

DOI 10.23859/1994-0637-2018-3-84-5
УДК 669-04

© Лукин С.В., Левашев К.Ю., Збродов А.А., 2018

Лукин Сергей Владимирович

Доктор технических наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Lukin Sergey Vladimirovich

Doctor of Technical Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Левашев Константин Юрьевич

Аспирант,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: djokl@mail.ru

Levashev Konstantin Yurievich

Post-graduate student,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: djokl@mail.ru

Збродов Алексей Александрович

Аспирант,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: zbrodov.a@mail.ru

Zbrodov Aleksey Aleksandrovich

Post-graduate student,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: zbrodov.a@mail.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО
СОСТОЯНИЯ ЗАГОТОВКИ
КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ
В СОРТОВОЙ МНЛЗ И В ТЕРМОСЕ**

**MATHEMATICAL MODELING
OF HEAT CONDITION OF SQUARE
CROSS SECTION STEEL BAR
IN CONTINUOUS BAR-CASTING
MACHINE AND IN THERMOS**

Аннотация. В статье рассмотрена математическая модель, описывающая тепловое состояние стальной заготовки квадратного сечения при ее охлаждении в сортовой машине непрерывного литья заготовок и в термосе. Заготовки, выходящие из машины непрерывного литья, имеют высокую среднюю температуру, поэтому для сохранения их физической теплоты и выравнивания температуры по их сечению заготовки нужно помещать в термосы, в которых они транспортируются до нагревательных печей сортопрокатного стана. При загрузке в печи горячих заготовок может быть получена значительная экономия топлива, затрачиваемого на нагрев металла до температуры, необходимой для прокатки.

Abstract. In the paper the mathematical model describing the heat condition of steel bar with square cross section at cooling in continuous bar-casting machine and in thermos is considered. Exiting from continuous casting machine steel bars have high average temperature, and, for conserving their sensible heat and leveling temperature on their cross section, the bars should be transported to heating stoves before rolling mill in thermoses. Loading hot steel bars in heating stoves can give significant economy of fuel spent on metal heating to temperature required for rolling.

Ключевые слова: сортовая машина непрерывного литья заготовок, термос, стальная заготовка

Keywords: continuous bar-casting machine, thermos, heating stove, slab

Введение

В работе [2] показано, что при оптимальном использовании физической теплоты слэбов, разлитых на криволинейных машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), в прокатном производстве можно в принципе отказаться от нагревательных печей, потребляющих большие количества газообразного топлива. Нагревательная печь при этом заменяется термосом, где происходит выравнивание температуры по сечению слэбов.

На ПАО «Северсталь» с 2006 года действует сортовая МНЛЗ, разливающая стальные заготовки квадратного сечения 100×100 и 150×150 мм. После сортовой МНЛЗ заготовки также имеют высокую среднюю температуру и содержат значительное количество физической теплоты. Математическое моделирование теплового состояния сортовых заготовок при охлаждении в сортовой МНЛЗ и в термосе позволяет выбрать рациональные режимы их подогрева в печах, или, в оптимальном варианте, вообще отказаться от печей.

Разливка заготовок сечением 100×100 мм в сортовой МНЛЗ происходит при высоких скоростях, достигающих 5,5–6,5 м/мин., что в несколько раз превышает скорость разливки на слэбовых МНЛЗ, где характерные скорости разливки составляют 0,8–1,4 м/мин. Условия теплообмена в кристаллизаторе и зоне вторичного охлаждения в сортовых МНЛЗ также значительно отличаются от таковых для слэбовых МНЛЗ. В научно-технической литературе отсутствуют математические модели, описывающие тепловое состояние заготовок квадратного сечения в сортовых МНЛЗ и в термосах.

