

Вестник Череповецкого государственного университета. 2022. № 5 (110). С. 49–64.
Cherepovets State University Bulletin, 2022, no. 5 (110), pp. 49–64.

Научная статья
УДК 669.1(07)
<https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-5-110-4>

**Математическое моделирование и управление движением одиночной капли
доменного шлака в потоке газа при сухой грануляции**

**Николай Николаевич Синицын^{1✉}, Наталья Владимировна Запатрина²
Юлия Викторовна Донцова³**

^{1, 3}Череповецкий государственный университет,
Череповец, Россия

¹nnsinitcyn@chsu.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-8919-0573>

³iuvdontcova@chsu.ru

^{1, 2}Военный ордена Жукова университет радиоэлектроники,
Череповец, Россия

Аннотация. Установки сухой грануляции доменного шлака позволяют получить гранулированный шлак и использовать теплоту жидкого шлака. При внедрении сухой грануляции шлака исключены выбросы в атмосферу вредных сернистых соединений. При проектировании грануляционной камеры необходимо оценить ее размер (диаметр), чтобы не было налипания шлака на стенки камеры. До столкновения со стенкой капли шлака должны затвердеть. В данной работе создана математическая модель движения одиночной капли жидкого доменного шлака при сухой грануляции, позволяющая управлять процессом охлаждения капли в грануляционной камере.

Ключевые слова: сухая грануляция, доменный шлак, движение капли, траектории движения, охлаждение, управление процессом охлаждения

Для цитирования: Синицын Н. Н., Запатрина Н. В., Донцова Ю. В. Математическое моделирование и управление движением одиночной капли доменного шлака в потоке газа при сухой грануляции // Вестник Череповецкого государственного университета. 2022. № 5 (110). С. 49–64. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-5-110-4>.

© Синицын Н. Н., Запатрина Н. В., Донцова Ю. В., 2022

**Mathematical modeling and motion control of a single droplet of blast furnace slag
in the gas flow during dry granulation**

Nikolay N. Sinitsyn¹, Natalia V. Zapatrina², Julia V. Dontsova³

^{1,3}Cherepovets State University,
Cherepovets, Russia

¹nnsinitcyn@chsu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8919-0573>

³iuvdontsova@chsu.ru

^{1,2}Military Order of Zhukov University of Radio Electronics,
Cherepovets, Russia

Abstract. Dry granulation plants of blast furnace slag allow obtaining granulated slag and use heat of liquid slag. When introducing dry granulation of slag, emissions of harmful sulfur compounds into the atmosphere are excluded. When designing the granulation chamber, it is necessary to evaluate the main size of the chamber – its diameter to avoid slag sticking to the walls of the chamber. The slag droplets must solidify before colliding with the wall. In this work, the authors developed a mathematical model for the movement of a single droplet of molten blast furnace slag during dry granulation, which allows controlling the cooling process of a single droplet of molten blast furnace slag in the granulation chamber.

Keywords: dry granulation, blast furnace slag, droplet motion, motion trajectories, cooling, cooling control

For citation: Sinitsyn N. N., Zapatrina N. V., Dontsova Ju. V. Mathematical modeling and motion control of a single droplet of blast furnace slag in the gas flow during dry granulation. *Cherepovets State University Bulletin*, 2022, no. 5 (110), pp. 49–64. (In Russ.). <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-5-110-4>.

Введение

Сухая грануляция, в отличие от мокрой, позволяет утилизировать физическую теплоту жидкого доменного шлага, выход которого составляет 0,3...0,6 т. на 1 т. чугуна¹. Установки сухой грануляции шлага, когда горячий шлаг контактирует с охла-

¹ Филатов С. В., Лозович А. В., Титов В. Н., Загайнов С. А., Курунов И. Ф. Анализ работы доменных печей при высокой интенсивности плавки // *Металлург*. 2017. № 10. С. 18–21; Филатов С. В., Курунов И. Ф., Титов В. Н., Загайнов С. А. Внедрение энергоэффективных решений при выплавке чугуна в ПАО «НЛМК» // *Металлург*. 2019. № 4. С. 25–28; Barati M., Esfahani S., Utigard T. A. Energy recovery from high temperature slags // *Energy*. 2011. Vol. 36, iss. 9. P. 5440–5449; Xie D., Jahanshahi S., Norgate T. Dry Granulation to Provide A Sustainable Option for Slag Treatment // *Sustainable Mining Conference (Kalgoorlie, WA, 17–19 August 2010)*. Carlton, Victoria: AusIMM, 2010. P. 22–28; Каппес Х., Мичелс Д. Сухая грануляция шлага с утилизацией энергии – от рождения идеи до пилотной установки // *Черные металлы*. 2015. № 5 (1001). С. 46–52; Zhang H., Wang H., Zhu X., Qiu Y.-J., Li K., Chen R., Liao Q. A review of waste heat recovery technologies towards molten slag in steel industry // *Applied Energy*. 2013. Vol. 112. P. 956–966; Yu P., Wang S., Li Y., Xu G. A Review of Granulation Process for Blast Furnace Slag // *MATEC Web of Conferences. The 3rd International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA 2016) (Hong Kong, 28–30 April 2016)* / edited by A. J. Arumugham et al. Hong Kong: EDP Sciences, 2016. Vol. 68. URL: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2016/31/mateconf_iciea2016_06007.pdf (дата обращения: 01.02.2022).

ждающими газами (в частности, воздухом)¹, позволяют полностью исключить вредные выбросы в окружающую среду, утилизировать физическую теплоту жидких шлаков и получать качественное сырье – сухой гранулированный шлак в стекловидном состоянии.

