где x_m – модальное значение нечеткого множества некоторой выходной переменной w_i. Процедура дефаззификцации выходной переменной w_i на базе аппарата МНСП приведена на рис. 2 (*в*).

Маркировка позиции *FP_Ci* представляет собой аккумулированное значение функции принадлежности выходной переменной w_i. Маркировка позиции *P_Yi* представляет дефаззифицированное значение y_i выходной переменной w_i. Позиция *P_Max* и *P_Min* представляют максимальное и минимальное модальные значения соответственно. Позиция *P_Count* хранит значение количества аккумулированных функций принадлежности для выходной переменной w_i.

Формально этап дефаззификации считается законченным, когда для каждой выходной переменной w_i получено соответствующее числовое значение y_i.

Модифицированные нечеткие сети Петри являются расширением аппарата СП и позволяют моделировать технические и информационные процессы, а также системы управления, основанные на нечетких продукционных правилах. В статье была рассмотрена структура аппарата МНСП, приведены модели этапов фаззификации, аккумуляции и дефаззификации. Определена область применения модифицированного расширения.

Литература

Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб., 2005.

УДК 621.746. 27

С.В. Лукин, В.В. Мухин, Н.И. Шестаков, Ю.В. Антонова, М.С. Митюшова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОХЛАЖДЕНИЯ СЛИТКА В ТЕРМОСТАТЕ

В статье описана математическая модель, позволяющая численно рассчитывать процесс охлаждения слитка, извлеченного из изложницы и помещенного в термостат. Термостаты применяются для сохранения физической теплоты слитка в процессе транспортировки от изложницы до нагревательной печи.

Слиток, термостат, охлаждение.

The paper describes the mathematical model that allows calculating the process of cooling of the ingot extracted from the mould and put into the thermostat. Thermostats are used to store the physical heat of the ingot during the transportation from the mould to the heating stove.

Ingot, thermostat, cooling.

Стальные слитки, извлекаемые из изложниц, при отсутствии возможности сразу поместить в нагревательную печь, необходимо расположить в термостатах для сохранения физической теплоты слитка. После извлечения слитка из изложницы имеется значительная неравномерность температуры как по сечению слитка, так и по его поверхности, причем в центре слитка температура выше, чем на поверхности. В термостате происходит выравнивание температуры по поверхности слитка и повышение средней температуры поверхности, при одновременном понижении температуры центральной части. В идеальном термостате (без тепловых потерь) через определенное время происходило бы выравнивание температуры во всех точках слитка, после чего температура уже не изменялась. В реальных термостатах, применяемых на практике, всегда имеются некоторые потери теплоты через теплоизолированные стенки термостата в окружающую среду, а также первоначальные потери тепла, связанные с нагревом ложемента, на который укладывается слиток (слитки) в термостате. В таких термостатах происходит медленное непрерывное охлаждение слитка со временем, а полного выравнивания температуры по сечению не происходит.

В научно-технической литературе отсутствуют достаточно точные математические модели охлаждения слитка в термостате, без которых нельзя точно рассчитывать процесс охлаждения и дальнейшего нагрева слитка в печи. Типичный термостат – это прямоугольный короб с внутренними размерами 2,7×1,26×1,175 м. В него загружаются слитки (или один крупный слиток), извлеченные из изложницы. Основание термостата выложено из кирпича толщиной 0,15 м, на этом основании установлен стальной ложемент, куда укладываются слитки, массой $M_{лож}$ = 267 кг. Теплоизолированная крышка (колпак) термостата поднимается и опускается краном на основание. Толщина тепловой изоляции крышки составляет δ = 0,15 м, изоляцией является керамоволокно FIBERBLANKETS 128, у которого плотность 16 кг/м^3, теплопроводность – 0,06 Вт/(м·К), теплоем-

кость – 960 Дж/(кг·К). Снаружи крышка термостата покрыта листовой сталью и покрашена серебристой краской.

Основные потери теплоты происходят через кирпичное основание термостата. Часть теплоты, отведенной от слитка в термостате, идет на нагрев стального ложемента. Передачей теплоты к воздуху внутри термостата можно пренебречь, ввиду его незначительного количества. Так как средняя температура поверхности слитка, помещаемого в термостат, превышает, как правило, 900 °С, а температура воздуха в термостате практически равна средней температуре поверхности слитка, то теплообменом конвекцией на поверхности слитка в термостате можно пренебречь. Теплота от поверхности слитка уходит путем излучения к внутренней поверхности термостата.