Основная часть

На рис. 1 показана геометрическая схема заготовки квадратного сечения, разливаемой на радиальной сортовой МНЛЗ ПАО «Северсталь». Характерным размером заготовки является ее толщина (ширина) $2B$, равная 100 или 150 мм. Температурное поле заготовки удобно описывать в декартовых координатах x , y , z . Координатная ось z совпадает с технологической осью МНЛЗ, а ее начало z соответствует мениску жидкой стали в кристаллизаторе. Оси координат x и y перпендикулярны боковым граням заготовки, при этом начало осей x и y относятся к центру заготовки. В силу симметричности охлаждения заготовки достаточно рассмотреть четвертую часть сечения, например, область с координатами $0 \leq x \leq B$, $0 \leq y \leq B$.

При постоянной скорости вытягивания v координата z сечения заготовки связана с длительностью нахождения τ данного сечения в МНЛЗ выражением: $z = v \cdot \tau$. Температурное поле заготовки $t = t(x, y, \tau)$ при этом описывается дифференциальным уравнением:

$$C_{\text{эф}} \cdot \rho \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где $C_{\text{эф}} = C_{\text{эф}}(t)$, $\rho = \rho(t)$, $\lambda = \lambda(t)$ – эффективная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности стали, зависящие от температуры.

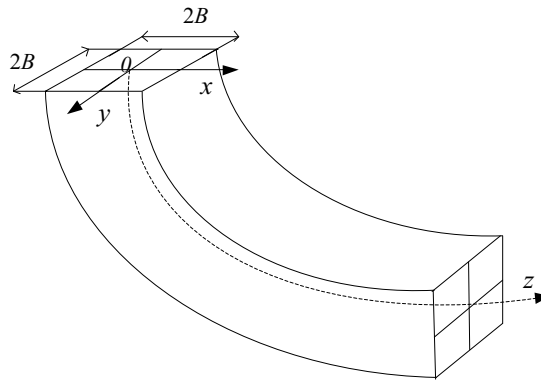


Рис. 1. Геометрическая схема заготовки квадратного сечения

Для расчета эффективной теплоемкости в интервале температур солидуса и ликвидуса стали можно использовать выражение [7]:

$$C_{\text{эф}}(t) = c(t) + L \cdot \frac{k(t_{\text{л}} - t_{\text{с}})}{(t_{\text{л}} - t - k(t_{\text{с}} - t))^2}, \quad t_{\text{с}} \leq t \leq t_{\text{л}}, \quad (2)$$

где $c(t)$ – массовая теплоемкость стали, определяемая по данным [1]; $L = 272$ – теплота затвердевания стали, кДж/кг; $k = 0,41$; $t_{\text{с}}$, $t_{\text{л}}$ – температуры солидуса и ликвидуса стали, °C, рассчитываемые для углеродистой стали с содержанием углерода $C < 1\%$ по выражениям [7]:

$$t_{\text{л}} = 1532,8 - 80,972 \cdot C;$$

$$t_{\text{с}} = 1531,283 - 197,480 \cdot C.$$

При температурах вне интервала затвердевания, т.е. при $t < t_{\text{с}}$ или $t > t_{\text{л}}$, эффективная теплоемкость равна массовой теплоемкости стали: $C_{\text{эф}}(t) = c(t)$.

Коэффициент теплопроводности стали можно определить по выражениям [6]:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_{\text{м}}(t), \quad t < t_{\text{с}}; \quad \lambda = \lambda_{\text{эф}}, \quad t > t_{\text{л}}; \\ \lambda &= \lambda_{\text{м}} \cdot \psi + (1 - \psi) \lambda_{\text{эф}}, \quad t_{\text{с}} \leq t \leq t_{\text{л}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\lambda_{\text{м}} = \lambda_{\text{м}}(t)$ – коэффициент молекулярной теплопроводности стали, определяемый по данным [1]; $\lambda_{\text{эф}}$ – эффективный коэффициент теплопроводности расплава, учитывающий конвективный теплообмен в жидком ядре заготовки; ψ – доля твердой фазы в элементе объема двухфазной зоны, определяемая выражением [7]:

$$\psi = \frac{t_{\text{л}} - t}{(t_{\text{л}} - t - k(t_{\text{с}} - t))}, \quad t_{\text{с}} \leq t \leq t_{\text{л}}.$$

