

© Осипов С.Ю., Осипов Ю.Р., Богданов Д.А., Ершов Е.В., 2017

Осипов Сергей Юрьевич

Кандидат технических наук, доцент, Тверской
государственный технический университет
(Тверь, Россия)

E-mail: osipov_sergejj@rambler.ru

Osipov Sergey Yurievich

PhD (Engineering), associate professor,
Tver State Technical University
(Tver, Russia)

E-mail: osipov_sergejj@rambler.ru

Осипов Юрий Романович

Заслуженный деятель науки Российской
Федерации, доктор технических наук,
профессор, Вологодский государственный
университет (Вологда, Россия)

E-mail: iur.osipov2011@yandex.ru

Osipov Yuri Romanovich

Honoured worker of science, Doctor of
technical sciences, professor, Vologda State
University (Vologda, Russia)

E-mail: iur.osipov2011@yandex.ru

Богданов Дмитрий Александрович

Соискатель, старший преподаватель,
Вологодский государственный университет
(Вологда, Россия)

E-mail: 89535020591@yandex.ru

Bogdanov Dmitry Alexandrovich

Doctoral candidate, senior lecturer,
Vologda State University
(Vologda, Russia)

E-mail: 89535020591@yandex.ru

Ершов Евгений Валентинович

Доктор технических наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)

E-mail: eve@chsu.ru

Ershov Evgeniy Valentinovich

Doctor of technical sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)

E-mail: eve@chsu.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА
СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ
КОРРЕКТИРОВКИ РЕЖИМОВ
ВУЛКАНИЗАЦИИ ЭЛАСТОМЕРНЫХ
ПОКРЫТИЙ ВАЛОВ
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ
ПРОИЗВОДСТВ**

**MATHEMATICAL MODELING
AND DEVELOPMENT OF
AUTOMATIC SYSTEM OF
ADJUSTMENT OF THE MODES OF
CURING ELASTOMER COATED
SHAFTS ON STEEL PRODUCTION**

Аннотация. Получены математические модели оптимизации режима при вулканизации покрытий гуммированных объектов, которые позволяют повысить эффективность производственных процессов, повысить качество продукции, уменьшить энергозатраты. Представлена функциональная схема устройства, позволяющего осуществлять поиск в контролируемой области покрытия узловой точки по показателю степени вулканизации и схема устройства автоматической корректировки режимов.

Abstract. Mathematical models of optimization process during vulcanization of rubberized objects, which allows to enhance the effectiveness of production processes, improve the quality of the product and reduce power inputs, are obtained. A functional diagram of the device that allows to search within the monitored area covering the key points in terms to the degree of vulcanization and a diagram to the device of automatic adjustment modes are provided.

Ключевые слова: вулканизация, технологические режимы, теплообмен, гуммировочные покрытия, термообработка, эластомерные покрытия

Keywords: curing, technological modes, heat exchange, gummed cover, heat treatment, elastomeric coverings

Введение

При вулканизации многослойных гуммированных изделий внутри них возникают неизотермические условия, определяемые экспериментально или расчетным путем [1], [2]. В зависимости от температурных условий по толщине изделия достигается различная степень вулканизации.

Количественное аналитическое описание всей совокупности элементарных процессов, происходящих при образовании сетки вулканизата в многокомпонентной системе, не представляется возможным. Характер реакции (структурирование, деструкция), тип образуемых связей и зависимость от них разных свойств вулканизатов сильно изменяется с рецептурой резиновой смеси и температурными условиями протекания реакции. Суммарные кинетические кривые, проявляемые в зависимостях свойство F – продолжительность вулканизации τ , могут быть монотонно и нелинейно возрастающими, с максимумами и минимумами. Поэтому, если реакции приписывать какой-то порядок, например, первый, то константы скорости реакции оказываются функциями как температуры, так и степени (продолжительности) вулканизации, т.е. являются кажущимися или так называемыми эффективными характеристиками. Знак константы указывает на преобладание процессов структурирования или деструкции, а величина (переменная по времени) – на интенсивность процессов.

