+1}^k + t_N^k)/2}{100} \right)^4 \right], \quad (15)$$

где $T_{\text{п}}(\tau_k)$ – абсолютная температура в рабочем пространстве печи в момент времени τ_k ; $C_{\text{пр}}$ – приведенный коэффициент излучения в печи; $k = 0, 1, 2, \dots, K_{\text{н}}$, где $K_{\text{н}}$ – число временных узлов в нагревательных зонах печи: $K_{\text{н}} = \text{Round} [\tau_{\text{н}}/\Delta\tau]$.

Граничное условие на широкой грани сляба в томильной зоне печи:

$$t_{N+1}^{k+1} = t_N^{k+1}, \quad k = K_{\text{н}} + 1, \dots, K_{\text{п}}. \quad (16)$$

В центре сляба при двухстороннем симметричном нагреве задаются условия тепловой симметрии, которые в конечно-разностном виде имеют вид:

$$t_0^{k+1} = t_1^{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, K_{\text{п}}. \quad (17)$$

Алгоритм расчета температурного поля сляба при нагреве и томлении в печи состоит из следующих операций.

1. С помощью условия (14) в пространственных узлах с индексами $i = 0, \dots, N$ в момент времени $k = 0$ задается температура $t_{\text{м}0}$.

2. Из уравнения (15) для момента $k = 1$ определяется температура для фиктивного узла с индексом $i = N + 1$:

$$t_{N+1}^{k=1} = t_N^{k=0} + \frac{\Delta x}{\lambda_{N+1/2}^{k=0}} \cdot C_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_{\text{п}}(\tau_{k=0})}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_{\text{м}0} + 273}{100} \right)^4 \right].$$

3. Из уравнения (12) определяется температура в узловых точках сляба с индексами $i = 1, \dots, N$ в момент времени $k = 1$:

$$t_i^{k=1} = t_i^{k=0} + \frac{\Delta \tau}{c_i^{k=0} \cdot \rho} \left[\frac{\lambda_{i+1/2}^{k=0} \cdot (t_{i+1}^{k=0} - t_i^{k=0}) - \lambda_{i-1/2}^{k=0} \cdot (t_i^{k=0} - t_{i-1}^{k=0})}{\Delta x^2} \right], \quad i = 1, \dots, N.$$

4. Из граничного условия (17) для момента времени $k = 1$ определяются температура для фиктивного узла с индексом $i = 0$: $t_0^{k=1} = t_1^{k=1}$.

5. Из уравнения (15) для момента $k = 2$ определяется температура для фиктивного узла с индексом $i = N + 1$:

$$t_{N+1}^{k=2} = t_N^{k=1} + \frac{\Delta x}{\lambda_{N+1/2}^{k=1}} \cdot C_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_{\text{п}}(\tau_{k=1})}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + (t_{N+1}^{k=1} + t_N^{k=1})/2}{100} \right)^4 \right].$$

6. Из уравнения (12) определяется температура в узловых точках сляба с индексами $i = 1, \dots, N$ в момент времени $k + 1$:

$$t_i^{k+1} = t_i^k + \frac{\Delta\tau}{c_i^k \cdot \rho} \left[\frac{\lambda_{i+1/2}^k \cdot (t_{i+1}^k - t_i^k) - \lambda_{i-1/2}^k \cdot (t_i^k - t_{i-1}^k)}{\Delta x^2} \right], \quad i = 1, \dots, N.$$

7. Из граничного условия (17) для момента времени $k + 1$ определяется температура для фиктивного узла с индексом $i = 0$: $t_0^{k+1} = t_1^{k+1}$.

8. Из уравнений (15) или (16) для момента времени $k + 1$ определяется температура для фиктивного узла с индексом $i = N + 1$:

$$t_{N+1}^{k+1} = t_N^k + \frac{\Delta x}{\lambda_{N+1/2}^{k+1}} \cdot c_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_{\text{п}}(\tau_{k+1})}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + (t_{N+1}^k + t_N^k)/2}{100} \right)^4 \right], \quad k = 1, 2, \dots, K_{\text{п}};$$

$$t_{N+1}^{k+1} = t_N^k, \quad k = K_{\text{п}} + 1, \dots, K_{\text{п}}.$$

9. Если $k + 1 < K_{\text{п}}$, то операции 6, 7, 8 повторяются для расчета температурного поля сляба в следующий момент времени $(k + 1) + 1$; если $k + 1 = K_{\text{п}}$, то расчет температурного поля сляба в нагревательной печи прекращается.