Величина $\lambda_{эф}$ для квадратной заготовки может быть определена по выражению:

$$\lambda_{эф} \cong \max \{0, 2 \cdot \alpha_{ж} \cdot D_{ж}; \lambda_m(t)\},$$

где $D_{ж} = 2(B - \xi)$ – ширина жидкого ядра заготовки квадратного сечения, где ξ – толщина оболочки сляба, определенная по средней температуре затвердевания $t_3 = (t_l + t_c)/2$; $\alpha_{ж}$ – коэффициент теплоотдачи от жидкого металла в ядре сляба к затвердевшей оболочке.

В кристаллизаторе и ЗВО сортовой МНЛЗ в жидком ядре имеет место свободная конвекция, для расчета величины $\alpha_{ж}$, Вт/(м²·К) можно использовать выражение [2]:

$$\alpha_{ж} \cong 657 \cdot \Delta t^{1/3},$$

где Δt – разность температуры в центре жидкого ядра заготовки и температуры t_3 . При разности $\Delta t = 1 \div 100$ К величина $\alpha_{ж} = 657 \div 3050$ Вт/(м²·К).

Начальное условие для температурного поля заготовки имеет вид:

$$t(x, y, \tau)|_{\tau=0} = t_0, \quad 0 < x < A; \quad 0 < y < B, \quad (4)$$

где t_0 – начальная температура жидкой стали, подаваемой в кристаллизатор МНЛЗ.

Теплообмен на поверхности заготовки в кристаллизаторе сортовой МНЛЗ моделируется граничными условиями II-го рода:

$$-\lambda \cdot \partial t / \partial n|_{n=B} = q(\tau), \quad 0 < \tau < \tau_{кр}, \quad (5)$$

где $n = x, y$ – координата нормали к поверхности; $q(\tau)$ – плотность теплового потока на поверхности заготовки в кристаллизаторе в зависимости от времени $\tau = z/v$; $\tau_{кр} = H/v$ – длительность нахождения заготовки в кристаллизаторе; H – рабочая длина кристаллизатора, м.

Уровень мениска жидкого металла в гильзовом кристаллизаторе сортовой МНЛЗ поддерживают в среднем на значении 71 %, что при высоте гильзы 1000 мм соответствует рабочей высоте кристаллизатора $H = 0,71$ м.

В работе [3] с учетом опытных данных по кристаллизатору сортовой МНЛЗ ПАО «Северсталь» получено выражение для расчета величины q , МВт/м² в зависимости от τ , с:

$$q(\tau) = \frac{2 \cdot \sigma}{\left(\tau^2 + (2 \cdot \sigma / q_{\max})^4\right)^{1/4}} - \frac{\sigma \cdot \tau^2}{\left(\tau^2 + (2 \cdot \sigma / q_{\max})^4\right)^{5/4}}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{кр}, \quad (4)$$

где эмпирическая величина $\sigma = 4,38$ МВт/(м²·с^{0,5}); максимальная плотность теплового потока на уровне мениска оценивается значением $q_{\max} = 6$ МВт/м². Значение $q_{\max}$

влияет лишь на температурные условия в верхней части рабочей стенки, а на теплообмен заготовки с кристаллизатором в целом практически не влияет.

Теплообмен на поверхности заготовки в зонах вторичного охлаждения сортовой МНЛЗ моделируется граничными условиями III-го рода:

$$-\lambda \cdot \partial t / \partial n|_{n=B} = \alpha_i \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}}), \quad \tau'_i \leq \tau < \tau''_i, \quad (5)$$

где α_i — коэффициент теплоотдачи в i -й зоне; $t_{\text{пов}}$ — температура поверхности заготовки;

$$t_{\text{пов}} = \begin{cases} t(x, y, \tau)|_{x=B}, & n = x; \\ t(x, y, \tau)|_{y=B}, & n = y; \end{cases}$$

$t_{\text{в}}$ — температура охлаждающей воды; $i = 1, 2, \dots, 5$ — номер зоны ЗВО (5 — число зон в ЗВО сортовой МНЛЗ); $\tau'_i = z'_i/v$, $\tau''_i = z''_i/v$; z'_i, z''_i — координаты начала и конца i -й зоны ЗВО.

