

Вестник Череповецкого государственного университета. 2025. № 5 (128). С. 32–40.
Cherepovets State University Bulletin, 2025, no. 5 (128), pp. 32–40.

Научная статья

УДК 669.1+519.677

<https://doi.org/10.23859/1994-0637-2025-5-128-3>

<https://elibrary.ru/gxxbim>

Методы планирования распределения заказов между плавками в сталеплавильном производстве

Александр Геннадьевич Карачунов^{1✉}, Владимир Васильевич Мухин²,
Евгений Валентинович Ершов³

^{1, 2, 3}Череповецкий государственный университет,
Череповец, Россия

^{1✉}pmkarachunov@mail.ru

²vvmukhin@chsu.ru

³evershov@chsu.ru

Аннотация. Авторы предлагают новые методы планирования, позволяющие повысить эффективность сталеплавильного производства, в частности – уменьшения излишков, получаемых при выплавке стали, не подкреплённых конкретными заказами. При помощи математических методов выстраивается алгоритм решения поставленной задачи, показан способ ее решения с учетом изменяющихся условий. Подобный подход особенно востребован на производстве, поскольку актуальной остается задача минимизации финансовых потерь в процессе выполнения заказов. Полученный в ходе исследования алгоритм помогает оптимизировать процесс оперативного планирования при выплавке стали разных сортов. Данный подход (решение) возможно использовать в ходе производственной деятельности любого типа.

Ключевые слова: распределение ресурсов, химический состав стали, унификация, планирование производства, оптимизация

Для цитирования: Карачунов А. Г., Мухин В. В., Ершов Е. В. Методы планирования распределения заказов между плавками в сталеплавильном производстве // Вестник Череповецкого государственного университета. 2025. № 5 (128). С. 32–40. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2025-5-128-3>; EDN: GXXBIM

The model of optimal distribution of orders between smelting processes in the steelmaking industry

Alexander G. Karachunov^{1✉}, Vladimir V. Mukhin², Evgeniy V. Ershov³,
^{1, 2, 3}Cherepovets State University,

Cherepovets, Russia

^{1✉}pmkarachunov@mail.ru

²vvmukhin@chsu.ru

³evershov@chsu.ru

Abstract. The authors propose new planning methods that can increase the efficiency of steel production, particularly by reducing the surplus produced during steel smelting that is not supported by specific orders. Applying mathematical methods, the authors suggest an algorithm for solving the problem; demonstrate a method for solving it taking into account changing conditions. This approach is especially in demand in production, since the task of minimizing financial losses in the process of fulfilling orders remains relevant. The algorithm obtained during the study helps to optimize the process of operational planning when smelting steel of different grades. This approach (solution) can be used in the production activities of any type.

Keywords: distribution of resources, chemical composition of steel, unification, production planning, optimization

For citation: Karachunov A. G., Mukhin V. V., Ershov E. V. The model of optimal distribution of orders between smelting processes in the steelmaking industry. *Cherepovets State University Bulletin*, 2025, no. 5 (128), pp. 32–40. (In Russ.) <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2025-5-128-3>; EDN: GXXBIM

Введение

Как показывает практика, номенклатура востребованных сортов стали расширяется. В то же время уменьшается разовый объем конкретных заказов. Так как сталеплавильное производство оснащено агрегатами с конкретным объемом плавки, возникает естественное увеличение производственных излишков стали.

Одной из задач планирования сталеплавильного производства является уменьшение излишков выплавленной стали. Подобная задача рассматривается в работах¹. Модели и методы, представленные в этих статьях, основываются на предложенной авторами модели увеличения комбинированности химических составов стали, принята попытка оптимального распределения (с точки зрения предложенной целевой функции) заказов по планируемым плавкам.

¹ Карачунов А. Г., Ершов Е. В. Модель комбинированности химических составов стали при корректировке содержания химических элементов // *Сталь*. 2021. № 6. С. 9–12; Карачунов А. Г., Ершов Е. В., Виноградова П. А., Иванов А. А. Метод повышения эффективности планирования сталеплавильного производства на основе унификации химических составов стали // *Вестник Череповецкого государственного университета*. 2022. № 6 (111). С. 42–52. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-6-111-3>. Карачунов А. Г., Ершов Е. В. Модель оптимального распределения заказов на производство стали между плавками на основе унификации химических составов // *Вестник Череповецкого государственного университета*. 2024. № 5 (122). С. 31–41. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2024-5-122-3>

В данной работе предложен метод, основанный на тех же принципах, что и в указанных работах, но позволяющий значительно улучшить полученные результаты с точки зрения объема и стоимости произведенных излишков. Он основан на решении задачи с применением методов целочисленного программирования.