Гранулированный шлак используется при производстве изоляционных и строительных материалов, в том числе и цемента². Жидкий шлак выходит из доменной печи при температуре порядка 1400...1500 °С, количество физической теплоты которого составляет 1,6...1,8 МДж/кг³. При мокрой грануляции требуются большие объемы охлаждающей воды, при ее контакте с расплавленным шлаком образуются сернистые соединения (сероводород и др.), загрязняющие окружающую среду⁴. Утилизация физической теплоты шлака при этом практически полностью исключена. Кроме того, гранулированный шлак выходит с большой влажностью, и для его сушки требуется значительный расход теплоты⁵.

Основная часть

Рассмотрим принципиальную схему установки сухой грануляции доменного шлака, показанную на рис. 1. В установку жидкий шлак с температурой 1400...1500°С по каналу 1 подается на вращающуюся с большой скоростью чашу 2, и, слетая с ее краев, дробится на мелкие капли размером 1...3 мм⁶. Чтобы не было налипания шлака на стенки камеры 3, до столкновения со стенкой капли шлака в грануляционной камере 4 должны затвердеть, т. е. охладиться до температуры ниже температуры плавления. Охлаждение капель доменного шлака в грануляционной камере происходит очень быстро, поэтому выделение теплоты затвердевания шлака не происходит, поскольку шлак сразу из жидкого состояния переходит в аморфное

¹ Pickering S. J., Hay N., Roylance T. F., Thomas G. H. New process for dry granulation and heat recovery from molten blast-furnace slag // *Ironmaking and Steelmaking*. 1985. Vol. 12, № 1. P. 14–21; Zhang H., Wang H., Zhu X., Qiu Y.-J., Li K., Chen R., Liao Q. A review of waste heat recovery technologies towards molten slag in steel industry // *Applied Energy*. 2013. Vol. 112. P. 956–966.

² Гамей А. И., Наумкин В. В., Сукинова Н. В., Мурзина З. Н. Схемы переработки металлургических шлаков // *Сталь*. 2007. № 2. С. 144–145.

³ Онорин О. П., Полинов А. А., Павлов А. В., Спиринов Н. А., Гуринов И. А. О возможности использования теплового баланса доменной плавки для контроля тепловых потерь // *Металлург*. 2018. № 3. С. 30–34; Урбанович Г. И., Урбанович Е. Г., Панов В. А., Воропаев В. Ф., Басов В. И. Потери тепла с жидкими доменными шлаками и технические решения по их сокращению // *Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации*. 2008. Вып. 7 (1303). С. 51–56.

⁴ Pickering S. J., Hay N., Roylance T. F., Thomas G. H. New process for dry granulation and heat recovery from molten blast-furnace slag // *Ironmaking and Steelmaking*. 1985. Vol. 12, № 1. P. 14–21.

⁵ Там же.

⁶ Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М. Теплообмен в грануляционной камере установки сухой грануляции шлака // *Металлург*. 2019. № 8. С. 36–41.

стекловидное состояние¹. Небольшая часть холодного воздуха по каналу 7 идет на охлаждение вращающейся чаши, после чего смешивается с основным потоком воздуха.

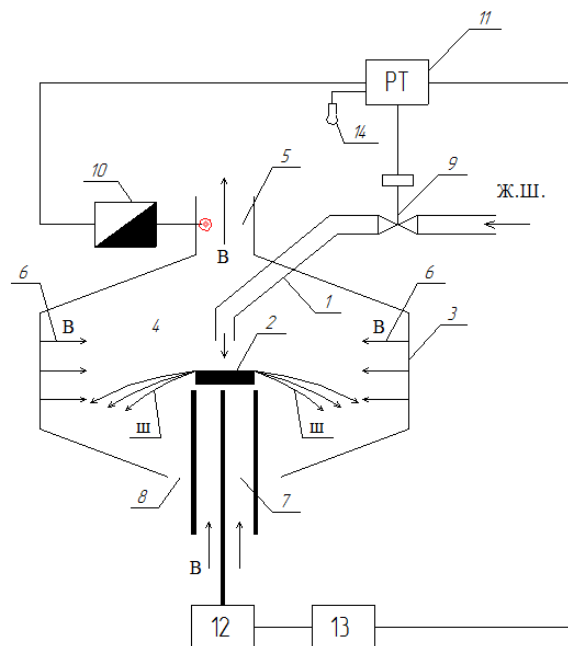


Рис. 1. Принципиальная схема грануляционной камеры:

- 1 – канал подачи жидкого шлака; 2 – вращающаяся чаша;
- 3 – стенка грануляционной камеры; 4 – грануляционная камера;
- 5 – патрубок выхода горячего воздуха; 6 – подача холодного воздуха;
- 7 – подача холодного воздуха на охлаждение чаши 2;
- 8 – канал удаления затвердевшего шлака;
- 9 – регулятор подачи жидкого доменного шлака;
- 10 – датчик температуры; 11 – регулятор температуры;
- 12 – электродвигатель с частотным регулированием;
- 13 – частотный преобразователь; 14 – датчик температуры окружающей среды

Чтобы произошло полное затвердевание частицы шлака, ее температура до столкновения со стенкой камеры должна понизиться до температуры ниже температуры солидус, которая зависит от содержания в шлаке кремнезема (SiO_2). Минимальная температура полного затвердевания шлака составляет примерно $1200\text{ }^\circ\text{C}$ и соответствует концентрации $\text{SiO}_2 \approx 35\%$ ².

¹ Pickering S. J., Hay N., Roylance T. F., Thomas G. H. New process for dry granulation and heat recovery from molten blast-furnace slag // Ironmaking and Steelmaking. 1985. Vol. 12, № 1. P. 14–21.

² Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М. Теплообмен в грануляционной камере установки сухой грануляции шлака // Metallurg. 2019. № 8. С. 36–41.