В таблице приведены длины отдельных зон ЗВО l_i , и координаты z'_i, z''_i сортовой МНЛЗ на ПАО «Северсталь», рассчитанные при $H = 0,71$ м.

Таблица

Геометрические характеристики зон вторичного охлаждения сортовой МНЛЗ

№ зоны	I	II	III	IV	V
l_i , м	0,45	1,8	2,2	2,3	2,3
z'_i , м	0,71	1,16	2,96	5,16	7,46
z''_i , м	1,16	2,96	5,16	7,46	9,76

Коэффициенты α_i зависят от удельного расхода воды, подаваемого из форсунок на поверхность заготовки в i -й зоне ЗВО. В работе [5] на основе измерения температуры поверхности заготовки в ЗВО сортовой МНЛЗ восстановлены коэффициенты теплоотдачи в зонах ЗВО и сопоставлены с удельными расходами воды, в результате чего получена зависимость коэффициента теплоотдачи α , Вт/(м²·К) от удельного расхода воды g , м³/(м²·ч).

$$\alpha(g) = 765 \cdot g / \sqrt{55 + g^2}. \quad (6)$$

Если $g < 2$ м³/(м²·ч), то (6) можно заменить на выражение: $\alpha(g) = 103 \cdot g$; если $g > 20$ м³/(м²·ч), то значение α возрастает очень медленно, стремясь к значению 765 Вт/(м²·К).

Удельные расходы воды g , м³/(м²·ч) регулируются в зависимости от скорости разливки v , м/мин. Эти зависимости для сортовой МНЛЗ ПАО «Северсталь» при разливке заготовки сечением 100×100 мм можно описать выражениями:

$$\begin{aligned} g_1 &= 18,1 \cdot v - 14,1, \quad v < 5,7 \text{ м/мин}; \quad g_1 = 88,9, \quad v > 5,7 \text{ м/мин.}; \\ g_2 &= 9,81 \cdot v - 17,4, \quad v < 5,7 \text{ м/мин}; \quad g_2 = 38,0, \quad v > 5,7 \text{ м/мин.}; \\ g_3 &= 4,48 \cdot v - 5,63, \quad v < 5,7 \text{ м/мин}; \quad g_3 = 19,7, \quad v > 5,7 \text{ м/мин.}; \\ g_4 &= g_5 = 1,89 \cdot v - 2,3, \quad v < 5,7 \text{ м/мин}; \quad g_3 = 8,4, \quad v > 5,7 \text{ м/мин.} \end{aligned} \quad (7)$$

Как следует из выражений (7), при скоростях разливки, превышающих 5,7 м/мин., удельные расходы в зонах ЗВО остаются постоянными, причем в первых двух зонах ($i = 1, 2$) величина g значительно больше $20 \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ и практически не влияет на теплоотдачу.

С помощью зависимостей (6) и (7) для заданной скорости разливки v можно рассчитать коэффициенты теплоотдачи α_i на поверхности заготовки в отдельных зонах ЗВО МНЛЗ.