Кроме того, предложен метод уменьшения производства излишков стали, не требующий решения задачи оптимизации и дающий результаты, приближенные к оптимальным.

Основная часть

Суть решаемой задачи минимизации излишков сталеплавильного производства заключается в оптимальном распределении между агрегатами, в которых происходит выплавка полных заказов на производство стали (в случае, если объем заказа не превышает объем плавки) либо остатков от выполненного заказа (остатков от деления объемов заказов на фиксированный объем плавки).

После подбора с помощью модели увеличения комбинируемости химических составов стали новых вариантов химических составов, которыми возможно реализовать текущие производственные заказы и при этом обеспечить их комбинирование (унификацию), строится граф таких взаимосвязей, в котором вершинами являются номера химических составов, а ребрами – возможность их комбинирования.

Химический состав, получаемый в результате комбинирования ряда других (пересечения диапазонов массовых долей содержания химических элементов при условии выполнения требований технологии производства к ширине или границам этих диапазонов), обеспечивает реализацию нескольких заказов на производство стали в одной плавке, и за счет использования этого свойства возможно снизить излишки.

В описанном выше графе такие химические составы образуются в результате поиска полных подграфов (клик), то есть подмножества исходного множества химических составов, в котором каждый элемент комбинируется с другим. Для поиска всех таких клик будет эффективно применить алгоритм Брона-Кербоша¹.

Предлагаемая модель оптимального распределения заказов между плавками использует следующие параметры: Q – объем плавки (фиксированный); n – количество заказов на производство стали; p_i – стоимость реализации химического состава, соответствующего i -му заказу, $i = \overline{1..n}$; q_i – объем i -го заказа, $i = \overline{1..n}$; m – количество клик графа взаимосвязей (возможности комбинирования) химических составов (количество возможных комбинаций заказов); $p_j \geq p_i$ для любого i , входящего клику с номером j – стоимость реализации химического состава, соответствующего j -й комбинации, $j = \overline{1..m}$; Q_j – объем полезной загрузки агрегата для j -й комбинации заказов, $j = \overline{1..m}$; \bar{q}_j – объем излишков в j -й комбинации заказов, $0 \leq \bar{q}_j \leq Q$, $j = \overline{1..m}$; x_{ij} – объем i -го заказа в j -й комбинации, $0 \leq x_{ij} \leq q_i$, $i = \overline{1..n}$, $j = \overline{1..m}$; y_j – наличие доли объема i -го заказа в j -й комбинации, $y_j \in \{0, 1\}$, $j = \overline{1..m}$.

¹ Bron C., Kerbosch J. Algorithm 457: Finding All Cliques of an Undirected Graph // Communications of ACM. 1973. Vol. 16. Is. 9 Pp. 575–579.

Постановка задачи минимизации излишков при их минимальной стоимости приобретает вид:

$$F(x, y) = \sum_{j=1}^m p_j \left(y_j Q - \sum_{i=1}^n x_{ij} \right) \rightarrow \min.$$

Данная целевая функция выражает сумму произведения стоимостей реализации химических составов и объемов остатков (излишков) каждой плавки полученного решения (производственного плана).

Если в этой задаче положить $p_j = 1$ для всех $j = \overline{1..m}$, то получим функцию для определения минимума излишков без учета их стоимости.

Рассмотрим алгоритм, не требующий решения задачи оптимизации.

На первом шаге находим наибольшую клику, в которой больше двух вершин; в случае ее отсутствия – переходим к третьему шагу. Все заказы, соответствующие этой клике, распределяем по наименьшему числу плавков и в результате получаем k полных плавков и, возможно, еще одну плавку, содержащую излишек. Количество плавков k будет меньше либо равно количеству вершин клики. Переходим ко второму шагу.

