

Выводы.

Предлагаемая система управления асинхронным двигателем рассчитана на статические режимы работы. В динамических процессах для электропривода могут ставиться другие задачи, поэтому в этих режимах настройки, оптимизирующие потребление энергии, целесообразно отключать. Система управления дает наибольший эффект при работе на пониженных частотах вращения и/или с пониженными/повышенными моментами сопротивления за счет регулирования в необходимых пределах магнитного потока или соответствующего тока посредством изменения напряжения питания статора. Уменьшение мощности потерь может достигать 25 % первоначальной величины в зависимости от реализуемого момента и частоты вращения.

Литература

1. *Браславский, И. Я.* Энергосберегающий асинхронный электропривод / И. Я. Браславский, З. Ш. Ишматов, В. Н. Поляков. – М., 2004.
2. *Виноградов, А. Б.* Оптимизация тягового асинхронного электропривода с учетом потерь и насыщения стали / [А. Б. Виноградов и др.] // Электроприводы переменного тока: Труды Международной пятнадцатой научно-технической конференции. – Екатеринбург, 2012. – С. 285–288.
3. *Космодамианский, А. С.* Система управления тягового электропривода с контролем температуры теплонагру-

женных элементов / [А. С. Космодамианский и др.] // Электротехника. – 2014. – №8. – С. 38–43.

4. *Космодамианский, А. С.* Сравнительная оценка различных способов скалярного управления тяговым асинхронным двигателем с учетом температуры обмоток / А. С. Космодамианский, В. И. Воробьев, А. А. Пугачев // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2011. – №6 – С. 129–135.

5. *Поляков, В. Н.* Энергоэффективные режимы регулируемых электроприводов: авторефер. дис. ... д-ра техн. наук / В.Н. Поляков. – Екатеринбург, 2009.

6. Учет потерь в стали, насыщения и поверхностного эффекта при моделировании динамических процессов в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе / А. Б. Виноградов // Электротехника. – 2005. – №5. – С. 57–61.

7. Adaptive Fuzzy Controller for Efficiency Optimization of Induction Motors / D.A. Sousa [et al] // IEEE Transaction on Industrial Electronics. – 2007. – Vol. 54. – № 4. – P. 2157–2164.

8. An efficiency-optimization controller for induction motor drives / M.E.H. Benbouzid, N.S. Nait Said // IEEE Power Engineering Review. – 1998. – Vol. 18. – Issue 5. – P. 63–64.

9. Loss-minimising control scheme for induction motors / S. Lim, K. Nam // IEE Proc.-Electr. Power Appl. – 2004. – Vol. 151. – №4. – July. – P. 385–397.

10. Vector control using series iron loss model of induction motors and power loss minimization / K. Aissa, K.D. Eddine // World academy of science, engineering, and technology, 52, 2009. – P. 142–148.

УДК 674.047.3

*Н. Н. Сеницын, Н. В. Телин, А. Н. Корнилов,
А. А. Нифонтова, Д. С. Ревакина
Череповецкий государственный университет*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СУШКИ ШПОНА ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ НАГРЕВЕ

В статье предложено математическое описание процесса сушки шпона при высокоинтенсивном нагреве, изложен способ тестирования численной модели сушки шпона, с использованием точного решения задачи Стефана. Представлены результаты исследования влияния настроечных параметров численного алгоритма на погрешность результатов моделирования.

Математическая модель сушки шпона, сквозное уравнение теплопроводности, тестирование, задача Стефана, погрешность решения.

The paper presents a mathematical description of the veneer drying process with high-intensity heating. The method of testing a numerical model of veneer drying, using exact solutions of the Stefan problem is described. The authors presented the results of studying the effect of tuning parameters of the numerical algorithm on the error of the simulation results.

Mathematical model of the veneer drying, through-conduction equation, testing, Stefan problem, error solution.

Введение.

Для изучения закономерностей прогрева влажного шпона применяют математические модели. Для технологии процесса сушки важное значение имеет температура материала. При наличии дополнительного подвода теплоты теплопроводностью или излучением температура на его поверхности будет выше температуры мокрого термометра. Если испарение происходит не только на поверхности материала, но

и внутри его (критерий испарения $\varepsilon > 0$), то температура центральных слоев тела меньше, чем на поверхности, т. е. имеет место температурный градиент [1].

