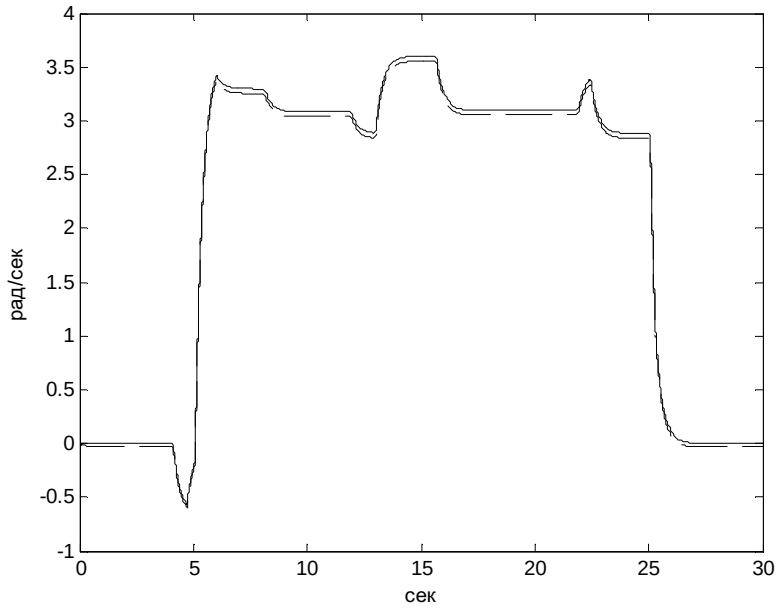


Рис. 4. Сравнительное моделирование работы модели электропривода и нейросетевой модели идентификации при случайном моменте сопротивления $M_н$.

Литература

1. *Горбань, А.Н.* Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей / А.Н. Горбань // Сибирский журнал вычислительной математики РАН. Сибирское отделение. – Новосибирск, 1998. –Т. 1. – № 1. – С. 11 – 24.

2. *Макаров, И.М.* Интеллектуальные системы автоматического управления / И.М. Макаров, В.М. Лохин. – М., 2001.

3. *Медведев, В.С.* Нейронные сети. MATLAB6 / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин. – М., 2002.

4. *Оссовский, С.* Нейронные сети для обработки информации / С. Оссовский. – М., 2002.

5. *Терехов, В.А.* Нейросетевые системы управления / В.А. Терехов, Д.В. Ефимов, И.Ю. Тюкин. – М., 2002.

6. *Терехов, В.М.* Системы управления электроприводов / В.М. Терехов, О.И. Осипов. – М., 2006.

7. *Хайкин, С.* Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М., 2006.

УДК 621.43.016

З.К. Кабаков, И.А. Сенатова, А.Л. Кузьминов, А.И. Фоменко

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛООБМЕНА В НЕПОДВИЖНОМ СЛОЕ

В статье рассмотрен сравнительный анализ алгоритмов тестирования численного решения уравнений теплообмена для газа и материала в неподвижном слое и предложен усовершенствованный алгоритм тестирования численной модели процесса теплообмена, что позволяет увеличить точность решения.

Уравнения теплообмена, численное решение, тестирование алгоритмов, максимальные относительные погрешности.

The article presents a comparative analysis of algorithms for testing the numerical solutions of equations of heat transfer for gas and material in a fixed bed and an improved algorithm for testing the numerical model of heat transfer process, which increased the accuracy of the solution.

Convection equations, numerical solution, testing algorithms, the maximum relative error.

При рассмотрении процессов теплообмена в плотном неподвижном слое используют математическую модель, которая включает следующие уравнения [5]: уравнение теплообмена для газа

$$c_г \rho_г w_г \frac{\partial t_г}{\partial y} = -\alpha_V \left(t_г - t_м \right) \qquad (1)$$

и уравнение теплообмена для материала

$$c_{\text{м}}\rho_{\text{нас}}\frac{\partial t_{\text{м}}}{\partial\tau}=\alpha_V\left(t_{\text{г}}-t_{\text{м}}\right), \qquad (2)$$

где $c_{\text{г}}, c_{\text{м}}$ – соответственно теплоемкости газа и материала; $\rho_{\text{г}}$ – плотность газа, $\rho_{\text{нас}}=\rho_{\text{м}}(1-\varepsilon)$, $\rho_{\text{нас}}$ – насыпная плотность материала, $\rho_{\text{м}}$ – плотность материала, ε – порозность слоя; α_V – объемный коэффициент теплоотдачи; $t_{\text{г}}, t_{\text{м}}$ – температуры газа; τ – время; y – координата по высоте слоя; m – коэффициент термической массивности, $w_{\text{г}}$ – скорость фильтрации газа.

