Вестник Череповецкого государственного университета, 2026, № 3 (132), с. 42–55.
Cherepovets State University Bulletin, 2026, no. 3 (132), pp. 42–55.

Научная статья
УДК 62-192
https://doi.org/10.23859/1994-0637-2026-3-132-4
https://elibrary.ru/ueojnf

Построение нижних доверительных границ надежности систем однократного применения по данным безотказных испытаний с использованием частотных методов агрегирования при распределении отказов по модели Вейбулла

Владимир Алексеевич Мамаев[1✉], Валерий Павлович Рязанский[2], Виктор Борисович Афанасьев[3]
[1,2,3]Государственный научно-исследовательский институт приборостроения, Москва, Россия
[1✉]vova_kirov@mail.ru, https://orcid.org/0009-0005-0373-8275
[2]kot-aldo@yandex.ru, https://orcid.org/0009-0002-4217-4204
[3]vicbor54@bk.ru, https://orcid.org/0009-0007-5218-3581

Аннотация. В статье рассматривается задача оценки надежности последовательных технических систем однократного применения по данным безотказных испытаний элементов. Показаны ограничения известных подходов и предложены три уточненных частотных метода построения нижней доверительной границы надежности при распределении отказов по модели Вейбулла: на основе γ-квантиля взвешенной суммы x^2-величин, с равномерным Šidák-сплитом уровня доверия и с его профильной оптимизацией. Сравнительный анализ демонстрирует снижение консерватизма и более полное использование экспериментальных данных по сравнению с классическими методами.

Ключевые слова: нижняя доверительная граница, отсутствие отказов, распределение Вейбулла, Šidák-коррекция

Для цитирования: Мамаев В. А., Рязанский В. П., Афанасьев В. Б. Построение нижних доверительных границ надежности систем однократного применения по данным безотказных испытаний с использованием частотных методов агрегирования при распределении отказов по модели Вейбулла. *Вестник Череповецкого государственного университета*, 2026, № 3 (132), с. 42–55. https://doi.org/10.23859/1994-0637-2026-3-132-4; EDN: UEOJNF

Construction of lower confidence limits for the reliability of single-use systems based on failure-free test data using frequency aggregation methods with the Weibull model failure distribution

Vladimir A. Mamaev[1]✉, Valeriy P. Ryazansky[2], Victor B. Afanasiev[3]
[1,2,3]State Research Institute of Instrument Engineering,
Moscow, Russia
[1]✉vova_kirov@mail.ru, https://orcid.org/0009-0005-0373-8275
[2]kot-aldo@yandex.ru, https://orcid.org/0009-0002-4217-4204
[3]vicbor54@bk.ru, https://orcid.org/0009-0007-5218-3581

Abstract. This article examines the problem of assessing the reliability of sequential single-use technical systems based on component failure-free test data. The limitations of existing approaches are highlighted. The authors propose three refined frequency-domain methods for constructing the lower confidence bound of reliability in the distribution of failures according to the Weibull model: based on the γ-quantile of a weighted sum of x^2-values, with a uniform Šidák split of the confidence level, and with its profile-based optimization. A comparative analysis demonstrates reduced conservatism and more complete use of experimental data compared to classical methods.

Keywords: lower confidence limit, zero-failure, Weibull distribution, Šidák correction

For citation: Mamaev V. A., Ryazansky V. P., Afanasiev V. B. Construction of lower confidence limits for the reliability of single-use systems based on failure-free test data using frequency aggregation methods with the Weibull model failure distribution. *Cherepovets State University Bulletin*, 2026, no. 3 (132), pp. 42–55. (In Russ.) https://doi.org/10.23859/1994-0637-2026-3-132-4; EDN: UEOJNF

Введение

Оценка надежности сложных технических систем на основании результатов испытаний зачастую осуществляется в условиях нулевых отказов – когда в ходе наблюдений не зафиксировано ни одного отказа как на уровне отдельных функциональных блоков[1], так и на уровне системы в целом[2]. Подобная ситуация является типичной для высоконадежных электронных устройств, в том числе изделий однократного применения с повышенными требованиями к безотказности[3].

Несмотря на кажущуюся «благополучность» таких экспериментальных данных, задача вычисления показателей надежности при безотказных испытаниях сохраняет

[1] Guo H., Honecker S., Mettas A. et al. Reliability estimation for one-shot systems with zero component test failures. *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS–2010)*, San Jose, CA, 2010, pp. 1–7. https://doi.org/10.1109/RAMS.2010.5448016

[2] Смирнов А. В., Белобрагин Б. А., Авотынь Б. А. и др. Точность оценки надежности образца по малой выборке безотказных опытов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2023, № 2, с. 50–61. https://doi.org/10.31857/S0235711923020098; EDN: COTZOM

[3] Fan T. H., Balakrishnan N., Chang C. C. Bayesian approach for highly reliable electroexplosive devices using one-shot device testing. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2009, vol. 79, pp. 1143–1154. https://doi.org/10.1080/00949650802142592

свою принципиальную нетривиальность и находится в области активного исследования как в российской[1], так и в зарубежной[2] научной литературе.