На основе рассчитанного температурного поля сляба производится оценка параметров теплового состояния сляба в моменты $k = 0, 1, 2, \dots, K_{\text{п}}$:

температура поверхности широкой грани сляба:

$$T_{\text{пов}}^k = (t_{N+1}^k + t_N^k) / 2.$$

температура на оси сляба:

$$T_{\text{оси}}^k = t_1^k.$$

средняя энтальпия сляба определяется выражением:

$$h_{\text{ср}}^k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h(t_i^k).$$

максимальный градиент по сечению сляба:

$$\nabla T_{\text{max}}^k = \max(t_{i+1}^k - t_i^k) / \Delta x, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Рассмотренные алгоритмы для расчета температурного поля сляба и оценки его теплового состояния в МНЛЗ, в термостате и в нагревательной печи были реализованы на языке программирования Visual Basic. Чтобы использовать программы для расчета температурного поля сляба и параметров его теплового состояния, необходимо провести тестирование конечно-разностных схем, поскольку точность расчета во многом зависит от шагов по координатам Δx , Δy (шаг по времени Δt определяется из условия устойчивости).

Проводилось сравнение численного решения задачи охлаждения сляба с существующим аналитическим решением при постоянных теплофизических параметрах сляба и постоянных граничных условиях III-го рода на поверхности сляба. Численный расчет температурного поля сляба производился для одномерной задачи (число узлов по оси y принималось равным $M = 1$). Временной шаг Δt определялся из условия устойчивости (13).

При тестировании расчетные параметры принимались достаточно близкими к тем, которые имеют место при разливке слябов на МНЛЗ: $B = 0,125$ м; $t_0 = 1550$ °С; $t_{o,c} = 0$ °С; $\lambda = 30$ °С; $c = 680$ Дж/(кг·К); $\rho = 8000$ кг/м³; $Bi = \alpha \cdot B / \lambda = 2$. При численном расчете число узлов по толщине сляба принималось равным $N = 5; 10; 20; 30; 40; 50$.

На рис. 2 приведены результаты аналитического и численного расчета температуры $t_{пов}$ поверхности сляба в зависимости от числа Fo при различном количестве пространственных узлов N . Из рис. 2 следует, что точность численного расчета практически перестает изменяться при числе узлов $N > 20$.

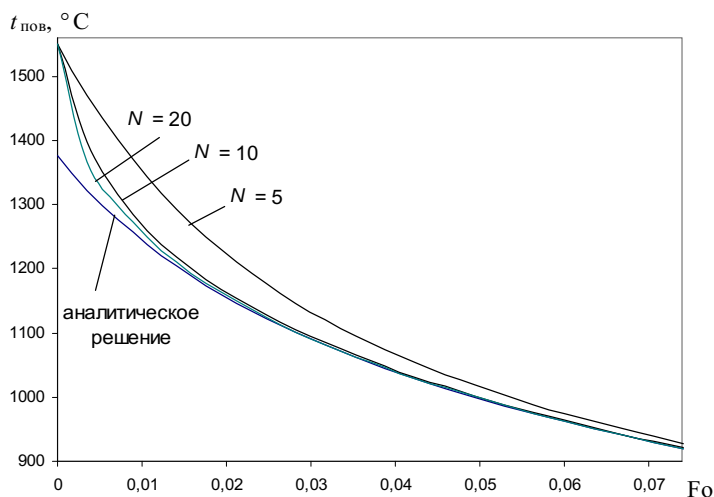


Рис. 2. Результаты численного расчета температуры поверхности сляба при различном числе узлов N

На основе данных рис. 2 рассчитана погрешность численного расчета по сравнению с точным решением: $\varepsilon_N = |t_{пов}(N) - t_{пов}| / t_{пов} \cdot 100\%$. При числе узлов $N > 20$ максимальная погрешность расчета ε_{max} не превышает 0,5 %.

Для получения достаточной точности расчета температурного поля при охлаждении и затвердевании сляба в МНЛЗ принимались значения $N = M = 30$.

Проводилось сравнение точного и численного решения при расчете одномерного температурного поля сляба в условиях двухстороннего нагрева путем излучения. При тестировании расчетные параметры принимались такими: $B = 0,125$ м; $t_0 = 20$ °С; $t_{печ} = 1200$ °С; $\lambda = 30$ Вт/(м²·К); $c = 800$ Дж/(кг·К); $\rho = 8000$ кг/м³. $C_{пр} = 5,67$ Вт/(м²·К⁴).

На рис. 3 показаны результаты численного расчета температуры поверхности сляба при нагреве излучением в зависимости от времени нагрева при различном числе узлов N .