Для однозначности решения система уравнений (1) – (2) дополняется граничным и начальным условиями: температура газа на входе в слой при y = 0 является постоянной величиной $t_{\text{г}}=t_{\text{г}}^0$; температура материала в начале процесса одинакова по высоте слоя, т.е. при $\tau = 0$ $t_{\text{м}}=t_{\text{м}}^0$.

Объемный коэффициент теплообмена определяется по формуле:

$$\alpha_V=\frac{\alpha_F f}{m}, \qquad (3)$$

где $\alpha_F=\frac{\text{Nu}\lambda_г}{d}$ – поверхностный коэффициент теплоотдачи, $f=\frac{6(1-\varepsilon)}{d}$, d – диаметр сферического элемента насадки, $\lambda_{\text{г}}$ – теплопроводность газа, Nu – число Нуссельта.

Коэффициент термической массивности $m=\frac{1}{1+\frac{\text{Bi}}{k}}$, где критерий подобия $\text{Bi}=\frac{\alpha_F d}{2\lambda_м}$, $\lambda_{\text{м}}$ – теплопроводность материала, d – диаметр элемента слоя, $k=5$ для сферического элемента слоя [5].

Для расчета Nu использованы формулы В.Н. Тимофеева [6], [7]:

$$\text{Nu}=0{,}106\,\text{Re} \text{ при Re < 200},$$
$$\text{Nu}=0{,}61\left(\text{Re}\right)^{0{,}67} \text{ при Re > 200},$$

где $\text{Re}=\frac{w_{\text{г}}d}{v_{\text{г}}}$ – число Рейнольдса, $w_{\text{г}}$ – скорость фильтрации газа, $v_{\text{г}}$ – кинематическая вязкость газа.

Для решения системы уравнений (1) – (2) используют метод конечных разностей. Для этого расчетную область по координате заменяют дискретным аналогом. Высоту слоя разбивают на N узлов с шагом $\Delta y=\frac{H}{N}$, где H – высота слоя. Схема дискретизации расчетной области для определения температуры материала и газа представлена на рис. 1. Расчетная схема для определения температуры газа имеет $N+1$ узел, а для материала N – сетки сдвинуты относительно друг друга на $\frac{\Delta y}{2}$.

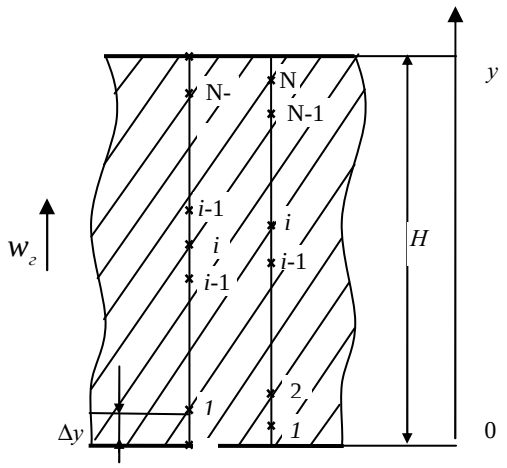


Рис. 1. Схема дискретизации расчетной области для определения температуры материала и газа в слое: $1-N$ узлы для расчета температуры материала, $0-N$ для температуры газа

Температуру в i-м узле в момент времени $\tau=n\Delta\tau$ обозначают $(t)_i^n$, в момент времени $\tau=(n+1)\Delta\tau$ обозначают $(t)_i^{n+1}$ [2], где $\Delta\tau$ определяется из условия устойчивости $\Delta\tau w_г<\Delta y$ или $\Delta\tau=\frac{\Delta y}{k\cdot w_г}$, k – коэффициент устойчивости (k > 1).

Производные в системе уравнений (1) – (2) заменяют дискретными аналогами: $\frac{\partial t_{\text{г}}}{\partial y}\approx\frac{(t_{\text{г}})_i^{n+1}-(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}}{\Delta y}$, $\frac{\partial t_{\text{м}}}{\partial\tau}\approx\frac{(t_{\text{м}})_i^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}}{\Delta\tau}$.