При выходе из механической форсунки (диска) частицы распыленной жидкости обладают сравнительно большой скоростью. Под действием сил сопротивления частицы будут двигаться с постоянно уменьшающимся ускорением, т. е. скорость частицы будет уменьшаться. В некоторый момент времени ускорения частиц относительно газовой среды становится равным нулю. По характеру движения частиц распыленной жидкости весь процесс в грануляционной камере можно разделить на две фазы: в первой фазе охлаждение происходит при переменной скорости движения частиц; во второй фазе – при постоянной установившейся скорости. Интенсификация теплообмена в грануляционной камере достигается путем увеличения относительной скорости в потоке за счет создания условий неустановившегося движения. Зная максимальный диаметр капель жидкого доменного шлака d и скорость их движения V , можно оценить геометрические и режимные параметры распыливающего устройства (диска): радиус диска R_0 , частоту вращения f , максимальный расход шлака $G_{\text{макс}}$, при котором происходит его распыление, а также механическую мощность N , необходимую для его вращения. Оценка траектории и скорости движения частиц необходимы при расчетах охлаждения частиц, оптимизации аэродинамики камеры грануляции с целью исключения попадания частиц на стенки камеры.

Целью представленной работы является исследование траекторий движения одиночной капли огненно-жидкого доменного шлака при ее движении с переменной скоростью в потоке охлаждающего газа в грануляционной камере.

Выбор минимального размера грануляционной камеры основан на требовании отсутствия налипания жидкого материала на стенки аппарата. Соприкосновение частицы, имеющей жидкую поверхность, и стенок аппарата должно быть исключено за счет правильной организации охлаждения капли в потоке газа.

На основе информации о доменных шлаках принимаем: плотность доменного шлака твердого $\rho_1 = 2100 \dots 2800 \text{ кг/м}^3$ и жидкого $\rho_2 = 3000 \dots 3100 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость твердого доменного шлака $c_1 = 0,85 + 15,6 \cdot 10^{-6} \cdot (T - 373) + 19,5 \cdot 10^{-8} \times (T - 373)^2$, кДж/(кг·К)¹, теплоемкость жидкого шлака $c_2 = 1,269$ кДж/(кг·К). Коэффициент теплопроводности жидкого доменного шлака $\lambda_2 = 2 \dots 3$ Вт/(м·К) и твердого шлака $\lambda_1 = 0,13 \dots 0,17$ Вт/(м·К)². Температура окончания затвердевания $T_c = 1165^\circ\text{C}$. Температура начала затвердевания $T_n = 1350^\circ\text{C}$. Температура фазового перехода $T_\phi = 1275^\circ\text{C}$.

В работе Д. Г. Пажи, В. С. Галустовой «Основы техники распыливания жидкостей» представлена формула для определения максимального диаметра d основных капель, полученная с учетом экспериментальных данных по распылению капельных жидкостей³:

¹ Юрьев Б. П. Изучение теплофизических свойств доменных шлаков в процессе их термической обработки // Известия вузов. Черная металлургия. 2014. Т. 57, № 11. С. 5–10.

² Там же.

³ Пажи Д. Г., Галустов В. С. Основы техники распыливания жидкостей. Москва: Химия, 1984. 256 с.

$$d = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{\sigma}{r_o \rho_{ж}}},$$

где ω – угловая частота вращения диска, c^{-1} ; r_o – радиус диска, м; ρ – плотность жидкости, $кг/м^3$; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, Н/м; c – константа равна 3,46¹.

Остальные величины, при которых получена формула (1), находятся в пределах: $d = 0,03...4$ мм, $\omega = 30 - 1000$ c^{-1} , $r_o = 0,01...0,11$ м, $\rho = 900...1360$ $кг/м^3$, $\sigma = 0,031...0,456$ Н/м.

Выражение (1) позволяет по выбранным значениям максимального диаметра капли жидкого шлака d и скорости ее движения в грануляционной камере оценивать радиус диска r_o , частоту его вращения f и максимальный объемный расход жидкого шлака G , при котором обеспечивается его распыление.

В работе «Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент» отмечено, что жидкие доменные шлаки на выпуске из печи должны иметь высокую серопоглощающую способность, хорошую текучесть и достаточную диффузионную подвижность². Разными свойствами обладают шлаки с вязкостью при температуре на выпуске 1500 °С в пределах 0,26...0,33 Па·с, с температурой кристаллизации не более 1300 °С, а также поверхностным течением 0,430...0,450 Н/м.

Примем для определенности следующие свойства жидкого шлака, поступающего на диск с температурой 1500 °С³; $\mu = 0,3$ Па·с; $\rho = 2500$ $кг/м^3$; $\nu = 1,2 \cdot 10^{-4}$ $м^2/с$; $\sigma = 0,45$ Н/м.

Уравнение переноса тепла в грануляционной камере можно написать в виде:

$$Q = \alpha \cdot F_k \cdot \Delta t,$$

где Q – тепловой поток, переносимый от капель к газу; F_k – поверхность частиц, находящихся одновременно во взвешенном состоянии; Δt – средняя разность температур между каплями и газом; α – коэффициент теплоотдачи.

Условный коэффициент теплоотдачи излучением $\alpha_{л}$, полученный делением плотности лучистого потока на разность температур между поверхностью капли шлака и газом, определяется выражением:

$$\alpha_{л} = \frac{q_{л}}{T_{п} - T_{г}};$$

¹ Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М., Фокин А. В. Определение геометрических и режимных параметров устройства для распыления жидкого шлака в установке сухой грануляции шлака // *Металлург*. 2021. № 3. С. 19–24.

² Аметистов Е. В. и др. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент. Москва: Энергоиздат, 1982. 512 с.

³ Каппес Х., Мичелс Д. Сухая грануляция шлака с утилизацией энергии – от рождения идеи до пилотной установки // *Черные металлы*. 2015. № 5 (1001). С. 46–52; Zhang H., Wang H., Zhu X., Qiu Y.-J., Li K., Chen R., Liao Q. A review of waste heat recovery technologies towards molten slag in steel industry // *Applied Energy*. 2013. Vol. 112. P. 956–966.

$$q_{\text{л}} = \left[\left(\frac{T_{\text{П}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{Г}}}{100} \right)^4 \right] \cdot \varepsilon_{\text{пов}} \cdot c_0;$$

где $T_{\text{П}}$ – температура поверхности капли шлака; $\varepsilon_{\text{пов}}$ – степень черноты поверхности капли, c_0 – излучательная способность абсолютно черного тела.

Коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{к}}$ определяется по формуле¹

$$\alpha_{\text{к}} = Nu \cdot d / \lambda_{\text{Г}},$$

где $\overline{Nu} = 2 + 0,03 \text{Re}^{0,54} \cdot \text{Pr}^{0,33} + 0,35 \text{Re}^{0,58} \cdot \text{Pr}^{0,36}$, d – диаметр капли, $\lambda_{\text{Г}}$ – коэффициент теплопроводности газа; $\text{Re} = w_{\text{отн}} \cdot d / \nu_{\text{Г}}$ – критерий Рейнольдса; $w_{\text{отн}}$ – относительная скорость; $\nu_{\text{Г}}$ – коэффициент кинетической вязкости газа; Pr – число Прандтля. Для воздуха при $t = 30^\circ\text{C}$ $\lambda_{\text{Г}} = 0,0267 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\nu_{\text{Г}} = 16,04 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\text{Pr} = 0,701^2$.

Тепловой поток в сильной степени зависит от суммарной поверхности капель, которую можно изменять с помощью угловой частоты вращения диска и количества шлака, поступающего на диск, при постоянном радиусе диска.

Диаметр максимальных капель в зависимости от радиуса диска и угловой частоты вращения выражается формулой:

$$d = 4,467 \cdot 10^{-2} \cdot r_o^{(-0,495)} \cdot \omega^{-1}, \quad (0,1 \text{ м} \leq r_o \leq 0,33 \text{ м}), \quad (60 \text{ с}^{-1} \leq \omega \leq 190 \text{ с}^{-1}),$$

где R – радиус диска; ω – угловая частота вращения диска.

Суммарная площадь поверхности капель в зависимости от расхода шлака и угловой частоты вращения диска выражается формулой:

$$F_{\text{к}} = 134,19 \cdot r_o^{0,4989} \cdot G \cdot \omega, \\ (0,1 \text{ м} \leq r_o \leq 0,33 \text{ м}, \quad 60 \text{ с}^{-1} \leq \omega \leq 190 \text{ с}^{-1}, \quad 0,0035 \text{ м}^3/\text{с} \leq G \leq 0,0169 \text{ м}^3/\text{с}),$$

где G – объемный расход шлака; ω – угловая частота вращения диска.

Движение капли огненно-жидкого доменного шлака

С целью оценки траектории движения капель жидкого доменного шлака разработана математическая модель движения одиночной капли шлака в потоке газа. При этом определяются траектории движения капель шлака различного размера с различными начальными скоростями в потоке охлаждающего газа с различными скоростями и температурами.

На каплю, движущуюся в газовом потоке, силы действуют силы инерции $\vec{F}_{\text{и}}$, силы аэродинамического сопротивления $\vec{P}_{\text{с}}$ и сила тяжести $\vec{P}_{\text{в}}$

¹ Аметистов Е. В. и др. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент. Москва: Энергоиздат, 1982. С. 175.

² Казанцев Е. И. Промышленные печи. Москва: Металлургия, 1975. 368 с.

$$\bar{F} = m \cdot d\bar{V}/d\tau, \quad \bar{P}_c = \frac{1}{2} c f \rho_{\Gamma} (\bar{W} - \bar{V}) \cdot |\bar{W} - \bar{V}|, \quad \bar{P}_B = m \bar{g},$$

где c – коэффициент аэродинамического сопротивления капли потоку газа; $f = \pi \cdot d^2/4$ – площадь миделева сечения капли шлака, ρ_{Γ} – плотность газового потока; \bar{W}, \bar{V} – скорость движения газового потока и капли шлака; \bar{g} – вектор ускорения свободного падения.

Движение капли доменного шлака в проекциях на оси координат задается уравнениями:

$$\begin{cases} m \frac{dV_x}{d\tau} = \frac{c f \rho_{\Gamma}}{2} (W_x - V_x) \cdot W_{\text{отн}}; \\ m \frac{dV_y}{d\tau} = \frac{c f \rho_{\Gamma}}{2} (W_y - V_y) \cdot W_{\text{отн}} + mg; \\ m \frac{dV_z}{d\tau} = \frac{c f \rho_{\Gamma}}{2} (W_z - V_z) \cdot W_{\text{отн}}, \end{cases} \quad (1)$$

где V_x, V_y, V_z – проекция скорости движения капли шлака на оси координат; W_x, W_y, W_z – проекции скорости газового потока на оси координат; $c = f(\text{Re})$ – коэффициент аэродинамического сопротивления капли, определяется в зависимости от значения критерия Рейнольдса; $\text{Re} = (W_{\text{отн}} \cdot d)/\nu_{\Gamma}$ – критерий Рейнольдса; $W_{\text{отн}} = \sqrt{(W_x - V_x)^2 + (W_y - V_y)^2 + (W_z - V_z)^2}$ – относительная скорость движения капли в потоке газа:

$$\text{при } \text{Re} < 1 \text{ (область Стокса)} \quad c = \frac{24}{\text{Re}};$$

$$\text{при } 1 \leq \text{Re} \leq 10^3 \text{ (переходная область)} \quad c = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{3\sqrt{\text{Re}}} \text{ (формула Шелла-Клячко);}$$

$$\text{при } 2 \cdot 10^4 \leq \text{Re} \leq 2 \cdot 10^5 \text{ (автомодельная область)} \quad c = 0,48;$$

$$\text{при } \text{Re} > 2 \cdot 10^6 \text{ (закритическая область)} \quad c = 0,2.$$

Традиционным численным методом решения обыкновенных дифференциальных уравнений является метод Рунге-Кутты¹.