Пусть $T_{\text{терм}}(\tau)$ – текущая средняя температура внутренней поверхности термостата, *K*, в момент времени τ; $T_{\text{п}}(F,\tau)$ – текущая локальная температура поверхности слитка, *K*, где *F* – координата поверхности слитка. Для слитка с невогнутой поверхностью полагаем, что локальная плотность теплового потока на поверхности в текущий момент времени определяется выражением:

$$q_{\text{п}}(F,\tau) = \varepsilon_{\text{пр}} \cdot 5{,}67\left(\left(\frac{T_{\text{п}}(F,\tau)}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\text{терм}}(\tau)}{100}\right)^4\right), \quad (1)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты слитка при теплообмене излучением с внутренней поверхностью термостата [2]:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{м}}} + \frac{F_{\text{слит}}}{F_{\text{терм}}}\left(\frac{1}{\varepsilon_{\text{т}}} - 1\right)},$$

где $\varepsilon_{\text{м}}$ – степень черноты поверхности металла; $\varepsilon_{\text{т}}$ – степень черноты внутренней поверхности термостата; $F_{\text{слит}}/F_{\text{терм}}$ – отношение площади наружной поверхности слитка к площади внутренней поверхности термостата.

Если бы потери теплоты в термостате отсутствовали (идеальный термостат), то суммарный тепловой поток с поверхности слитка в термостате был бы равен нулю, что можно записать так:

$$Q(\tau) = \int_{F_0} q_{\text{п}}(F,\tau) \cdot dF = 0, \quad (2)$$

где *dF* – элементарная площадь поверхности слитка; интегрирование в (2) ведется по полной поверхности слитка F_0. Равенство интеграла в (2) нулю возможно в том случае, если некоторые участки поверхности слитка отдают, а другие участки – получают тепло. При этом будет происходить выравнивание температуры в разных точках поверхности слитка (на выходе из изложницы более охлажденными являются торцы слитка, а менее – его боковая поверхность).

С учетом (1) и (2) можно выразить температуру идеального термостата $T_{\text{терм}}$ в текущий момент времени:

$$T_{\text{терм}}(\tau) = \sqrt[4]{\frac{1}{F_0}\int_{F_0}\left(T_{\text{п}}(F,\tau)\right)^4 dF}. \quad (3)$$

На основе выражений (1) и (3) можно численно рассчитать теплообмен на поверхности слитка в идеальном термостате.

В реальном термостате суммарный тепловой поток с поверхности слитка в данный момент должен равняться потерям теплоты в термостате:

$$Q(\tau) = \int_F q_{\text{п}}(\tau) \cdot dF = Q_{\text{пот}}(\tau) = Q_{\text{ст}}(\tau) + Q_{\text{лож}}(\tau), \quad (4)$$

где $Q_{\text{ст}}(\tau)$ – потери тепла через стенки термостата; $Q_{\text{лож}}(\tau)$ – расход тепла на нагрев ложемента.

С учетом (1) и (4) текущая температура термостата равна:

$$T_{\text{терм}}(\tau) = 100 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{F_0}\int_{F_0}\left(\frac{T_{\text{п}}(F,\tau)}{100}\right)^4 dF - \frac{Q_{\text{пот}}(\tau)}{5{,}67 \cdot \varepsilon_{\text{пр}} \cdot F_0}}. \quad (5)$$

Потери теплоты через стенки термостата нужно рассчитывать отдельно для крышки и основания термостата. Они определяются так:

$$Q_{\text{ст}}(\tau) = -\lambda_{\text{ст}} \cdot \left.\frac{\partial t_{\text{ст}}(x,\tau)}{\partial x}\right|_{x=0} \cdot F_{\text{ст}}, \quad (6)$$

где $t_{\text{ст}}(x,\tau)$ – температурное поле стенки в зависимости от координаты *x*, перпендикулярной стенке; $x = 0$ – соответствует внутренней поверхности стенки; $x = \delta$ – соответствует наружной поверхности стенки, где δ – толщина стенки; $\lambda_{\text{ст}}$ – теплопроводность стенки; $F_{\text{ст}}$ – площадь поверхности стенки.

Стенки термостата можно считать практически однородными, поскольку термическим сопротивлением наружной стальной листовой обшивки можно пренебречь. Нестационарное температурное поле стенки описывается выражением:

$$\frac{\partial t_{\text{ст}}(x,\tau)}{\partial \tau} = a_{\text{ст}} \cdot \frac{\partial^2 t_{\text{ст}}(x,\tau)}{\partial x^2}, \quad (7)$$

где $a_{\text{ст}}$ – коэффициент температуропроводности стенки.