Уравнения баланса тепла газа и материала (1) – (2) в соответствии с введенной схемой дискретизации, приводят к следующему виду:

$$\frac{(t_{\text{г}})_i^{n+1}-(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}}{\Delta y}=-\frac{\alpha_V}{c_{\text{г}}\rho_{\text{г}}w_{\text{г}}}\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}\right), i=1...N; \qquad (4)$$

$$\frac{(t_{\text{м}})_i^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}}{\Delta\tau}=\frac{\alpha_V}{c_{\text{м}}\rho_{\text{нас}}}\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}\right), i=1...N. \qquad (5)$$

Таким образом, получают формулы для расчета температуры газа и температуры материала:

$$(t_{\text{г}})_i^{n+1}=(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}-A\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}\right); \qquad (6)$$

$$(t_{\text{м}})_i^{n+1}=(t_{\text{м}})_i^{n}+B\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^{n}\right), \qquad (7)$$

где $A=-\frac{\alpha_V\Delta y}{c_{\text{г}}\rho_{\text{г}}w_{\text{г}}}$, $B=\frac{\alpha_V\Delta t}{c_{\text{м}}\rho_{\text{нас}}}$.

В данной работе для решения дифференциального уравнения теплообмена используем известный алгоритм (6) – (7) и модифицированный (10) – (11), что позволило увеличить точность численного решения. Для этого уравнения (6) – (7) представим в следующей конечно-разностной форме:

$$\frac{(t_{\text{г}})_i^{n+1}-(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}}{\Delta y}=-\frac{\alpha_V}{c_{\text{г}}\rho_{\text{г}}w_{\text{г}}}\left(\frac{(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}+(t_{\text{г}})_i^{n+1}}{2}-(t_{\text{м}})_i^n\right); \quad (8)$$

$$\frac{(t_{\text{м}})_i^{n+1}-(t_{\text{м}})_i^n}{\Delta\tau}=\frac{\alpha_V}{c_{\text{м}}\rho_{\text{нас}}}\left(\frac{(t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}+(t_{\text{г}})_i^{n+1}}{2}-\frac{(t_{\text{м}})_i^n+(t_{\text{м}})_i^{n+1}}{2}\right). \quad (9)$$

В результате получаем расчетные уравнения:

$$(t_{\text{г}})_i^{n+1}=\frac{1}{1+A'}\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}(1-A')+2A'(t_{\text{м}})_i^n\right); \quad (10)$$

$$(t_{\text{м}})_i^{n+1}=\frac{B'}{1+B'}\left((t_{\text{г}})_{i-1}^{n+1}+(t_{\text{г}})_i^{n+1}\right)+(t_{\text{м}})_i^n\frac{1-B'}{1+B'}, \quad (11)$$

где $A'=\frac{A}{2}$, $B'=\frac{B}{2}$.

Для тестирования алгоритма (6) – (7) в работе [2] применили точное решение системы уравнений (1) – (2), которое сначала преобразовали к виду при постоянных коэффициентах [1]:

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial Z}=\theta-\vartheta;\ \frac{\partial\theta}{\partial Y}=\vartheta-\theta \quad (12)$$

$$\theta=1 \text{ при } Y=0; \quad (13)$$

$$\vartheta=0 \text{ при } Z=0, \quad (14)$$

где $\vartheta=\frac{t_{\text{м}}-t_{\text{м}}^0}{t_{\text{г}}^0-t_{\text{м}}^0}$ – относительная температура материала, $\theta=\frac{t_{\text{г}}-t_{\text{м}}^0}{t_{\text{г}}^0-t_{\text{м}}^0}$ относительная температура газа; $Z=\frac{\alpha_V\tau}{c_{\text{м}}\rho_{\text{нас}}}$ – относительное время; $Y=\frac{\alpha_V y}{c_{\text{г}}\rho_{\text{г}}w_{\text{г}}}$ – относительная координата по высоте слоя.

Точное решение имеет вид [5]:

$$\vartheta=e^{-Y}\int_0^Z e^{-\xi}I_0(2\sqrt{Y\xi})d\xi; \quad (15)$$

$$\theta=1-e^{-Z}\int_0^Y e^{-\xi}I_0(2\sqrt{Z\xi})d\xi. \quad (16)$$

В выражениях (15) и (16) $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка (функция Бесселя мнимого аргумента): $I_0(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(x/2)^{2k}/(k!)^2$, где $x=2\sqrt{Y\xi}$ для (15) и $x=2\sqrt{Z\xi}$ для (16).