Метод четвертого порядка описывается системой следующих уравнений:

$$V_{x,m+1} = V_{x,m} + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

где $k_1 = f_1(V_x, V_y, V_z)$;

$$k_2 = f_2\left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} k_1, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} k_1, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} k_1\right);$$

¹ Калиткин Н. Н. Численные методы. Москва: Наука, 1978. 512 с.

$$k_3 = f_3 \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} k_2, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} k_2, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} k_2 \right);$$
$$k_4 = f_4 \left(\tau + \Delta\tau, V_x + \Delta\tau \cdot k_3, V_y + \Delta\tau \cdot k_3, V_z + \Delta\tau \cdot k_3 \right);$$
$$V_{y,m+1} = V_{y,m} + \frac{\Delta\tau}{6} (m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4),$$

где $m_1 = f_1(V_x, V_y, V_z)$;

$$m_2 = f_2 \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} m_1, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} m_1, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} m_1 \right);$$
$$m_3 = f_3 \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} m_2, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} m_2, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} m_2 \right);$$
$$m_4 = f_4 \left(\tau + \Delta\tau, V_x + \Delta\tau \cdot m_3, V_y + \Delta\tau \cdot m_3, V_z + \Delta\tau \cdot m_3 \right);$$
$$V_{z,m+1} = V_{z,m} + \frac{\Delta\tau}{6} (n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4),$$

где $n_1 = f_1(V_x, V_y, V_z)$;

$$n_2 = f_2 \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} n_1, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} n_1, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} n_1 \right);$$
$$n_3 = f_3 \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, V_x + \frac{\Delta\tau}{2} n_2, V_y + \frac{\Delta\tau}{2} n_2, V_z + \frac{\Delta\tau}{2} n_2 \right);$$
$$n_4 = f_4 \left(\tau + \Delta\tau, V_x + \Delta\tau \cdot n_3, V_y + \Delta\tau \cdot n_3, V_z + \Delta\tau \cdot n_3 \right);$$

В этих формулах $\Delta\tau$ - шаг по времени; $V_{x,m}, V_{y,m}, V_{z,m}$ - начальные скорости капли в момент времени τ ; $V_{x,m+1}, V_{y,m+1}, V_{z,m+1}$ - новые значения скорости капли в момент времени $\tau + \Delta\tau$.

Координаты траектории капли шлака рассчитываются по формуле за расчетный шаг по времени:

$$x(\tau + \Delta\tau) = x(\tau) + V_x \cdot \Delta\tau;$$
$$y(\tau + \Delta\tau) = y(\tau) + V_y \cdot \Delta\tau;$$
$$z(\tau + \Delta\tau) = z(\tau) + V_z \cdot \Delta\tau;$$

Здесь $V_x \cdot \Delta\tau$ - приращение координаты по оси Ox ; $V_y \cdot \Delta\tau$ - приращение координаты по оси Oy ; $V_z \cdot \Delta\tau$ - приращение координаты по оси Oz ; $x(\tau), y(\tau), z(\tau)$ - значение координаты в момент времени τ ; $x(\tau + \Delta\tau), y(\tau + \Delta\tau), z(\tau + \Delta\tau)$ - значение координаты в момент времени $\tau + \Delta\tau$.

На рис. 2 представлены траектории движения капель шлака при движении во встречном потоке газа. Оси Ox и Oy расположены в горизонтально, ось Oz направлена вниз.

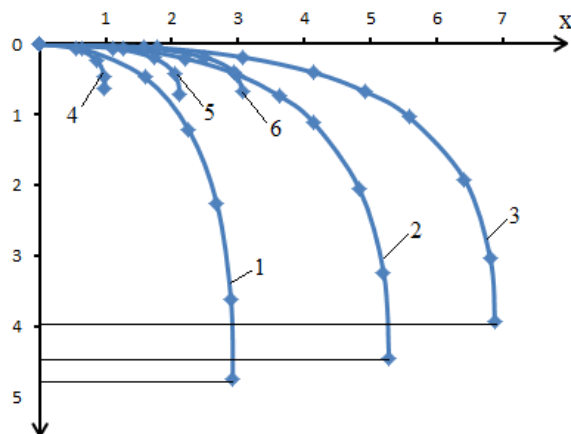


Рис. 2. Расчетные траектории движения капель жидкого доменного шлака различных диаметров:

- 1 – радиус диска $r_o = 0,11$ м; $d = 2,24 \cdot 10^{-3}$ м, начальная скорость капли $V = 6,6$ м/с, начальная скорость встречного потока газа $W = 10$ м/с;
- 2 – $r_o = 0,22$ м; $d = 1,58 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 13,2$ м/с, $W = 10$ м/с;
- 3 – $r_o = 0,33$ м; $d = 1,29 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 19,8$ м/с, $W = 10$ м/с;
- 4 – $r_o = 0,11$ м; $d = 2,24 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 6,6$ м/с, $W = 20$ м/с;
- 5 – $r_o = 0,22$ м; $d = 1,58 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 13,2$ м/с, $W = 20$ м/с;
- 6 – $r_o = 0,33$ м; $d = 1,29 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 19,8$ м/с, $W = 20$ м/с

Видно, что с увеличением радиуса диска 0,11 до 0,33 м уменьшается диаметр максимальных капель с 2,24 до 1,29 мм и скорость отрыва капель увеличивается с 6,6 до 19,8 м/с. Проекция траектории на горизонтальную ось увеличивается с 2,92 до 6,88 м, а проекция траектории на вертикальную ось уменьшается с 4,74 до 3,92 м. Увеличение скорости газового потока в два раза при тех же параметрах капли увеличивает проекцию траектории движения капли на горизонтальную ось с 0,979 до 3,7 м, а проекция на вертикальную ось увеличивается с 0,623 до 0,66 м. Продолжительность движения капли до полной остановки в горизонтальном направлении уменьшается с 1,06 до 0,396 с при увеличении скорости газового потока в 2 раза. Радиус капли равен 0,00158 м.