При охлаждении на воздухе теплообмен на поверхности заготовки происходит в основном за счет излучения и моделируется выражением:

$$-\lambda \cdot \partial t / \partial n|_{n=B} = \varepsilon \cdot \sigma_0 (T_{\text{пов}}^4 - T_{\text{возд}}^4), \quad \tau'_{\text{возд}} < \tau < \tau''_{\text{возд}}, \quad (8)$$

где $n = x, y$ – координата нормали к поверхности; $\varepsilon \cong 0,8$ – степень черноты стальной поверхности; $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; $T_{\text{пов}} = t_{\text{пов}} + 273,15$ – абсолютная температура поверхности заготовки, К; $T_{\text{возд}} \approx 300 \text{ К}$ – температура воздуха; $\tau'_{\text{возд}} = z_{\text{ЗВО}}/v$ – длительность нахождения заготовки в кристаллизаторе и ЗВО; $z_{\text{ЗВО}} = 9,76 \text{ м}$ – координата конца ЗВО; $\tau''_{\text{возд}} = \tau'_{\text{возд}} + \tau_{\text{возд}}$, где $\tau_{\text{возд}}$ – длительность охлаждения заготовки на воздухе.

По всей длине МНЛЗ внутри заготовки на ее поверхностях симметрии $x = 0$ и $y = 0$ задаются адиабатные граничные условия:

$$\partial t / \partial n|_{n=0} = 0, \quad 0 < \tau < \tau''_{\text{возд}}, \quad (9)$$

где $\tau_{\text{расч}}$ – расчетная длительность нахождения заготовки в МНЛЗ.

На выходе из сортовой МНЛЗ затвердевшие заготовки разрезают, некоторое время они продолжают охлаждаться на воздухе, затем их складывают на открытые железнодорожные платформы и транспортируют в сортопрокатное производство, где остывшие заготовки загружают в нагревательные печи и нагревают до температуры, необходимой для прокатки. Поскольку при этом имеют место значительные потери физической теплоты, предлагается разрезанные заготовки помещать в теплоизолированные термосы. При поточном производстве, когда МНЛЗ и прокатный стан находятся недалеко друг от друга, целесообразно применять термосы туннельного типа. Термос, принципиальная схема которого показана на рис. 2, представляет из себя длинный короб с теплоизолированными стенками, внутри которого по роликам перемещается заготовка. Длину заготовок и термоса полагаем намного больше толщины заготовок и линейных размеров поперечного сечения термоса. Пусть P – внешний периметр стенки термоса; P_0 – периметр поперечного сечения заготовки.

Так, для заготовок сечением 100×100 мм величина $P_0 = 0,4$ м. Для снижения потерь теплоты через стенку термоса нужно делать периметр P как можно меньше, однако, по конструктивным соображениям величина P должна быть существенно больше P_0 . Стенка термостата толщиной δ должна быть выполнена из огнеупорного материала с низким коэффициентом теплопроводности и снаружи покрыта листовой сталью, покрашенной серебристой краской (для уменьшения потерь теплоты излучением). Например, в качестве тепловой изоляции можно использовать керамоволокно FIBERBLANKETS 128 с коэффициентом $\lambda_{из} = 0,06$ Вт/(м·К) [4].

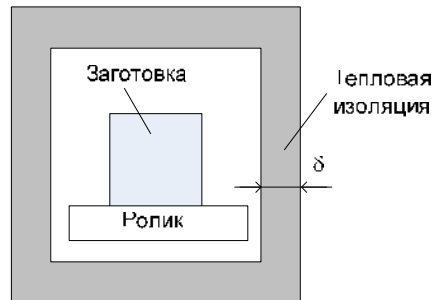


Рис. 2. Схема охлаждения заготовки в туннельном термосе

В [4] показано, что в термосах температура поверхности заготовки быстро выравнивается, а температура внутренней поверхности термоса, как и температура газа, заполняющего термос, в любой момент времени практически равняются температуре поверхности заготовки. Поэтому тепловые потери на единицу длины термоса равняются:

$$Q_l(\tau) = \frac{t_p(\tau) - t_b}{\delta/\lambda_{из} + 1/\alpha_b} \cdot P,$$

где $t_p(\tau)$ – температура наружной поверхности заготовок в момент времени τ ; t_b – температура окружающего воздуха; α_b – коэффициент теплоотдачи к воздуху.