На втором шаге удаляем из графа все вершины клики, рассмотренной на первом шаге, и переходим к первому шагу.

Для третьего шага находим клики с двумя и только двумя вершинами. Если оба заказа, соответствующие химическим составам из клики, в сумме меньше фиксированного объема плавки Q , то планируем эти заказы в одну плавку с химическим составом, соответствующим данной клике, иначе заказы планируются в две разные плавки с изначально выбранными для них химическими составами. Удаляем из графа две рассмотренные вершины. Если после выполнения данного действия в новом графе имеются клики, состоящие из двух вершин, то снова выполняем третий шаг, иначе все заказы, соответствующие вершинам оставшегося графа, отправляем на собственную плавку с изначально выбранным химическим составом.

Таким образом получен некий «жадный» алгоритм, результатом работы которого будет производственный план, учитывающий возможность объединения заказов за счет использования унифицированных химических составов. Однако очевидно, что при таком решении задачи не будет достигнут оптимум по критерию минимизации объема излишков, а также не учтена стоимость реализации химических составов.

Для получения оптимального решения рассматриваемой задачи зададим ограничения:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_{ij} \leq q_i \\ y_j \in \{0,1\} \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} = q_i \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq y_j Q \\ y_j \leq \sum_{i=1}^n x_{ij} \\ i = \overline{1..n}, j = \overline{1..m} \end{array} \right.$$

В физическом смысле описанные ограничения означают, что сумма объемов заказов, распределенных в комбинацию (плавку), ограничена сверху фиксированным объемом плавки, при этом каждый заказ распределяется по нескольким плавкам суммарно в полном объеме, но в различных долях.

Переменные y_j принимают целые значения 0 или 1 и описывают наличие распределенных объемов заказов в j -й комбинации:

$$y_j = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n x_{ij} > 0 \\ 0, & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 0 \end{cases}, \quad j = \overline{1..m}.$$

Количество плавков, предусмотренных полученным в результате решения задачи планом, будет определяться выражением $\sum_{j=1}^m y_j \leq n$.

В такой формулировке задача относится к классу задач частично целочисленного линейного программирования. Решение задачи производится в два этапа:

1. Поиск предварительного решения без наложения условия целочисленности (задача линейного программирования) симплекс-методом. В данном случае полагается $0 \leq y_j \leq 1, j = \overline{1..m}$.

2. В случае, если полученное на первом этапе решение не является целочисленным, осуществляется наложение условия целочисленности на переменные y_j и поиск целочисленного решения методом ветвей и границ.

Симплекс-метод заключается в итерационном переходе от одной угловой точки пространства решений к другой, которая может улучшить значение целевой функции. Для его применения необходимо представить задачу линейного программирования в каноническом виде – ввести дополнительные (остаточные) переменные и обеспечить выполнение следующих требований:

- все ограничения (включая ограничения неотрицательности переменных) преобразуются в равенства с неотрицательной правой частью;
- все переменные неотрицательные.

В качестве опорного плана можно выбрать допустимое решение, при котором все заказы распределены по отдельным плавкам (без комбинирования, то есть $\sum_{j=1}^m y_j = n$).

Метод ветвей и границ основан на предположении, что оптимальное нецелочисленное решение даст значение функции меньше, чем всякое последующее решение перехода.

В случае, если на первом этапе получено не целочисленное решение, рассмотрим одну из переменных y_j^* , принявшую не целое значение.

Тогда в общем случае в оптимальном решении ее значение будет:

- либо меньше или равно ближайшему меньшему целому числу Y_j^* ;
- либо больше или равно ближайшему большему целому числу $Y_j^* + 1$.

Так как переменные u_j в соответствии с условиями задачи являются булевыми, формулируем две новые задачи линейного программирования, включив в их условия, что u_j^* принимает значение 0 или 1 соответственно.

При решении этой пары задач симплекс-методом возможны четыре случая:

1. Одна из задач неразрешима, а другая имеет целочисленное оптимальное решение. В таком случае это решение и значение целевой функции являются решением исходной задачи.

2. Одна из задач неразрешима, а другая имеет нецелочисленное оптимальное решение. Тогда рассматриваем вторую задачу и в ее оптимальном решении выбираем одну из переменных u_j , значение которой не является целым числом, и строим две задачи, аналогичные предыдущим.