Проведем тестирование известного и модифицированного алгоритмов с использованием данного точного решения. При тестировании алгоритмов исходные данные примем по аналогии с работой [2] (см. таблицу).

Таблица

Исходные данные для тестирования

Обозначение	Наименование величины	Значение	Единицы измерения
$t_{\text{г}}^0$	Температура газа на входе в слой	800	°С
$t_{\text{м}}^0$	Температура материала в начальный момент времени	0	°С
H	Высота слоя	0,8	м
ε	Порозность слоя	0,4	
d	Диаметр элемента слоя	0,025	м
$\rho_{\text{нас}}$	Насыпная плотность материала	1250	кг/м^3
$c_{\text{м}}$	Теплоемкость материала	840	Дж/(кг·К)
$\lambda_{\text{м}}$	Теплопроводность материала	1,5	Вт/(м·К)
$w_{\text{г}}$	Скорость фильтрации газа	0,25	м/с
$c_{\text{г}}$	Теплоемкость газа	1264	Дж/(кг·К)
$\rho_{\text{г}}$	Плотность газа	0,33	кг/м^3
$\nu_{\text{г}}$	Кинематическая вязкость газа	$131{,}8\cdot10^{-6}$	м^2/с
$\lambda_{\text{г}}$	Теплопроводность газа	$9{,}15\cdot10^{-2}$	Вт/(м·К)
N	Количество узлов	50…150	

Коэффициент теплоотдачи определяем при исходных данных, представленных в таблице. При величине числа Рейнольдса $\mathrm{Re}=47{,}42<200$, число Нуссельта $\mathrm{Nu}=5{,}03$, $\alpha_F=18{,}4$ Вт/(м^2·К), объемный коэффициент теплоотдачи составит $\alpha_V=2649$ Вт/(м^3·К), коэффициент термической массивности $m=5{,}4$. При заданных исходных данных (см. таблицу) конечное значение относительной координаты высоты слоя Y составит 3,751.

Тестирование алгоритмов включает исследование сходимости решения и исследование погрешности решения. Для оценки сходимости решения рассмотрены варианты расчетов с количеством узлов расчетной области N = 50,100, 150, расчетный шаг по

времени соответственно составит $\Delta\tau = 0,032$; $0,016$; $0,012$ с. Температуры газа и материала для каждого количества узлов находим через $\tau = 25$, 50, 75, 100, 125, 150, 200 с.

Значения относительной погрешности расчета температуры газа и материала $\xi_г$ и $\xi_м$ определяем по формулам:

$$\xi_г = \frac{\left|t_г - t_г^*\right|}{t_г^{max}} \cdot 100\,\%\,;\ \xi_м = \frac{\left|t_м - t_м^*\right|}{t_м^{max}} \cdot 100\,\%\,, \qquad (17)$$

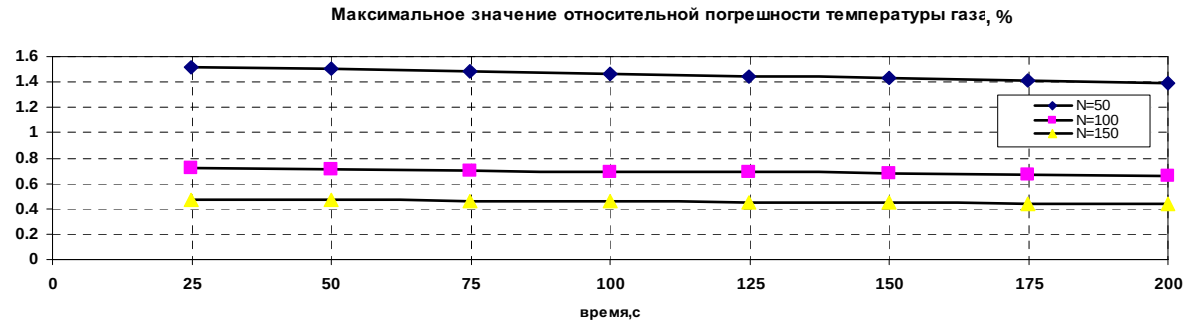
где $t_г^*$ и $t_м^*$ – точные значения температуры газа и материала, определенные при решении интегралов (15) и (16); $t_г^{max}$ и $t_м^{max}$ – максимально возможная температура газа и материала в слое во времени [4]. Точные значения определенны при вычислении интегралов (15) и (16) с помощью математического пакета MathCAD 14.