Отнеся потери Q_l к единице периметра P_0 заготовки, получим выражение для плотности теплового потока на поверхности заготовки в термостате:

$$q_{терм}(\tau) = \frac{t_p(\tau) - t_b}{\delta/\lambda_{из} + 1/\alpha_b} \cdot \frac{P}{P_0} = \alpha_{терм}(t_p(\tau) - t_b),$$

где $\alpha_{терм}$ – коэффициент теплоотдачи на наружной поверхности заготовок в термосе, равный:

$$\alpha_{терм} = \frac{P/P_0}{(\delta/\lambda_{из} + 1/\alpha_b)}.$$

Например, при $P/P_0 = 3$, $\delta = 0,15$ м, $\lambda_{из} = 0,06$ Вт/(м·К), $\alpha_v = 10$ Вт/(м²·К) последняя формула дает значение: $\alpha_{терм} = 1,15$ Вт/(м²·К). Для сравнения: при охлаждении заготовок на открытом воздухе суммарный коэффициент теплоотдачи излучением и конвекцией на поверхности заготовки при ее температуре порядка 1000 °С превышает 100 Вт/(м²·К). То есть термосы позволяют на два порядка снижать теплоотдачу к окружающему воздуху, и темп охлаждения заготовки в термосе снижается во столько же раз.

Теплообмен на поверхности заготовки, находящейся в термосе, моделируется граничными условиями III-го рода:

$$-\lambda \cdot \partial t / \partial n|_{n=B} = \alpha_{терм} \cdot (t_{пов} - t_v), \quad \tau_{возд}'' \leq \tau < \tau_{возд}'' + \tau_{терм}, \quad (10)$$

где $\tau_{терм}$ – длительность нахождения заготовки в термосе.

В туннельном термосе на внутренних поверхностях симметрии заготовки $x = 0$ и $y = 0$ также выполняются условия адиабатности (9).

Система уравнений (1)–(10) описывает температурное поле заготовки с момента поступления жидкой стали в кристаллизатор сортовой МНЛЗ до момента ее выхода из термостата. Расчет температурного поля производится численным методом конечных разностей последовательно в кристаллизаторе, зонах вторичного охлаждения, при охлаждении на воздухе, при охлаждении в термосе. Зная температурное поле заготовки, можно однозначно определить ее тепловое состояние в любой момент времени и рассчитать параметры теплового состояния: толщину твердой оболочки, температуры в центре и на поверхности заготовки, среднюю энтальпию и температуру заготовки, максимальный градиент температур по сечению заготовки.

Выводы

В статье разработана математическая модель, позволяющая рассчитать температурное поле и тепловое состояние стальной заготовки квадратного сечения 100×100 мм в кристаллизаторе, зоне вторичного охлаждения, зоне воздушного охлаждения сортовой МНЛЗ и далее в термосе. В модели приведены выражения для расчета эффективной теплоемкости и коэффициента теплопроводности затвердевающей стали, учитывающего конвективный теплообмен в жидком ядре заготовки. Граничные условия позволяют определять плотность теплового потока на поверхности заготовки в кристаллизаторе в зависимости от времени затвердевания, коэффициенты теплоотдачи в зонах вторичного охлаждения в зависимости от удельного расхода воды. Предложена принципиальная схема туннельного термоса и получено выражение для расчета коэффициента теплоотдачи на поверхности заготовки при охлаждении в термосе. Полученную систему дифференциальных уравнений нужно решать численными методами.

Литература

1. Казанцев Е.И. Промышленные печи. М.: Металлургия, 1975. 368 с.
2. Лукин С.В., Кибардин А.Н.. Оптимальное использование физической теплоты слабов после МНЛЗ // Металлург. 2016. № 7. С. 38–43.