3. Обе задачи разрешимы. Одна из задач имеет оптимальное целочисленное решение, а в оптимальном решении второй задачи есть дробные числа. Тогда вычисляются значения целевой функции для этих решений и сравниваются между собой. Если для целочисленного оптимального решения значение целевой функции меньше или равно ее значения для решения, содержащего дробные числа, то данное целочисленное решение является оптимальным для исходной задачи.

4. Обе задачи разрешимы, и среди оптимальных решений обеих задач есть дробные числа. Тогда рассматриваем ту из задач, для которой значение целевой функции является наименьшим, и строим две задачи.

Процесс ветвления продолжается до тех пор, пока каждая подзадача не приведет к целочисленному решению или пока не будет установлена невозможность улучшения имеющегося решения.

Результатом работы построенной модели, лежащей в основе метода планирования распределения заказов между плавками, будет оптимальное распределение заказов по плавкам с учетом возможности их объединения на основе комбинируемости химических составов.

Для проверки работоспособности предлагаемого метода построена расчетная модель в виде модуля на основе электронной таблицы формата .xls и решателя из надстройки OpenSolver для Microsoft Excel (см. рисунок).

Настройка указанного решения производится следующим образом: формируется таблица значений стоимостей реализации химических составов p_j таким образом, что в случае наличия химического состава, соответствующего i -му заказу, в j -й комбинации, в ячейку таблицы с адресом ij заносится значение p_j , в противном случае в ячейку заносится нулевое значение. При изменении размерности задачи (количество заказов, комбинаций) соответствующие изменения вносятся в модель решателя.

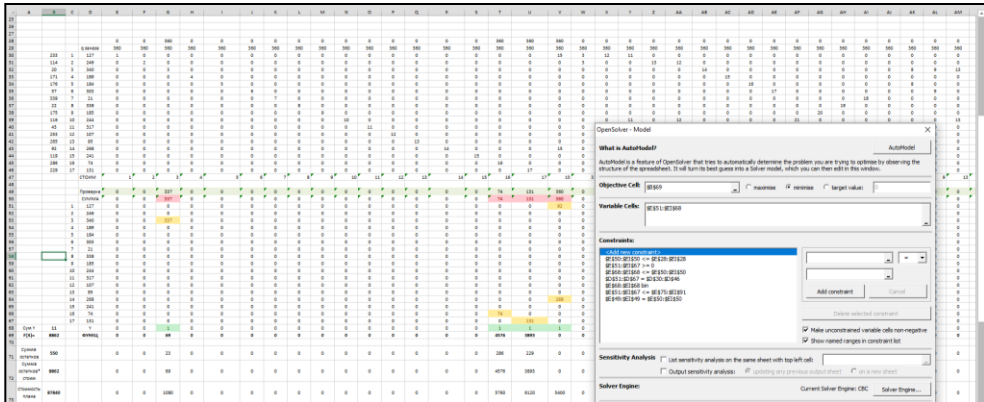


Рисунок. Модуль для расчета оптимального распределения заказов на производство стали между плавками

Временная сложность метода ветвей и границ применительно к задачам частично целочисленного линейного программирования теории расписаний в худшем совпадает со сложностью полного перебора¹, однако в среднем случае алгоритм работает значительно быстрее, что зависит от конкретной реализуемой модели.

В целях проверки возможности выполнения расчетов за реальное время был проведен вычислительный эксперимент, результаты которого приведены в таблице.

Таблица

Результаты вычислительного эксперимента по работе модели оптимального распределения заказов на производство стали между плавками

Объем плавки, т	Порядок графа G (количество заказов)	Размер графа G (количество взаимосвязей химических составов)	Количество графов G	Среднее количество клик графа G (комбинаций химических составов)	Среднее время расчета оптимального плана, с
360	17	40	1	135	10
	50	100	10	160	86
	50	300	10	768	3257
	50	500	3	3566	13085
	80	300	10	442	2981
	80	500	10	971	4155
	100	500	10	766	3816

¹ Прилуцкий М. Х., Власов В. С. Метод ветвей и границ с эвристическими оценками для конвейерной задачи теории расписаний // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2008. № 3. С. 147–153.