Из рис. 2 видно, что, изменяя начальные скорости капли и газового потока, можно оценить характерные размеры грануляционной камеры, диаметр и высоту. Размеры грануляционной камеры позволяют оценить максимальный диаметр, начальную скорость капель, угловую частоту вращения диска, диаметр диска для заданного объемного расхода доменного шлака, а также мощность электродвигателя, вращающего диск.

Для реализации разработанной математической модели был создан алгоритм расчета траектории движения жидкой капли доменного шлака в потоке газа, блок-схема которого изображена на рис. 3.



Рис. 3. Алгоритм расчета траекторий движения жидкой капли доменного шлака и оценка траектории движения

Исходные данные для расчета траектории движения в потоке газа включают себя: начальные скорости движения капли и газа, физические свойства капли и газа, объемный расход жидкого шлака, температуры шлака и газа, приращение независимого аргумента времени.

Расчет изменения скорости капли проводится методом Рунге-Кутты четвертого порядка, приращение координат определяется по формуле:

$$\Delta S = \Delta V \cdot \Delta \tau.$$

Оценка момента торможения капли при движении в горизонтальном направлении производится путем сравнения последующей координаты с предыдущей.

В блоке №2 – проводится расчет гидродинамических параметров, относительной скорости, числа Рейнольдса, коэффициента гидродинамического сопротивления.

В блоке №3 – проводится решение уравнений движения капли жидкого доменного шлака в газовом потоке, определяется приращение скорости капли, приращение координаты.

В блоке №4 – определяются координаты движения капли при ее торможении в горизонтальном направлении.

В блоке №5 – проводится сравнение значений координат капли предыдущих с номерующим.

В блоке №6 – осуществляется вывод координат капли при торможении и текущее значение относительной скорости.

Затраты энергии на распыление жидкого шлака дисковым распылителем можно оценить по выражению¹.

$$N \approx N_K + N_T = 1,5 \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot G \cdot V^2,$$

где N_K – мощность затрачиваемая на увеличение кинетической энергии шлака, покидающего диск со скоростью V ; N_T – мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения поверхности диска со слоем шлака.

$N_K = \rho_{\text{ж}} \cdot G \cdot V^2 / 2$ – так как все капли жидкого шлака покидают диск со скоростью V .

Полная мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения, равна:

$$N_T = \rho_{\text{ж}} \cdot G \cdot \omega^2 \cdot r_0^2 = \rho \cdot G \cdot V^2,$$

где $V = \omega \cdot r_0$ – скорость отрыва капли, $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкого шлака.

Для расчета мощности электродвигателя привода диска разработан алгоритм, блок-схема которого изображена на рис. 4.

Исходные данные для расчета мощности электродвигателя включают в себя:

- температуру капли и газового потока;
- начальные скорости капли и газового потока;
- расход шлака;
- физические свойства жидкого шлака и газового потока;
- предполагаемый диаметр и высоту грануляционной камеры;
- начальные радиус диска и угловая частота вращения диска.

В блоке 2 проводится расчет максимального диаметра капли и скорости отрыва.

В блоке 3 проводится расчет траектории движения капли.

¹ Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М., Фокин А. В. Определение геометрических и режимных параметров устройства для распыления жидкого шлака в установке сухой грануляции шлака // *Металлург.* 2021. № 3. С. 19–24.

В блоках 4, 5, 6, 7 проводится сравнение конечных параметров траектории с заданным диаметром и высотой камеры.

В блоке 9 по полученным значениям ω , r_o , G , X_2 , Y_1 и d рассчитывается мощность электродвигателя.

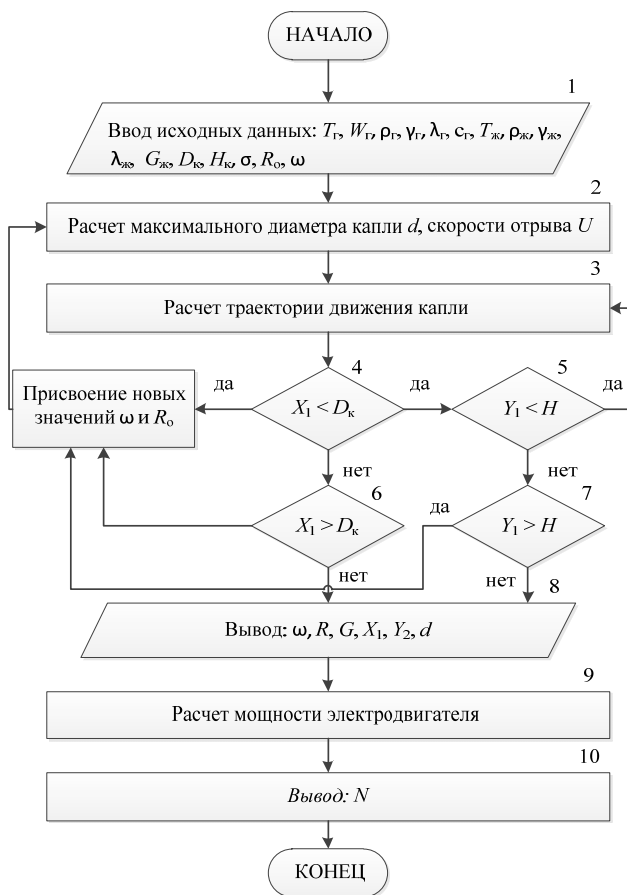


Рис. 4. Алгоритм расчета мощности электродвигателя диска

Выводы

Для исследованных траекторий движения жидкой капли доменного шлака в потоке холодного воздуха при неустановившемся режиме движения создана математическая модель движения одиночной капли доменного шлака, включающая уравнение движения тела, уравнения, связывающие диаметр максимальной капли распыла, угловую частоту вращения диска, объемный расход распыливаемой среды и диаметр диска. В результате моделирования движения капли шлака при сухой грануляции получены расчетные зависимости размеров капли и суммарной площади поверхности влаги от параметров распыливающего устройства, позволяющие управлять процессом грануляции доменного шлака. Показаны траектории движения капель во

встречном потоке газа в зависимости от начальных скоростей капли и потока газа до момента торможения капли в горизонтальном направлении.