При высокоинтенсивном процессе сушки влажного тела возникает давление парогазовой смеси, превышающее давление влажного воздуха в окружающей среде. Наличие градиента давления вызывает молярное движение парогазовой смеси по типу фильтрации [1].

Основная часть.

Для расчета полей влагосодержания и температуры материала в процессе сушки, которыми определяются технологические свойства материала, необходимо иметь решение дифференциальных уравнений массо-теплопереноса при соответствующих граничных условиях.

В процессе сушки изменяются размеры шпона, т. е. происходит усушка. Наименьшая усушка происходит по длине волокна (0,25–0,35 %), наибольшая – в тангенциальном направлении, т. е. по ширине шпона (7–11 %). Усушка по толщине шпона (радиальная усушка) составляет 5–6 %, но она обычно не учитывается. Основным фактором, влияющим на усушку, является температура агента сушки. Если условия равные, усушка одинакова при всех способах сушки [2].

При сушке сначала происходит испарение влаги на поверхности материала, затем возникает фронт испарения, отделяющий сухой и влажный слои. Фронт сушки перемещается от поверхности внутрь материала. Целью моделирования является определение координаты фронта испарения влаги и температуры поля в сухой и влажной частях.

Рассмотрим процесс сушки на примере формы шпона в виде пластины. Для этого приведем математическую модель одномерного симметричного процесса сушки пластины шпона, которая включает в себя сквозное уравнение теплопроводности, общее для влажной и сухой зон пластины [3], [4]:

$$c_{эф} \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right], \quad (1)$$

интегрируемое в области: $0 \leq x \leq S, 0 \leq \tau \leq \tau_k$.

Начальное условие:

$$T|_{\tau=0} = T^0; \quad (2)$$

граничное условие:

при $x = 0$

$$-\lambda \frac{dT}{dx} = \alpha (T_{ср} - T); \quad (3)$$

при $x = S$

$$\lambda \frac{dT}{dx} = 0, \quad (4)$$

где ρ – плотность материала; α – коэффициент теплоотдачи; S – половина толщины пластины; $T_{ср}$ – температура среды; T^0 – начальная температура материала; λ – коэффициент теплопроводности.

При этом выделение теплоты фазового перехода в уравнении (1) учитывают с помощью эффективной теплоемкости $c_{эф}$, задаваемой выражением:

$$c_{эф} = \begin{cases} c_1(T), & T > T_{л}; \\ c(T_c) \cdot \psi + c(T_{л}) \cdot (1 - \psi) + \frac{g \cdot L}{\Delta T}, & T_{л} \leq T \leq T_c; \\ c_2(T), & T < T_c. \end{cases}$$

Коэффициент теплопроводности и плотность определяют по формулам:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_1, & T > T_c; \\ \lambda_1 \cdot (1 - \psi) + \lambda_2 \cdot \psi, & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ \lambda_2, & T < T_c \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \rho_1, & T > T_{л}; \\ \rho_1 \cdot (1 - \psi) + \rho_2 \cdot \psi, & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ \rho_2, & T < T_{л}, \end{cases}$$

где $T_c = T_{ф} - \Delta T$, $T_c = T_{ф} + \Delta T$ – фиктивные температуры начала и окончания фазового перехода воды; $c(T)$ – теплоемкость материала; c_1 и c_2 – теплоемкость сухого и влажного слоев материала; ρ_1 и ρ_2 – плотность сухого и влажного слоев материала; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности сухого и влажного слоев материала; g – доля влаги в элементарном объеме материала; S – половина толщины слоя материала; L – удельная теплота фазового перехода влаги; ψ – доля влажного материала.

Величина ψ определяется по формуле:

$$\psi = \begin{cases} 1, & T < T_c; \\ \frac{T_{л} - T}{T_{л} - T_c}, & T_c < T < T_{л}; \\ 0, & T > T_{л}. \end{cases}$$

На рис. 1 показана схема расчетной области.