Основная часть

В работе [3] изучен характер изменения во времени константы скорости реакции $k(\tau)$ изотермического процесса для группы резин, характеризующихся кинетическими кривыми без заметно выраженной реверсии. У таких смесей время собственно вулканизации (после индукционного периода) T влияет на константу скорости k следующим образом:

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) [\exp(-b\tau) - \exp(-\omega b\tau)], \quad (1)$$

где константы k_0 , b , ω , E – определяемые экспериментально величины; R – универсальная газовая постоянная.

Рассмотрим аналитическую оптимизацию режима вулканизации многослойного гуммированного изделия с помощью изопериметрического вариационного метода по критерию максимальной равномерности степени вулканизации.

Используя правило получения «эквивалентной» неоднородной многослойной, однородной пластины [4], приведем к ней толщину автономного многослойного участка. Функции $\varphi_1(\tau)$ и $\varphi_2(\tau)$ характеризуют заданный режим вулканизации.

Решение $T(x, \tau)$ для распределения температур известно в аналитическом виде.

В принципе, аналитическая оптимизация необязательна, и при отсутствии аналитического описания кинетики и степени неизотермической вулканизации можно использовать изотермические кинетические кривые, графоаналитический метод или динамическое программирование [5].

Примем закономерность (1), найденную в [6], и учтем, что интенсивность вулканизации I – это отношение констант скоростей при исследуемом процессе $T(\tau)$ и каком-либо стандартном ($T_0 = \text{const}$). Для неизотермического режима $T(\tau)$, когда достигается заданный уровень свойства F , при $k = k[T(\tau)]$, имеется эквивалентное (в смысле получения того же уровня F) время вулканизации $\tau = S_{\text{экв}}$ в изотермическом $T = T_{\text{экв}} = \text{const}$ режиме, тогда для малых ω и ωb , $\omega \ll b$ получаем

$$\exp(-b\tau) - \exp(-\omega b\tau) \approx -b(1 - \omega)\tau \approx -b\tau.$$

Приравниваем эффекты неизотермической и изотермической вулканизации:

$$\int_0^{\tau} I_{\text{неизот}} d\tau = I_{\text{изот}} S_{\text{экв}}$$

и после следующих преобразований

$$I_{\text{изот}} = \frac{k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_{\text{экв}}}\right)}{k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)} \cdot \frac{1 - bS_{\text{экв}}}{1 - b\tau_{T_0}}$$

$$\int_0^{\tau} I_{\text{неизот}} d\tau = \int_0^{\tau} k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT(\tau)}\right) (b\tau) d\tau \cdot \left\{ k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT(\tau)}\right) (b\tau_{T_0}) \right\}^{-1}$$

находим эквивалентное время вулканизации $S_{\text{экв}}$

$$S_{\text{экв}}^2 = \exp\left(\frac{E}{RT_{\text{экв}}}\right) \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{E}{RT(\tau)}\right) d\tau$$

$$S_{\text{экв}} = \left\{ \exp\left(\frac{E}{RT_{\text{экв}}}\right) \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{E}{RT(\tau)}\right) d\tau \right\}^{1/2}. \quad (2)$$

Оптимизация режима заключается в выборе таких значений $\phi_1(\tau)$ и $\phi_2(\tau)$, при которых достигается максимально возможная равномерность степени вулканизации, выражаемая уровнем свойства резин гуммировочного покрытия по толщине, что удовлетворяет минимуму разностей $|F_{x=0} - F_{\text{мин}}|$ и $|F_{x=l} - F_{\text{мин}}|$. Здесь индексы указывают участки изделия (поверхность, наименее прогреваемый участок).

За заданную продолжительность вулканизации $\tau = \tau_v$ разности I_{01} и I_{02} (одна из них задана, а другая оптимизируется) должны быть минимальными, т.е. обеспечивать минимальное различие по толщине изделия, где

$$I_{01} = \exp^{1/2} \left(\frac{E}{RT_{\text{экв}}} \right) \left\{ \left[\int_0^{\tau} \tau \exp \left(-\frac{E}{R\varphi_1(\tau)} \right) d\tau \right] - \left[\int_0^{\tau} \tau \exp \left(-\frac{E}{RT(\tau)} \right) d\tau \right]^{1/2} \right\}; \quad (3)$$

$$I_{02} = \exp^{1/2} \left(\frac{E}{RT_{\text{экв}}} \right) \left\{ \left[\int_0^{\tau} \tau \exp \left(-\frac{E}{R\varphi_2(\tau)} \right) d\tau \right] - \left[\int_0^{\tau} \tau \exp \left(-\frac{E}{RT(\tau)} \right) d\tau \right]^{1/2} \right\}. \quad (4)$$

При этом должна быть достигнута достаточная степень вулканизации C , определенная по формуле (2):

$$S_{\text{экв}} = C$$

и представляющая собой эквивалентную продолжительность вулканизации, при которой исключается возможность преобразования [6].