На рис. 2 приведены распределения максимальной по слою относительной погрешности расчета температуры газа во времени при разных количествах узлов расчетной области и расчетных шагах по времени для известного алгоритма (*а*) и для модифицированного алгоритма (*б*).

Из рис. 2 (*а*), (*б*) следует, что для каждого из алгоритмов максимальная по слою погрешность расчета температуры газа принимает свое максимальное значение на начальных этапах времени и не существенно меняется во времени. При измельчении расчетного шага по высоте слоя (увеличении количества узлов расчетной области) и, соответственно, уменьшении расчетного шага по времени максимальная по слою погрешность понижается и при количестве узлов более 100 не превосходит 1 % для каждого из алгоритмов. Сравнение распределения максимальной по слою относительной погрешности расчета температуры газа для известного алгоритма рис. 2 (*а*) и для модифицированного алгоритма рис. 2 (*б*) показывает значительное уменьшение погрешности в случае тестирования модифицированного алгоритма (более, чем в 10 раз).

На рис. 3 приведены распределения максимальной по слою относительной погрешности расчета температуры материала во времени при разных количествах узлов расчетной области и расчетных шагах по времени для известного алгоритма (*а*) и для модифицированного алгоритма (*б*).

а)



б)

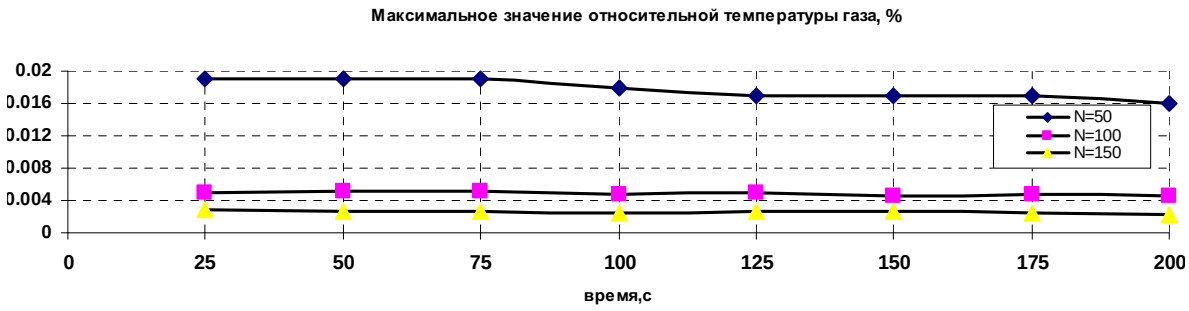
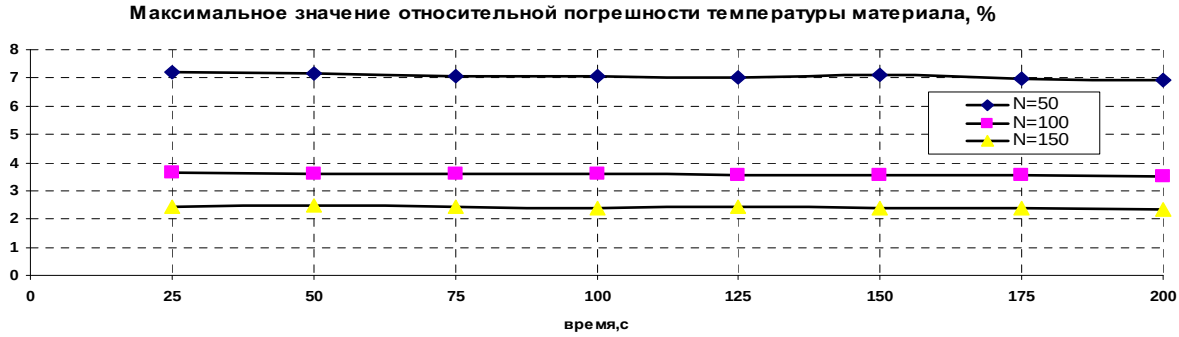


Рис. 2. Изменение максимального по слою значения относительной погрешности расчета температуры газа во времени при различных количествах узлов *N* для известного алгоритм (*а*) и для модифицированного алгоритма (*б*)

а)



б)