Система уравнений (1)–(4) в общем случае может быть решена только численным методом. При использовании метода конечных разностей значение температур определенных в узлах расчетной области, координаты которых находят по формуле: $x_i = (i - 0,5) \cdot \Delta x$, для дискретных моментов времени $\tau^n = \Delta \tau \cdot n$, где $i = \overline{0, N+1}$, N – количество узлов внутри расчетной области, 0 и $N+1$ – номера фиктивных узлов, находящихся за пределами расчетной области на расстоянии $\Delta x/2$; $\Delta x = S/N$ – расстояние между узлами; $n = \overline{0, [\tau_k/\Delta \tau]}$ – моменты времени ($n = 0$ – начальный момент времени); $\Delta \tau$ – расчетный шаг по времени. Для краткости температуры $T(x; \tau^n)$ – обозначают T_i^n .

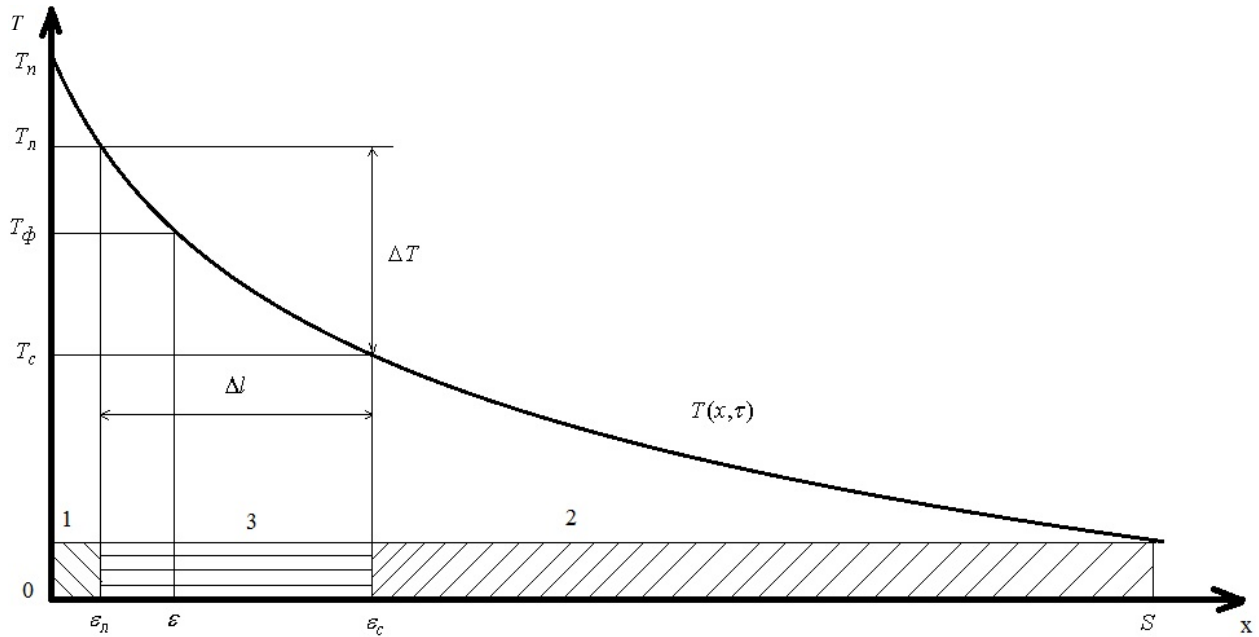


Рис. 1. Схема расчетной области

Расчетная область: 1 – сухая зона; 2 – влажная зона; 3 – двухфазная зона; Δl – ширина двухфазной зоны; ε_c , ε , ε_n – координаты границ начала двухфазной зоны, фазового перехода, окончания двухфазной зоны, соответствующих температур T_c , T_ϕ , T_n и T_n – температура поверхности.