Оптимизация заключается в указанном ранее подборе $\varphi_1(\tau)$ и $\varphi_2(\tau)$, удовлетворяющих условиям (2), (3) и (4). Иными словами, должна быть решена изопериметрическая вариационная задача.

Для удобства решения введем новую функцию $\psi(Fo)$. Учитывая, что $Fo = \frac{a\tau}{l^2}$ в безразмерных единицах, найдем:

$$\psi_1(Fo) = \int_0^{Fo} \varphi_1(Fo^*) \exp(\pi^2 Fo^*) dFo^*; \quad (5)$$

$$\psi_2(Fo) = \int_0^{Fo} \varphi_2(Fo^*) \exp(\pi^2 Fo^*) dFo^*; \quad (6)$$

$$\psi'_i(Fo) = \int_0^{Fo} \varphi_i(Fo) \exp(\pi^2 Fo) dFo \text{ при } i = 1, 2. \quad (7)$$

Уравнения (5)–(7) определяют связь $\varphi_i(Fo)$ и $\psi_i(Fo)$ ($i = 1, 2$).

При замене $\varphi_i(Fo)$ в (3) и (4) на $\psi_i(Fo)$ получаем:

$$I_{01}(\psi_i) = \exp^{1/2} \left(\frac{E}{RT_{\text{экв}}} \right) \left\{ \left[\int_0^{Fo} Fo \exp \left(-\frac{E \exp(\pi^2 Fo)}{R\psi'_i(Fo)} \right) dFo \right] - \left[\int_0^{Fo} Fo \exp \left(-\frac{E \exp(\pi^2 Fo)}{\frac{2}{\pi} R [T_0 + \pi^2 (\psi_1(Fo) + \psi_2(Fo))]} \right) dFo \right]^{1/2} \right\}$$

при $i = 1, 2$ или

$$I_{01}(\psi_i) = \int_0^{Fo_B} G(Fo, \psi_i, \psi'_i) dFo$$

при условии (2)

$$\int_0^{Fo_B} L(Fo, \psi_i) dFo = C$$

в условиях

$$\psi_i(0) = 0, \quad \psi_i(Fo_B) = \psi_B.$$

Будем находить согласно (6) экстремали функционала

$$I_{01}(\psi_i) = \int_0^{Fo_B} (G + \lambda L) dFo. \quad (8)$$

Запишем для (8) уравнение Эйлера, находя частные производные от G и L по Fo , ψ_1 и ψ'_1 или по Fo , ψ_2 и ψ'_2 . Полученные уравнения можно интегрировать численными методами, например, методом Рунге-Кутты. Решение и нахождение постоянных интегрирования производится с учетом граничных условий.

При автоматической корректировке режимов вулканизации покрытий гуммированных изделий регулирующим воздействием является $\tau_{\text{вулк}}$ – продолжительность процесса, определяемая моментом достижения в изделии на лимитирующем участке степени вулканизации $S_{\text{лим}}(\tau)$, равной эталонному (оптимальному) значению $S_{\text{лим.опт.}}(\tau)$, заданному заранее для конкретного материала.

Поэтому задача исследований формулируется следующим образом: в зависимости от различных граничных условий найти такое $\tau_{\text{вулк}}$, при котором выполняется условие

$$S_{\text{лим}}(\tau) \geq S_{\text{лим.опт.}}(\tau).$$

В качестве $S_{\text{лим.опт.}}(\tau)$ в момент выгрузки гуммированного изделия из оборудования может быть использована величина, которая меньше оптимума вулканизации по данному свойству, но больше степени вулканизации, при которой исключается порообразование в резинах [7], [8].