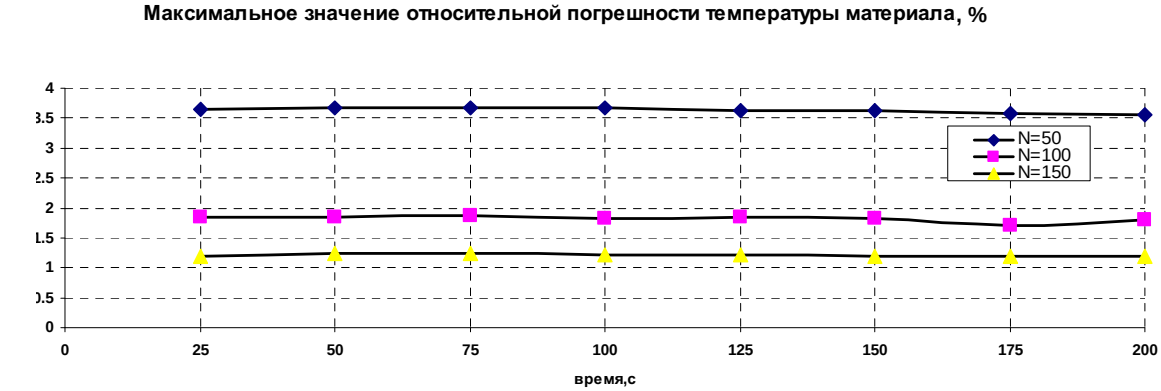


Рис. 3. Изменение максимального по слою значения относительной погрешности расчета температуры материала во времени при различных количествах узлов *N* для известного алгоритма (*а*) и для модифицированного алгоритма (*б*)

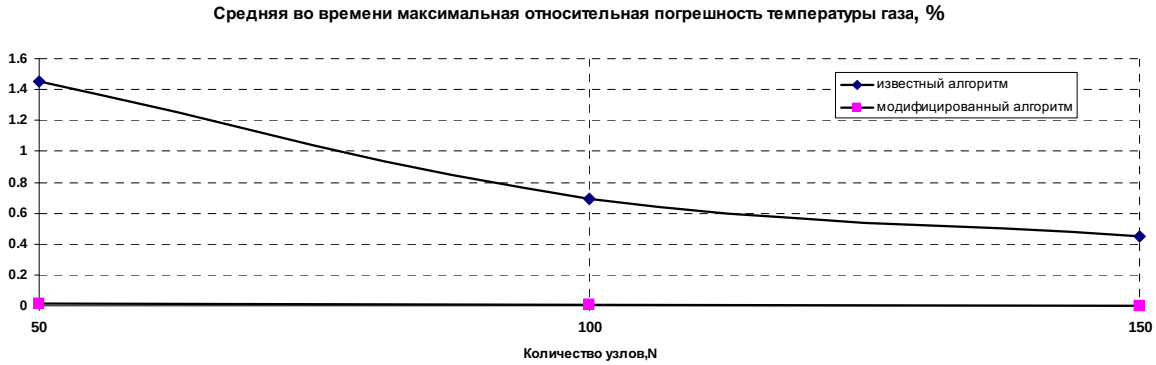
Из рис. 3 (*а*), (*б*) следует, что для каждого из алгоритмов максимальная по слою погрешность расчета температуры материала принимает свое максимальное значение на начальных этапах времени и несущественно меняется во времени. При измельчении расчетного шага по высоте слоя (увеличении количества узлов расчетной области) и соответственно уменьшении расчетного шага по времени максимальная по слою погрешность расчета температуры материала уменьшается незначительно, при количестве узлов более 100 не превосходит 4 % для каждого из алгоритмов. Сравнение распределения максимальной по слою относительной погрешности расчета температуры материала для известного алгоритма рис. 2 (*а*) и для модифицированного алгоритма рис. 2 (*б*) показывает уменьшение погрешности в случае тестирования модифицированного алгоритма (более, чем в 2 раза).

В ходе тестирования и вычисления погрешностей для каждого количества узлов выбраны средние во времени значения максимальных относительных погрешностей по высоте слоя для каждого из алгоритмов. По этим результатам построена зависимость средней максимальной относительной погрешности определения температуры газа и материала от количества узлов в расчетной области для известного и модифицированного алгоритмов (рис. 4).