При использовании явной схемы аппроксимации производных по координате температуру в следующий момент времени $n + 1$ в N внутренних узлах определяют по формуле:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\Delta \tau}{c(T_i^n) \cdot \rho(T_i^n) \cdot \Delta x^2} \times \left[\lambda_{i+\frac{1}{2}} \cdot (T_{i+1}^n - T_i^n) - \lambda_{i-\frac{1}{2}} \cdot (T_i^n - T_{i-1}^n) \right],$$

где $i = \overline{1, N}$, $\lambda_{i+\frac{1}{2}} = \lambda \frac{T_{i+1}^n + T_i^n}{2}$, $\lambda_{i-\frac{1}{2}} = \lambda \frac{T_i^n + T_{i-1}^n}{2}$.

Температуру в начальный момент времени задают по формуле:

$$T_i = T^0 \text{ для } i = \overline{0, N+1};$$

температуру в фиктивных узлах: $i = 0$ и $N + 1$ в момент времени $n + 1$ определяют по формулам [3], [4]:

$$T_0 = \frac{(1-\chi)T_1 + 2\chi T_{cp}}{1+\chi}, \quad \chi = \frac{\alpha \cdot \Delta x}{2\lambda}; \quad T_{N+1} = T_N.$$

Расположение границы перехода воды в пар определяют в поле температуры по температуре фазового перехода влаги в цикле по $i = \overline{2 \dots N}$ из условия:

$$\text{если } T_{i-1} \geq T_\phi \geq T_i; \text{ то } \varepsilon = \Delta x(i - 3/2) + \Delta x \frac{T_{i-1} \cdot T_\phi}{T_{i-1} - T_i}.$$

Численное решение при явной схеме аппроксимации является условно устойчивым. В этом случае расчетный шаг определяется по формуле:

$$\Delta \tau = \Delta x^2 / (k_y \cdot a), \text{ где } k_y \geq 2.$$

Погрешность численного решения будет зависеть от настроенных параметров алгоритма: N , k_y , и ΔT . Необходимо эти параметры выбрать таким образом, чтобы погрешность результатов моделирования не превосходила заданную.

Для выбора этих параметров выполним тестирование численного решения задачи Стефана путем сравнения с точным решением этой задачи [5], которое известно для граничного условия I рода и включает поле температуры:

– в сухой зоне:

$$T_1(x, \tau) = T_n + (T_\phi - T_n) \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}\right)}; \quad (5)$$

– во влажной зоне:

$$T_2(x, \tau) = T^0 - (T^0 - T_\phi) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}\right)}, \quad (6)$$

и формулу для расчета коэффициента границы фазового перехода воды:

$$\varepsilon = \beta \cdot \sqrt{\tau}, \quad (7)$$

где β – корень трансцендентного уравнения (8):

$$\frac{\lambda_1(T_\Phi - T_n)}{\sqrt{a_1} \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}\right)} \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_1}\right) - \frac{\lambda_2(T^0 - T_\Phi)}{\sqrt{a_2} \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}\right)} \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_2}\right) = \rho_2 g L \beta \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad (8)$$

В формулах (5)–(8) использованы следующие обозначения: $a_i = \lambda_i / (c_i \cdot \rho_i)$ – температуропроводность ($i = 1$ – сухая зона, $i = 2$ – влажная зона); $c_i \cdot \rho_i$ – теплоемкость и плотность;

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi,$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi.$$

Выполним тестирование для пластины толщиной $5S = 0,0375$ м [3], [4], нагреваемой в симметричных условиях. Исходные данные для моделирования и расчета по формулам (5)–(8) приведены в таблице.

Размер расчетной области и граничные условия для модели выберем с учетом того, что точное решение получено для граничных условий первого рода и расчетной области в виде полупространства, а задача прогрева сформулирована для граничных условий третьего рода и расчетной области конечной толщины. При тестировании исследовали влияние настроечных параметров конечно-разностного решения задачи на результаты и погрешность моделирования. Результат исследования приведен на рис. 2. Как следует из рис. 2 при $N = 80$ и 160 величина ко-

ординаты фазового перехода влаги практически сходится к точному решению.