С учетом довулканизации на лимитирующем участке должен быть достигнут оптимум вулканизации. Таким образом, к концу цикла пребывания на оборудовании в изделии

$$S_{\text{лим}}(\tau) \geq S(\tau_{\text{мин}}),$$

где $\tau_{\text{мин}}$ – минимальная продолжительность и $S(\tau_{\text{мин}})$ – минимальная степень вулканизации, обеспечивающие отсутствие пористости в резинах.

Процесс вулканизации многослойных гуммированных изделий, материалы которых имеют очень низкую теплопроводность, характеризуется значительной инерционностью, т.е. изделия медленно остывают на воздухе и, следовательно, довулканизовываются, особенно во внутренних слоях. Очевидно, что для определения $\tau_{\text{вулк}}$ при нахождении значения $S_{\text{лим}}(\tau)$ необходимо учитывать и ту составляющую, которая будет набрана на стадии довулканизации изделия вне оборудования. Для этого

необходимо исследовать зависимость степени довулканизации изделия от температуры выгрузки из вулканизационного оборудования.

Для получения равномерной степени вулканизации по толщине изделия необходимо выявить те точки гуммировочного покрытия, которые лимитируют процесс вулканизации. При изменении начальных и граничных условий в наихудших температурных условиях оказываются разные узловые точки модели. На рис. 1 представлена функциональная схема устройства, позволяющего осуществлять поиск в контролируемой области покрытия узловой точки, лимитирующей продолжительность процесса по показателю степени вулканизации.

Принцип работы устройства заключается в следующем. От датчиков 2, фиксирующих температуру $T_c(\tau)$ теплоносителей на вулканизационном оборудовании 1, сигнал через блок сопряжения 3 (аналого-цифровой преобразователь (АЦП)) поступает в ЭВМ 4, где происходит его анализ и последующая обработка.

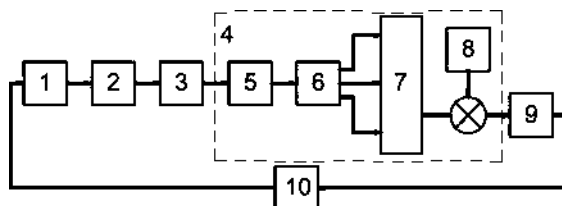


Рис. 1. Функциональная схема устройства автоматического управления процессом вулканизации гуммированных изделий: 1 – вулканизационное оборудование; 2 – датчики температуры; 3 – блок сопряжения (АЦП); 4 – ЭВМ; 5 – блок задания ГУ и НУ и построения математической модели; 6 – блок математического моделирования; 7 – блок определения и выбора минимальной степени вулканизации; 8 – блок заданных оптимальных свойств; 9 – блок сопряжения (ЦАП); 10 – исполнительный механизм

В блоке 5 формируются граничные (ГУ) и начальные условия (НУ) и происходит описание математической модели. На ее основе в блоке математического моделирования 6, который представляет собой программный комплекс, осуществляется моделирование процесса термообработки и определение температурных полей в гуммируемом изделии. Результатом моделирования являются величины температур $T_{i,j}(\tau)$ в узловых точках контролируемой области изделия. Они же являются входными данными для блока определения и выбора минимальной степени вулканизации 7, представляющего собой также программный комплекс. Последний находит минимальную величину показателя степени вулканизации $S_{\text{лим}}(\tau)$, соответствующую узловой точке, лимитирующей процесс, которая в дальнейшем сравнивается в блоке 8 с эталонным значением $S_{\text{лим.опт.}}(\tau)$ для данной марки покрытия, заданным в базе данных эталонных степеней вулканизации 9. В случае их равенства на выходе блока 8 вырабатывается управляющее воздействие на исполнительный механизм 10 в момент $\tau_{\text{вулк}}$ завершения цикла вулканизации. Определение температурных полей в вулканизуемом изделии осуществляется в блоке математического моделирования 6 численным методом [3], [5], [9].

Для осуществления прогнозирования довулканизации изделия была разработана функциональная схема, представленная на рис. 2.