Из рис. 4 (*а*) следует значительное уменьшение средней во времени максимальной погрешности расчета температуры газа для модифицированного алгоритма и также уменьшение средней во времени максимальной погрешности расчета температуры материала при всех количествах узлов. При количестве узлов более 100 погрешность модифицированного алгоритма для газа не превосходит 0,005 %, для материала – 1,8 %.

В результате тестирования установлено, что с использованием модифицированного алгоритма с большей точностью можем рассчитать температуры газа и материала в слое, чем в случае расчета с использованием известного алгоритма. Таким образом, в данной работе предложен более точный модифицированный алгоритм тестирования численной модели процесса теплообмена в неподвижном плотном слое.

а)



б)

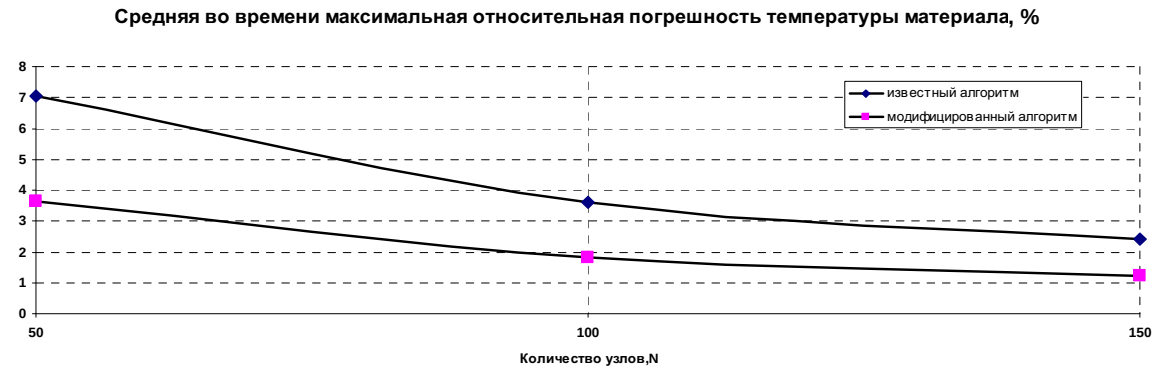


Рис. 4. Зависимость среднего во времени значения максимальной относительной погрешности расчета температур газа и материала по слою от количества узлов *N* для известного алгоритма (*а*) и для модифицированного алгоритма (*б*)

Литература

1. *Гордон, Я.М.* Характер работы компактного слоевого регенератора при переменных характеристиках теплоносителя / Я.М. Гордон, В.А. Гурашвилли, М.В. Раева // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 1987. – № 2. – С. 84 – 86.

2. *Елисеев, А.А.* Исследование тепломассообменных процессов при агломерации шихты: дис. … канд. тех. наук / А.А. Елисеев. – Череповец, 2006.

3. *Михеев, М.А.* Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.,1977.

4. *Соломнцев, С.Л.* Математическая модель теплообмена в насадке воздухонагревателя / С.Л. Соломнцев, В.Д. Коршиков, С.М. Барсукинский // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 1985. – № 7. – С. 142 – 144.

5. *Телегин, А.С.* Тепломассоперенос / А.С. Телегин, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. – М., 1995.

6. *Тимофеев, В.Н.* Расчет температурных полей в слое с учетом продольной теплопроводности / В.Н. Тимофеев, М.В. Раева, Ф.Р. Шкляр // Нагрев и охлаждение стали. Теплотехника слоевых процессов: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. – М., 1970. – № 23. – С. 174 – 180.

7. *Шкляр, Ф.Р.* Прогрев слоя газом с движущимся фронтом постоянной температуры / Ф.Р. Шкляр, Н.М. Бабушкин, В.Н. Тимофеев // Теплотехника доменного и агломерационного процессов: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. – М., 1966. – № 14. – С. 172 – 189.

УДК 681.324

Д.В. Кочкин, А.А. Суконщиков

НЕЧЕТКИЙ ВЫВОД НА БАЗЕ АППАРАТА МОДИФИЦИРОВАННЫХ НЕЧЕТКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Развитие информационных технологий требует совершенствования методов моделирования и применяемых математических аппаратов. Аппарат сетей Петри применяется для моделирования параллельных асинхронных систем и имеет широкую область применения. Модифицированное расширение может быть использовано для построения моделей со сложной структурой и логикой функционирования с применением аппарата нечеткой логики для управления на основе системы продукционных правил.