Система уравнений (2) движения одиночной капли жидкого доменного шлака при ее неустановившемся движении во встречном потоке газа до момента торможения капли в горизонтальном направлении позволяет определить траекторию капли в процессе неустановившегося движения и оценить характерные размеры грануляционной камеры, диаметр и высоту активной зоны.

Список источников

- Аметистов Е. В. и др. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент. Москва: Энергоиздат, 1982. 512 с.
- Гамей А. И., Наумкин В. В., Сукинова Н. В., Мурзина З. Н. Схемы переработки металлургических шлаков // *Сталь*. 2007. № 2. С. 144–145.
- Казанцев Е. И. Промышленные печи. Москва: Металлургия, 1975. 368 с.
- Калиткин Н. Н. Численные методы. Москва: Наука, 1978. 512 с.
- Каппес Х., Мичелс Д. Сухая грануляция шлака с утилизацией энергии – от рождения идеи до пилотной установки // *Черные металлы*. 2015. № 5 (1001). С. 46–52.
- Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М. Теплообмен в грануляционной камере установки сухой грануляции шлака // *Металлург*. 2019. № 8. С. 36–41.
- Лукин С. В., Шестаков Н. И., Ильичева Е. М., Фокин А. В. Определение геометрических и режимных параметров устройства для распыления жидкого шлака в установке сухой грануляции шлака // *Металлург*. 2021. № 3. С. 19–24.
- Онорин О. П., Полинов А. А., Павлов А. В., Спиринов Н. А., Гуринов И. А. О возможности использования теплового баланса доменной плавки для контроля тепловых потерь // *Металлург*. 2018. № 3. С. 30–34.
- Пажи Д. Г., Галустов В. С. Основы техники распыливания жидкостей. Москва: Химия, 1984. 256 с.
- Урбанович Г. И., Урбанович Е. Г., Панов В. А., Воропаев В. Ф., Басов В. И. Потери тепла с жидкими доменными шлаками и технические решения по их сокращению // *Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации*. 2008. Вып. 7 (1303). С. 51–56.
- Филатов С. В., Курунов И. Ф., Титов В. Н., Загайнов С. А. Внедрение энергоэффективных решений при выплавке чугуна в ПАО «НЛМК» // *Металлург*. 2019. № 4. С. 25–28.
- Филатов С. В., Лозович А. В., Титов В. Н., Загайнов С. А., Курунов И. Ф. Анализ работы доменных печей при высокой интенсивности плавки // *Металлург*. 2017. № 10. С. 18–21.
- Юрьев Б. П. Изучение теплофизических свойств доменных шлаков в процессе их термической обработки // *Известия вузов. Черная металлургия*. 2014. Т. 57, № 11. С. 5–10.
- Barati M., Esfahani S., Utigard T. A. Energy recovery from high temperature slags // *Energy*. 2011. Vol. 36, iss. 9. P. 5440–5449.
- Pickering S. J., Hay N., Roylance T. F., Thomas G. H. New process for dry granulation and heat recovery from molten blast-furnace slag // *Ironmaking and Steelmaking*. 1985. Vol. 12, № 1. P. 14–21.
- Xie D., Jahanshahi S., Norgate T. Dry Granulation to Provide A Sustainable Option for Slag Treatment // *Sustainable Mining Conference (Kalgoorlie, WA, 17–19 August 2010)*. Carlton, Victoria: AusIMM, 2010. P. 22–28.
- Yu P., Wang S., Li Y., Xu G. A Review of Granulation Process for Blast Furnace Slag // *MATEC Web of Conferences. The 3rd International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA 2016) (Hong Kong, 28–30 April 2016)* / edited by A. J. Arumugham et al. Hong Kong: EDP Sciences, 2016. Vol. 68. URL: <https://www.matec->

conferences.org/articles/mateconf/pdf/2016/31/mateconf_iciea2016_06007.pdf (дата обращения: 01.02.2022).

Zhang H., Wang H., Zhu X., Qiu Y.-J., Li K., Chen R., Liao Q. A review of waste heat recovery technologies towards molten slag in steel industry // *Applied Energy*. 2013. Vol. 112. P. 956–966.

References

Ametistov E. V. i dr. *Teplo- i massoobmen. Teplotekhnicheskii eksperiment* [Heat and mass exchange. Thermotechnical experiment]. Moscow: Energoizdat, 1982. 512 p.

Gamei A. I., Naumkin V. V., Sukinova N. V., Murzina Z. N. Skhemy pererabotki metallurgicheskikh shlakov [Methods of metallurgical slag processing]. *Stal'* [Steel], 2007, no. 2, pp. 144–145.

Kazantsev E. I. *Promyshlennye pechi* [Industrial furnaces]. Moscow: Metallurgiya, 1975. 368 p.

Kalitikin N. N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1978. 512 p.

Kappes Kh., Michels D. Sukhaia granuliatsiia shlaka s utilizatsiei energii – ot rozhdeniia idei do pilotnoi ustanovki [Dry slag granulation with energy recovery – from inception to pilot plant]. *Chernyye metally* [Ferrous Metals Journal], 2015, no. 5 (1001), pp. 46–52.

Lukin S. V., Shestakov N. I., Il'icheva E. M. Teploobmen v granulatsionnoi kamere ustanovki sukhoi granuliatsii shlaka [Heat exchange in granulating chamber of slag dry granulation unit]. *Metallurg* [Metallurgist], 2019, no. 8, pp. 36–41.