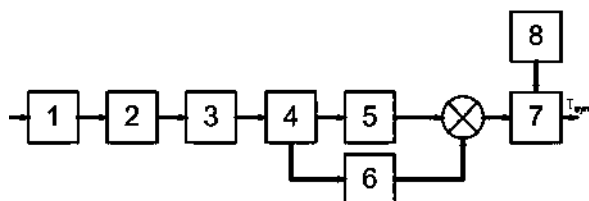


Рис. 2. Функциональная схема устройства автоматической корректировки режимов вулканизации изделий: 1 – датчики температуры; 2 – блок сопряжения с ЭВМ; 3 – блок формирования граничных и начальных условий; 4 – блок математического моделирования; 5 – блок определения степени вулканизации; 6 – блок определения степени довулканизации; 7 – блок сравнения; 8 – блок эталонных значений

От датчиков температуры на оборудовании 1 через блок сопряжения с ЭВМ 2 сигнал в оцифрованном виде поступает в блок формирования граничных и начальных условий 3. Далее по сформированной математической модели в блоке 4 моделируется процесс теплообмена, где определяется температура $T_{i,j}(\tau)$ контролируемого участка гуммированного объекта, являющаяся параметром, рассчитываемой в блоке 5 определения степени вулканизации $S_{\text{лим}}(\tau)$. В то же время значения температуры $T_{i,j}(\tau)$ поступают в блок учета степени довулканизации 6, где отрабатывается зависимость $S_{\text{довулк}}(\tau) = f(T_{i,j}(\tau))$ величины прироста степени вулканизации за время проведения заключительных операций режима и охлаждения вне оборудования от текущей температуры в изделии. Степень вулканизации $S_{\text{лим}}(\tau)$ и степень довулканизации $S_{\text{довулк}}(\tau)$ складываются в сумматоре, на выходе которого формируется величина $S_{\Sigma \text{ лим}} = S_{\text{лим}}(\tau) + S_{\text{довулк}}(\tau)$ степени вулканизации изделия с учетом ее прироста за время проведения заключительных операций и при охлаждении вне оборудования. Эта величина $S_{\Sigma \text{ лим}}$ сравнивается в блоке сравнения 7 с заданной $S_{\text{лим.опт.}}(\tau)$ в блоке 8, и при их равенстве на выходе блока в момент T завершения цикла вулканизации вырабатывается сигнал на проведение заключительных операций исполнительными механизмами оборудования.

Выводы

Таким образом, разработанный комплекс по автоматической корректировке тепловых режимов позволяет интенсифицировать процесс термообработки гуммированных объектов, повысить качество и долговечность резинометаллических изделий, производительность вулканизационного оборудования, а также выполнять следующие основные функции:

- сбор информации от датчиков температуры на оборудовании;
- математическое моделирование теплового процесса вулканизации гуммированных изделий;
- определение степени вулканизации для ряда узловых точек математической модели вулканизуемого изделия;
- определение лимитирующей процесс термообработки узловой точки математической модели;

- сравнение текущего и заданного показателей степени вулканизации;
- выработка управляющего воздействия на исполнительный механизм оборудования;
- учет прироста степени вулканизации при охлаждении гуммированных изделий вне оборудования;
- вывод информации о ходе процесса на монитор и печатающее устройство.

Литература

1. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Калашников В.В. Аналитические решения задач тепло-массопереноса и термоупругости для многослойных конструкций. М.: Высш. шк., 2005. 430 с.
2. Лукомская А.И., Баденков П.Ф., Кеperша Л.М. Тепловые основы вулканизации резиновых изделий. М.: Химия, 1984. 359 с.
3. Осипов Ю.Р., Павлов В.В., Осипов С.Ю. Тепло-массоперенос при термообработке клеевых соединений гуммированных объектов. М.: Энергия, 2008. 179 с.
4. Осипов Ю.Р. Термообработка и работоспособность покрытий гуммированных объектов. М., 1995.
5. Осипов Ю.Р., Осипов С.Ю., Панфилова О.А. Математическое моделирование процесса массопереноса вулканизирующего агента при вулканизации гуммировочного многослойного покрытия // Конструкции из композиционных материалов. М., 2007. Вып. 4. С. 37–47.
6. Рудобашта С.П., Карташов Э.М. Диффузия в химико-технологических процессах. М.: КолосС, 2010. 478 с.
7. Осипов Ю.Р., Осипов С.Ю., Богданов Д.А. Задача интенсификации теплообмена при восстановлении эластомерных покрытий на основе теории оптимального управления // Фундаментальные исследования. 2016. №12. С. 20–24.
8. Осипов Ю.Р., Осипов С.Ю., Богданов Д.А. Влияние способа термообработки эластомерных покрытий на химическую стойкость // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 5 (74). С. 20–24.
9. Осипов Ю.Р., Осипов С.Ю., Богданов Д.А. Методы разработки и интенсификации режимов термообработки покрытий гуммированных объектов. Обзор // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 3 (72). С. 15–20.