В качестве входных данных для эксперимента использовались построенные случайным образом графы с заданным числом вершин и ребер. Расчеты производились на рабочей станции с центральным процессором Intel Core i5-10300H (тактовая частота 2500 МГц). Результаты эксперимента показывают, что расчет оптимального производственного плана в соответствии с предложенным методом возможно провести в рамках оперативного планирования.

Выводы

Предложен подход к оптимизации планирования сталеплавильного производства за счет минимизации объема и стоимости производимых излишков. Применение предложенного метода для планирования распределения заказов между плавками в сталеплавильном производстве с улучшенной моделью позволит повысить эффективность производства стали за счет снижения расхода легирующих присадок, количества отказных заказов и объемов нереализованной продукции, количества одиночных плавов, загрузки склада нереализованной продукцией, а также повышения серийности разливаемой стали. Разработанный инструмент целесообразно применять в рамках оперативного планирования производства.

Список источников / References

Карачунов А. Г., Ершов Е. В. Модель комбинированности химических составов стали при корректировке содержания химических элементов. *Сталь*, 2021, № 6, с. 9–12.

Karachunov A. G., Ershov E. V. Combinability model of chemical compositions of steel upon adjustment of chemical element content. *Steel*, 2021, no. 6, pp. 9–12. (In Russ.)

Карачунов А. Г., Ершов Е. В., Виноградова П. А., Иванов А. А. Метод повышения эффективности планирования сталеплавильного производства на основе унификации химических составов стали. *Вестник Череповецкого государственного университета*, 2022, № 6 (111), с. 42–52. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-6-111-3>

Karachunov A. G., Ershov E. V., Vinogradova P. A., Ivanov A. A. Method to increase the efficiency of steelmaking production planning based on the standardization of chemical compositions of steel. *Cherepovets State University Bulletin*, 2022, no. 6 (111), pp. 42–52. (In Russ.) <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-6-111-3>

Карачунов А. Г., Ершов Е. В. Модель оптимального распределения заказов на производство стали между плавками на основе унификации химических составов. *Вестник Череповецкого государственного университета*, 2024, № 5 (122), с. 31–41. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2024-5-122-3>

Karachunov A. G., Ershov E. V. The model of optimal distribution of orders for steel production between smelts based on the unification of chemical compositions. *Cherepovets State University Bulletin*, 2024, no. 5 (122), pp. 31–41 (In Russ.). <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2024-5-122-3>

Прилуцкий М. Х., Власов В. С. Метод ветвей и границ с эвристическими оценками для конвейерной задачи теории расписаний. *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского*, 2008, № 3, с. 147–153.

Prilutsky M. Kh., Vlasov V. S. The method of paths and boundaries with heuristic evaluation for a conveyor problem of scheduling theory. *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*, 2008, no. 3, pp. 147–153. (In Russ.)

Bron C., Kerbosch J. Algorithm 457: Finding All Cliques of an Undirected Graph. *Communications of ACM*, 1973, vol. 16, iss. 9, pp. 575–579.

Сведения об авторах

Александр Геннадьевич Карачунов – аспирант; pmkarachunov@mail.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Alexander G. Karachunov** – Postgraduate Student, pmkarachunov@mail.ru, Cherepovets State University (5, pr. Lunacharsky, 162600 Cherepovets, Russia).

Владимир Васильевич Мухин – доктор технических наук, профессор; vvmukhin@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Vladimir V. Mukhin** – Doctor of Technical Sciences, Professor, vvmukhin@chsu.ru, Cherepovets State University (5, pr. Lunacharsky, 162600 Cherepovets, Russia).

Евгений Валентинович Ершов – доктор технических наук, профессор; evershov@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Evgeniy V. Ershov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, evershov@chsu.ru, Cherepovets State University (5, pr. Lunacharsky, 162600 Cherepovets, Russia).

Заявленный вклад авторов: авторы сделали разный вклад в подготовку публикации, что отражено в последовательности персоналий авторского коллектива. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors made different contributions to the preparation of the publication, which is reflected in the sequence of personalities of the author's team. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 21.07.2025; одобрена после рецензирования 04.08.2025; принята к публикации 25.08.2025.

The article was submitted 21.07.2025; Approved after reviewing 04.08.2025; Accepted for publication 25.08.2025.