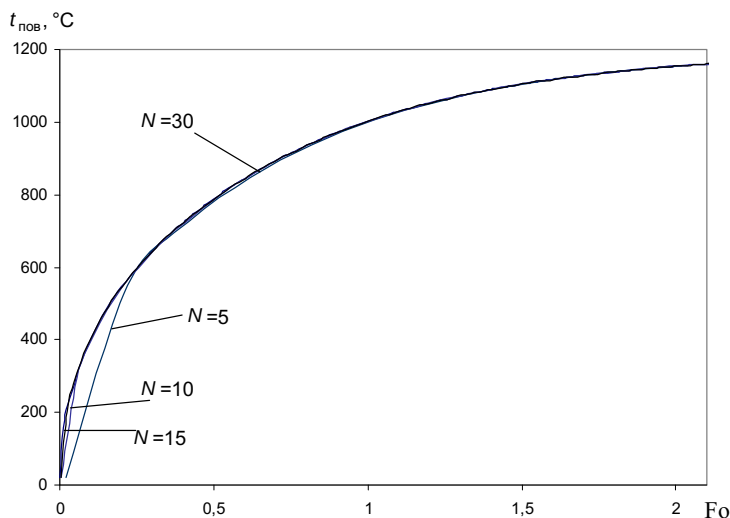


Рис. 3. Результаты расчета температуры поверхности сляба при нагреве излучением при различном числе узлов N

Из рис. 3 следует, что при $N > 20$ численный расчет температуры поверхности сляба при нагреве излучением практически совпадает точным решением (практически совпадающее с численным решением при $N = 30$).

Выводы

В статье рассмотрен алгоритм оценки параметров теплового состояния сляба на технологической линии, включающей машину непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), термостат, методическую нагревательную печь. Данный алгоритм основан на численном решении системы конечно-разностных уравнений, описывающих температурное поле сляба в МНЛЗ, термостате и нагревательной печи. Проведено тестирование данного алгоритма, реализованного на алгоритмическом языке программирования Visual Basic. На основе рассмотренного алгоритма возможно проводить оптимизацию процессов охлаждения, термостатирования и нагрева слябовых заготовок с целью сокращения длительности нагрева и уменьшения удельного расхода топлива в печи.

Литература

1. Лукин С.В., Игонин В.И., Кочкин А.А., Кибардин А.Н., Мухин В.В., Антонова Ю.В. Оптимальные режимы охлаждения, термостатирования и нагрева слябов на линии «МНЛЗ – прокатный стан» // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 6 (75). С. 16–20.
2. Лукин С.В., Кибардин А.Н., Сидоренкова С.Е., Кочкин А.А. Оптимизация режимов нагрева и термостатирования слябов при горячем посаде в нагревательные печи // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 3 (72). С. 7–11.
3. Лукин С.В., Кочкин А.А., Кибардин А.Н., Антонова Ю.В., Мухин В.В., Игонин В.И. Алгоритмы оптимизации режимов охлаждения, термостатирования и нагрева слябов на линии «МНЛЗ – нагревательная печь» // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. № 2 (77). С. 23–30.

References

1. Lukin S.V., Igonin V.I., Kochkin A.A., Kibardin A.N., Muchin V.V., Antonova Yu.V. Optimalnyie rezimy ohlazhdeniia, termostatirovaniia i nagreva sliabov na linii "MNLZ – prokatnyi stan" [Optimum modes of cooling, thermostating and heating of slabs on the line "Continuous casting machine – rolling mill"]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Cherepoves state university bulletin], 2016, no. 6, pp. 16–20.
2. Lukin S.V., Kibardin A.N., Sidorenkova S.E., Kochkin A.A. Optimizatsiia rezimov nagreva i termostatirovaniia pri goriachem posade v nagrevatelnye pechi [Heating and thermostating modes optimization at loading hot slabs in heating stoves]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Cherepoves state university bulletin], 2016, no. 3, pp. 7–11.
3. Lukin S.V., Kochkin A.A., Kibardin A.N., Antonova Yu.V., Muchin V.V., Igonin V.I. Algoritm optimizatsyi rezimov ohlazhdeniia, termostatirovaniia i nagreva sliabov na linii "MNLZ – nagrevatelnaia pech" [Algorithms of optimizing modes of slabs cooling, thermostating and heating on the line "ccm – heating stove"]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Cherepoves state university bulletin], 2017, no. 2, pp. 23–30.

Лукин С.В., Кибардин А.Н., Антонова Ю.В. Алгоритм оценки параметров теплового состояния сляба на линии «МНЛЗ – термостат – нагревательная печь» // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. №5(80). С. 25–36.

For citation: Lukin S.V., Kibardyn A.N., Antonova Yu.V. Algorithm of slab heat state parameters evaluation on the line "ccm – thermostat – heating stove". *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 5 (80), pp. 25–36.