Lukin S. V., Shestakov N. I., Il'icheva E. M., Fokin A. V. Opredelenie geometricheskikh i rezhimnykh parametrov ustroystva dlia raspyleniia zhidkogo shlaka v ustanovke sukhoi granuliatsii shlaka [Determination of geometric and operating parameters of device for spraying molten slag in a dry slag granulation plant]. *Metallurg* [Metallurgist], 2021, no. 3, pp. 19–24.

Onorin O. P., Polinov A. A., Pavlov A. V., Spirin N. A., Gurin I. A. O vozmozhnosti ispol'zovaniia teplovogo balansa domennoi plavki dlia kontrolya teplovykh poter' [About possibility of using BF heat balance to control heat losses]. *Metallurg* [Metallurgist], 2018, no. 3, pp. 30–34.

Pazhi D. G., Galustov V. S. *Osnovy tekhniki raspylivaniia zhidkosti* [Basic techniques of spraying liquids]. Moscow: Khimiya, 1984. 256 p.

Urbanovich G. I., Urbanovich E. G., Panov V. A., Voropaev V. F., Basov V. I. Poteri tepla s zhidkimi domennymi shlakami i tekhnicheskie resheniia po ikh sokrashcheniiu [Heat losses with molten blast furnace slags and technical solutions for their reduction]. *Chernaia metallurgiya. Biulleten' nauchno-tekhnicheskoi i ekonomicheskoi informatsii* [Ferrous metallurgy. Bulletin of scientific, technical and economic information], 2008, iss. 7 (1303), pp. 51–56.

Filatov S. V., Kurunov I. F., Titov V. N., Zagainov S. A. Vnedrenie energoeffektivnykh reshenii pri vyplavke chuguna v PAO «NLMK» [Introduction of energy efficiency measures at ironmaking in JSC «NLMK»]. *Metallurg* [Metallurgist], 2019, no. 4, pp. 25–28.

Filatov S. V., Lozovich A. V., Titov V. N., Zagainov S. A., Kurunov I. F. Analiz raboty domennykh pechei pri vysokoi intensivnosti plavki [Analysis of BF process at high intensity smelting operation]. *Metallurg* [Metallurgist], 2017, no. 10, pp. 18–21.

Iur'ev B. P. Izuchenie teplofizicheskikh svoystv domennykh shlakov v protsesse ikh termicheskoi obrabotki [Study of thermophysical properties of blast furnace slag during its thermal treatment]. *Izvestiia vuzov. Chernaia metallurgiya* [Izvestiya. Ferrous Metallurgy], 2014, vol. 57, no. 11, pp. 5–10.

Barati M., Esfahani S., Utigard T. A. Energy recovery from high temperature slags. *Energy*, 2011, vol. 36, iss. 9, pp. 5440–5449.

Pickering S. J., Hay N., Roylance T. F., Thomas G. H. New process for dry granulation and heat recovery from molten blast-furnace slag. *Ironmaking and Steelmaking*, 1985, vol. 12, no. 1, pp. 14–21.

Xie D., Jahanshahi S., Norgate T. Dry Granulation to Provide A Sustainable Option for Slag Treatment. *Sustainable Mining Conference (Kalgoorlie, WA, 17–19 August 2010)*. Carlton, Victoria: AusIMM, 2010, pp. 22–28.

Yu P., Wang S., Li Y., Xu G. A Review of Granulation Process for Blast Furnace Slag. *MATEC Web of Conferences. The 3rd International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA 2016) (Hong Kong, 28–30 April 2016)*; ed. by A. J. Arumugham et al. Hong Kong: EDP Sciences, 2016, vol. 68. Available at: https://www.matec-conferences.org/articles/mateconf/pdf/2016/31/mateconf_iciea2016_06007.pdf (accessed: 01.02.2022).

Zhang H., Wang H., Zhu X., Qiu Y.-J., Li K., Chen R., Liao Q. A review of waste heat recovery technologies towards molten slag in steel industry. *Applied Energy*, 2013, vol. 112, pp. 956–966.

Сведения об авторах

Николай Николаевич С иницын – доктор технических наук, профессор; <https://orcid.org/0000-0001-8919-0573>, nnsinitcyn@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т Луначарского, 162600 г. Череповец, Россия); Военный ордена Жукова университет радиоэлектроники (д. 126, пр-т Советский, 162622 г. Череповец, Россия); **Nikolay N. Sinitcyn** – Doctor of Technical Sciences, Professor; <https://orcid.org/0000-0001-8919-0573>, nnsinitcyn@chsu.ru, Cherepovets State University (5, pr. Lunacharskogo, 162600 Cherepovets, Russia); Military Order of Zhukov University of Radio Electronics (126, pr. Sovetskii, 162622 Cherepovets, Russia).

Наталья Владимировна Запатрина – кандидат технических наук, заведующий кафедрой математики; Военный ордена Жукова университет радиоэлектроники (д. 126, пр-т Советский, 162622 г. Череповец, Россия); **Natalia V. Zapatrina** – Candidate of Technical Sciences, Head of Mathematics Department; Military Order of Zhukov University of Radio Electronics (126, pr. Sovetskii, 162622 Cherepovets, Russia).

Юлия Викторовна Донцова – аспирант; iuvdontcova@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т Луначарского, 162600 г. Череповец, Россия); **Julia V. Dontsova** – Postgraduate student; iuvdontcova@chsu.ru, Cherepovets State University (5, pr. Lunacharskogo, 162600 Cherepovets, Russia).

Заявленный вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 07.02.2022; одобрена после рецензирования 14.07.2022; принята к публикации 22.07.2022.

The article was submitted 07.02.2022; Approved after reviewing 14.07.2022; Accepted for publication 22.07.2022.