Таблица

Исходные данные

№ п/п	Величина, размерность	Значение величины	
		В модели	В точном решении
1	Половина толщины, $5S$, м	0,00375	∞
2	Начальная температура, $^{\circ}\text{C}$	0	0
3	Температура поверхности, $^{\circ}\text{C}$		200
4	Температура среды, $^{\circ}\text{C}$	200	
5	Плотность влажной зоны, $\text{кг}/\text{м}^3$	943	943
6	Плотность сухой зоны, $\text{кг}/\text{м}^3$	943	943
7	Коэффициент теплопроводности влажной зоны, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$	0,314	0,314
8	Коэффициент теплопроводности сухой зоны, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$	0,314	0,314
9	Теплоемкость влажной зоны, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$	2840	2840
10	Теплоемкость сухой зоны, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$	2840	2840
11	Температура фазового перехода воды, $^{\circ}\text{C}$	100	100
12	Удельная теплота фазового перехода воды, $^{\circ}\text{C}$	2256800	2256800
13	Коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{K})$	10^{10}	
14	Конечное время процесса, $\tau_{\text{к}}$, $^{\circ}\text{C}$	23,65	23,65
15	Фиктивный интервал, ΔT , $^{\circ}\text{C}$	18	18
16	Доля влаги g , $\text{кг}/\text{кг}$ сухого материала	0,8	0,8

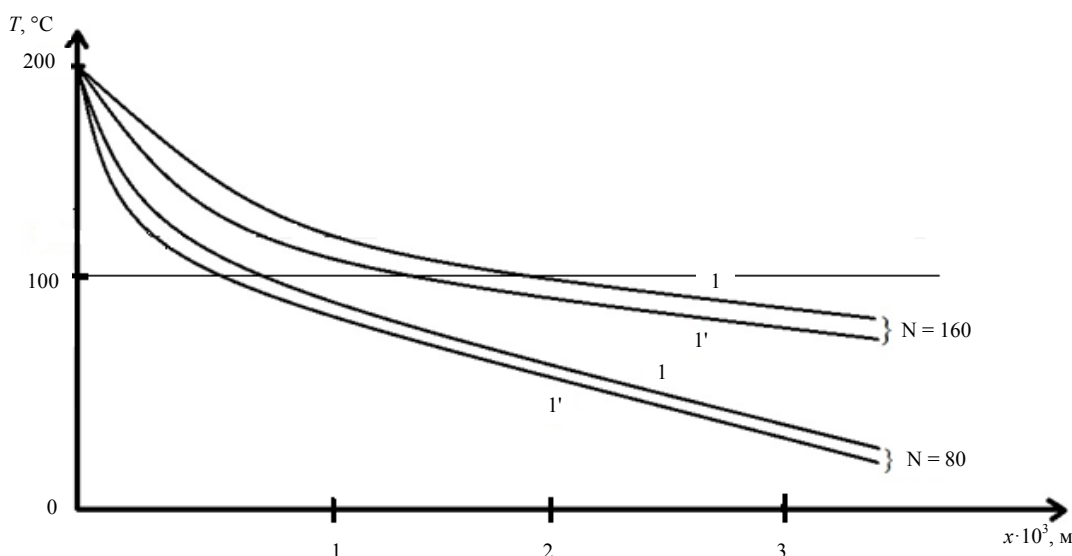


Рис. 2. Распределение температуры по толщине пластины
1 – решение по модели; 1' – точное решение; модель при $N = 80$, $k_y = 3$, $T_n = 109$ $^{\circ}\text{C}$,
 $T_c = 91$ $^{\circ}\text{C}$, $\Delta T = 18$ $^{\circ}\text{C}$, $\tau = 23,65$ $^{\circ}\text{C}$

В данной работе проведено также исследование влияния количества узлов N и параметра k_y на среднеквадратичную погрешность моделирования координаты фазового перехода. Величину среднеквадратичной погрешности определяем по формуле [3], [4]:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_n - \varepsilon_n^*)^2} \cdot 100 \%,$$

где $n^* = \tau_k / \Delta\tau$, $\bar{\varepsilon}$ – среднеарифметическое значение координаты фазового перехода воды; ε_n – результат моделирования координаты фазового перехода в момент времени n ; ε_n^* – точное решение в момент времени n .