References

1. Kudinov V.A., Kartashov E.M., Kalashnikov V.V. *Analiticheskie resheniia zadach teplomasoperenosa i termouprugosti dlia mnogoslounykh konstruksii* [Analytical solutions of heat and mass transfer and thermoelasticity problems for multilayer structures]. Moscow : Vyssh. shk., 2005. 430 с.
2. Lukomskaia A.I., Badenkov P.F., Kopersha L.M. *Teplovyie osnovy vulkanizatsii rezinovykh izdelii* [Thermal basis of vulcanization of rubber products]. Moscow, 1984.
3. Osipov Iu.R., Pavlov V.V., Osipov S.Iu. *Teplomassopereenos pri termoobrabotke kleevykh soedinenii gummirovannykh ob"ektov* [Heat and mass transfer during heat treatment of glued joints of gummirovannykh objects]. Moscow: Energiia, 2008. 179 p.
4. Osipov Iu.R. *Termoobrabotka i rabotosposobnost' pokrytii gummirovannykh ob"ektov* [Heat treatment and serviceability of coatings of gummed objects]. Moscow, 1995.
5. Osipov Iu.R., Osipov S.Iu., Panfilova O.A. Matematicheskoe modelirovanie protsesssa massopereenosu vulkanizuiushchego agenta pri vulkanizatsii gummirovochnogo mnogoslounogo pokrytiia [Mathematical modeling of the process of mass transfer of a vulcanizing agent during the vulcanization of a gumming multilayer coating]. *Konstruksii iz kompozitsionnykh materialov* [Constructions from composite materials]. Moscow, 2007, vol. 4, pp. 37– 47.
6. Rudobashta S.P., Kartashov E.M. *Diffuziia v khimiko-tekhnologicheskikh protsessakh* [Diffusion in chemical-technological processes]. Moscow: KolosS, 2010. 478 p.
7. Osipov Iu.R., Osipov S.Iu., Bogdanov D.A. Zadacha intensifikatsii teploobmena pri vosstanovlenii elastomernykh pokrytii na osnove teorii optimal'nogo upravleniia [The problem of intensifi-

cation of heat transfer during the restoration of elastomeric coatings on the basis of the theory of optimal control]. *Fundamental'nye issledovaniia* [Fundamental research], 2016, no. 12, pp. 20–24.

8. Osipov Iu.R., Osipov S.Iu., Bogdanov D.A. Vliianie sposoba termoobrabotki elastomernykh pokrytii na khimicheskuiu stoikost' [Influence of the method of heat treatment of elastomeric coatings on chemical resistance]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik Cherepovets State University], 2016, no. 5 (74), pp. 20–24.

9. Osipov Iu.R., Osipov S.Iu., Bogdanov D.A. Metody razrabotki i intensivatsii rezhimov termoobrabotki pokrytii gumirovannykh ob"ektov. Obzor [Methods for the development and intensification of heat treatment regimes for coating gummed objects. Overview]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik Cherepovets State University], 2016, no. 3 (72), pp. 15–20.

Осипов С.Ю., Осипов Ю.Р., Богданов Д.А., Ершов Е.В. Математическое моделирование и разработка системы автоматической корректировки режимов вулканизации эластомерных покрытий валов металлургических производств // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. №3(78). С. 46–54.

For citation: Osipov S.Y. Osipov Y.R. Bogdanov D.A. Ershov E.V. Mathematical modeling and development of automatic system of adjustment of the modes of curing elastomer coated shafts on steel production. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 3 (78), pp. 46–54.