3. Лукин С.В., Мухин В.В., Осипов Е.Б., Шестаков Г.Н., Полушин Е.Г. Исследование теплообмена слитка с кристаллизатором сортовой машины непрерывного литья заготовок // Известия Высших учебных заведений. Черная металлургия. 2008. № 5. С. 31–35.
4. Лукин С.В., Мухин В.В., Шестаков Н.И., Антонова Ю.В., Митюшова М.С. Математическая модель охлаждения слитка в термостате // Вестник Череповецкого государственного университета. 2013. № 3. Т. 2. С. 28–30.
5. Лукин С.В., Плашенко В.В., Образцов М.А., Зимин С.А., Шалкин А.П. Исследование теплоотдачи в зоне вторичного охлаждения сортовой машины непрерывного литья заготовок // Известия Высших учебных заведений. Черная металлургия. 2009. № 1. С. 47–51.
6. Самойлович Ю.А., Крулевецкий С.А., Горяинов В.А., Кабаков З.К. Тепловые процессы при непрерывном литье стали. М.: Металлургия, 1982. 152 с.
7. Цаплин А.И. Теплофизика внешних воздействий при кристаллизации стальных слитков на машинах непрерывного литья. Екатеринбург: УрО РАН, 1995. 238 с.

References

1. Kazantsev E.I. *Promyshlennye pechi* [Industrial stoves]. Moscow: Metallurgiya, 1975. 368 p.
2. Lukin S.V., Kibardin A.N. Optimalnoe ispolzovanie fizicheskoi teploty sliabov posle MNLZ [Optimal use of physical heat in slabs issuing CCM]. *Metallurg* [Metallurgist], 2016, no. 7, pp. 38–43.
3. Lukin S.V., Muchin V.V., Osipov E.B., Shestakov G.N., Polushin E.G. Issledovanie teploobmena slitka s kristalizatorom sortovoi mashiny nepreryvnogo litia zagotovok [Heat transfer of ingot with mold of continuous bar-casting machine]. *Izvestiya vyshykh uchebnykh zavedeniy. Chernaya metallurgiya* [News of higher education institutions. Ferrous metallurgy], 2008, no. 5, pp. 31–35.
4. Lukin S.V., Muchin V.V., Shestakov N.I., Antonova Yu.V., Mitushova M.S. Matematicheskaya model ohlazhdeniya slitka v termostate [Mathematical model of ingot cooling in thermostat]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Cherepoves State University bulletin], 2013, no. 3, vol. 2, pp. 28–30.
5. Lukin S.V., Plashenkov V.V., Obraztsov M.A., Zimin S.A., Shalkin A.P. Issledovanie teplootdachi v zone vtorichnogo ohlazhdeniya sortovoi mashiny nepreryvnogo litia zagotovok [Heat transfer in secondary cooling zone of continuous bar-casting machine]. *Izvestiya vyshykh uchebnykh zavedeniy. Chernaya metallurgiya* [News of higher education institutions. Ferrous metallurgy], 2009, no. 1, pp. 47–51.
6. Samoylovich Yu.A., Krulevetskiy S.A., Goryainov V.A., Kabakov Z.K. *Teplovye protsessy pri nepreryvnom litie stali* [Heat processes at continuous casting of steel]. Moscow: Metallurgiya, 1982. 152 p.
7. Tsaplin A.I. *Teplofizika vneshnih vozeistviy pri kristallizatsii stal'nykh slitkov na mashinakh nepreryvnogo litia* [Thermophysics of external factors at solidification of steel ingots in continuous casting machine]. Ekaterinburg: UrO RAN, 1995. 238 p.

Для цитирования: Лукин С.В., Левашев К.Ю., Збродов А.А. Математическое моделирование теплового состояния заготовки квадратного сечения в сортовой МНЛЗ и в термосе // Вестник Череповецкого государственного университета. 2018. №3(84). С. 37–45. DOI: 10.23859/1994-0637-2018-3-84-5.

For citation: Lukin S.V., Levashev K.Yu., Zbrodov A.A. Mathematical modeling of heat condition of square cross section steel bar in continuous bar-casting machine and in thermos. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2018, no. 3 (84), pp. 37–45. DOI: 10.23859/1994-0637-2018-3-84-5.