Результаты моделирования приведены на рис. 3. Как видно из рис. 3а, с увеличением N более 320 узлов погрешность асимптотически стремится к нулю. При увеличении k_y погрешность уменьшается. При $k_y = 3$ погрешность начинает увеличиваться. Учитывая, что при $k_y = 3$ погрешность меньше 1,5 %, в дальнейшем исследовании принимаем $k_y = 3$.

Выводы.

Исследование влияния фиктивного интервала ΔT показало, что имеем экстремум интервала «размазывания» теплоемкости в окрестности температуры фазового перехода, при котором численное решение по динамике координаты перехода имеет наименьшее значение среднеквадратичной погрешности.

Следует отметить, что такое большое количество узлов, обеспечивающее погрешность менее 1,5 %, обусловлено «жестким» граничным условием I рода. При использовании граничных условий III рода следует ожидать существенного уменьшения допустимого количества узлов.

Увеличение количества узлов и соответствующее уменьшение шага по времени, согласно условию устойчивости, влияет на уменьшение погрешности более эффективно, чем только уменьшение расчетного шага по времени при увеличении k_y .

В результате тестирования установлено, что для уменьшения средней относительной погрешности до 1,5 % необходимо взять количество узлов сетки не более 80. Следует отметить, что для менее «жесткого» граничного условия, например, III рода, это ог-

раничение может измениться до существенно меньших N .

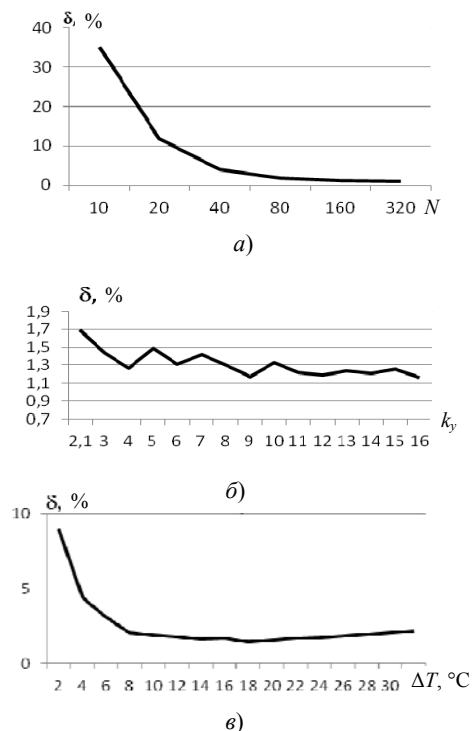


Рис. 3. Зависимость средней квадратичной погрешности $\bar{\delta}$ от количества узлов N , параметра k_y и фиктивного интервала ΔT : а) параметр $\Delta T = 18$ °С, б) параметр $\Delta T = 18$ °С, в) $N = 80$, $k_y = 3$

Литература

1. Кириллов, А. Н. Технология фанерного производства / А. Н. Кириллов, Е. И. Карасев. – М., 1974.
2. Лыков, А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – М., 1968.
3. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М., 1967.
4. Сеницын, Н. Н. Математическая модель сушки коры деревьев при высокоинтенсивном нагреве / Н. Н. Сеницын, З. К. Кабаков, Д. А. Домрачев // Вестник ЧГУ. – 2013. – №2. – Т. 3. – С. 24–28.
5. Сеницын, Н. Н. Модель замораживания железорудного концентрата / Н. Н. Сеницын, З. К. Кабаков, А. В. Степанова, А. Г. Малинов // Вестник ЧГУ. – 2013. – №2. – Т. 1. – С. 19–22.

УДК 681.515

С. В. Филатов

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент С. В. Стельмацук
Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет

НАСТРОЙКА НА МОДУЛЬНЫЙ ОПТИМУМ ПО S-ОБРАЗНОЙ КРИВОЙ РАЗГОНА

В работе рассматривается настройка на модульный оптимум одноконтурной системы автоматического регулирования (САР) скорости привода постоянного тока с преобразователем напряжения. Настройка осуществляется не аналитическим способом по известным формулам, а по аппроксимационной модели, полученной графоаналитическим методом на основе данных кривой разгона привода.