В момент загрузки слитка в термостат температурное поле стенки принимается равным температуре окружающей среды $t_0 \cong 0$ °С:

$$t_{ст}(x,0) = t_0. \quad (8)$$

Граничное условие на внутренней поверхности стенки при $x = 0$:

$$t_{ст}(x,\tau)\big|_{x=0} = t_{терм}(\tau), \quad (9)$$

где $t_{терм}(\tau) = T_{терм}(\tau) - 273$, °С.

Граничное условие на наружной поверхности стенки при $x = \delta$:

$$\lambda_{ст}\frac{\partial t_{ст}(x,\tau)}{\partial x}\bigg|_{x=\delta} = \alpha\cdot\left(t_{ст}(\delta,\tau) - t_0\right), \quad (10)$$

где α – коэффициент конвективной теплоотдачи от наружной поверхности термостата к окружающему воздуху; в расчете можно принять α = 10 Вт/(м^{2}К). Так как внешнее сопротивление теплоотдачи $1/\alpha$ намного меньше термического сопротивления стенки термостата, то некоторая неточность в задании α практически не влияет на точность расчета. Уравнения (7) – (10) позволяют численно рассчитывать температурное поле стенок термостата и по формуле (6) определять текущие потери теплоты $Q_{ст}(\tau)$.

Поток теплоты $Q_{лож}(\tau)$, идущий на нагрев (охлаждение) стального ложемента, можно определить по выражению:

$$Q_{лож}(\tau) = M_{лож}\cdot c\cdot\frac{dT_{лож}}{d\tau}, \quad (11)$$

где скорость изменения средней температуры ложемента можно определить приближенно по выражению

$$\frac{dT_{лож}}{d\tau} = m\cdot\left(T_{терм}(\tau) - T_{лож}(\tau)\right),$$

где $c \approx 800$ Дж/(кг·К) – теплоемкость стали; $T_{лож}(\tau)$ – средняя температура ложемента в момент времени τ; m – темп нагрева ложемента, зависящий от соотношения его массы $M_{лож}$ и площади его поверхности, обменивающейся теплом с внутренним пространством термостата $F_{лож}$. Для оценки величины m можно использовать выражение, как для регулярного режима охлаждения (нагрева) тел тонких термических тел [1]:

$$m = \frac{\overline{\alpha}\cdot F_{лож}}{c\cdot M_{лож}},$$

где $\overline{\alpha}$ – средний коэффициент теплоотдачи от термостата к ложементу:

$$\overline{\alpha} \cong \varepsilon\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot\left(T_{терм} + T_{лож}\right)\cdot\left(T_{терм}^2 + T_{лож}^2\right),$$

где $\varepsilon \approx 0{,}8$ – степень черноты стали.

Зная величины $Q_{ст}(\tau)$ и $Q_{лож}(\tau)$, по формулам (4) и (5) рассчитывается текущая температура термостата, а на основе (1) определяется плотность теплового потока на поверхности слитка.

Одновременно нужно рассчитывать температурное поле слитка на основе дифференциального уравнения теплопроводности, которое, например, для цилиндрических слитков имеет вид [1]:

$$\rho\cdot C_{эф}(t)\frac{\partial t}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}\right) + \lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial z}\right), \quad (12)$$

где $t(r,z,\tau)$ – температурное поле слитка; r, z – цилиндрические координаты; ρ, λ, $C_{эф}$ – плотность, теплопроводность и эффективная теплоемкость стали в зависимости от температуры.

Начальным условием для решения уравнения (12) является температурное поле слитка в конце процесса затвердевания в изложнице и охлаждения на воздухе (после извлечения слитка из изложницы и до помещения его в термостат). На поверхности слитка в термостате задается граничное условие второго рода, причем плотность теплового потока на поверхности задается выражением (1).

На основе разработанной математической модели (1)–(12) производился численный расчет охлаждения слитка в термостате, но предварительно необходимо было численно рассчитать температурное поле слитка при его затвердевании в изложнице и при охлаждении на воздухе на основе моделей, приведенных в [3]. Результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными, полученными на ОАО «Русполимет», по температуре поверхности слитка в его среднем сечении в момент извлечения из изложницы, и через определенное время после помещения в термостат. Сравнение показало, что разработанная математическая модель охлаждения слитка в термостате является адекватной.

Литература

1. *Исаченко, В.П.* Теплопередача / В.П. Исаченко. – М., 1975.

2. *Казанцев, Е.И.* Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования / Е.И. Казанцев. – М., 1975.

3. *Китаев, Е.М.* Затвердевание стальных слитков / Е.М. Китаев. – М., 1982.