От исследователя требуется не только вычисление точечной оценки показателей надежности, но и построение нижней доверительной границы (НДГ) надежности – $R_{L,\gamma}(t)$, при заданном уровне доверия – γ, за время работы – t.

В статье[3] показаны различные способы оценки НДГ последовательной системы при экспоненциальном распределении. Однако хорошо известно, что данный вид распределения не в полной мере описывает распределение отказов изделий, поэтому в ряде случаев рекомендуется применять распределение Вейбулла. В статье[4] данная задача решается с использованием Байесова подхода. Есть и другие способы оценки – в работе В. М. Артюшенко и А. А. Брускова описано «применение непараметрической модели для оценки надежности космических аппаратов на примере обобщенного распределения Вейбулла»[5]. Особенно стоит отметить публикацию[6], в которой авторы представили формулу (1) для оценки НДГ последовательной системы с распределением Вейбулла для случая безотказных испытаний:

$$R_{L,\gamma}(t) = \exp\left\{-\frac{\chi^2_\gamma(2)}{2\eta(t)}\right\}, \tag{1}$$

[1] Колобов А. Ю., Блинов Д. С., Скоробогатов П. О. К вопросу о выборе рациональной методики оценки вероятности безотказной работы изделий ракетно-космической техники при летных испытаниях и эксплуатации. *Вестник Научно-производственного объединения им. С. А. Лавочкина*, 2024, № 2 (64), с. 45–49. EDN: BADCAG; Царев Ю. А., Зубрилина Е. М., Грошев Л. М. и др. Параметрический подход при оценке надежности изделий одноразового использования. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*, 2019, № 146 (02), с. 11–23. https://doi.org/10.21515/1990-4665-146-002; EDN: VWBNNO

[2] Li H., Zheng Z. Reliability Estimation for Zero-Failure Data Based on Confidence Limit Analysis Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020. https://doi.org/10.1155/2020/7839432; Li Z., Fu H., Wu Q. Phased System Reliability Modeling and Assessment for Construction of Lunar Scientific Base. *Applied Sciences*, 2023, vol. 13. https://doi.org/https://doi.org/10.3390/app13179823

[3] Афанасьев В. Б., Калинин Е. А., Мамаев В. А. и др. Определение вероятности безотказной работы системы в случае отсутствия отказов элементов. *Управление большими системами*, 2025, вып. 118, с. 7–22.

[4] Jiang P., Xing Y., Jia X., Guo B. Weibull Failure Probability Estimation Based on Zero-Failure Data. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015. 8 p. https://doi.org/10.1155/2015/681232

[5] Артюшенко В. М., Брусков А. А. Применение распределения Вейбулла для оценок надежности космических аппаратов. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*, 2024, № 2, с. 89–102. https://doi.org/10.17308/sait/1995-5499/2024/2/89-102; EDN: AYFLXU

[6] Li Z., Fu H., Guo J. Reliability Assessment of a Series System with Weibull-Distributed Components Based on Zero-Failure Data. *Appl. Sci*, 2025, vol. 15. https://doi.org/10.3390/app15052869

где $\eta(t)$ – эффективный объем испытаний, определяемый по формуле (2):

$$\eta(t) = \min\left\{\frac{T_i}{t^{\alpha_i}}\right\}, \tag{2}$$

где T_i – суммарное время работы компонента *i*, а t^{α_i} – требуемое время работы (mission time) компонента *i* с параметром формы α.

Уравнение (1), используемое в методе Li–Fu–Guo (LFG), является аналитическим выводом формулы для НДГ надежности. Авторы показывают, что численные значения НДГ получаются выше, чем при решении известным методом Линстрема-Маддена (ЛМ). Вместе с тем можно отметить некоторые ограничения данного подхода и направления его дальнейшего развития.

Во-первых, путем математических преобразований можно показать, что в том частном случае, когда параметр формы равен 1, т. е. распределение Вейбулла сводится с экспоненциальному, уравнение (1) превращается в уравнение ЛМ, в котором НДГ находится[1] из бета-функции (3):

$$B(R_{L,\gamma}, n, 1) = 1 - \gamma, \tag{3}$$

где *n* – количество циклов испытаний.

Во-вторых, аналогично методу ЛМ, в уравнении (1) имеется эффект «узкого места». При переходе от анализа отдельных компонентов к системному выводу ключевой методологической проблемой является агрегирование разнородной информации. Метод LFG решает эту задачу посредством введения понятия «эффективный объем испытаний» – $\eta(t)$. Как видно из вспомогательного уравнения (2), агрегирование данных проводится по принципу минимального значения с отсеканием дополнительных данных.

Такой подход сводит многоэлементную проблему к скалярной характеристике, однако обладает существенным ограничением. При фиксированном времени – *t*, значение $\eta(t)$ определяется минимальным по блокам отношением $\frac{T_i}{t^{\alpha_i}}$. Оценка надежности системы фактически базируется на характеристиках единственного доминирующего элемента. Эта особенность формализуется в работе как bottleneck-аппроксимация, или аппроксимация «узкого места», – нижней доверительной границы системы, то есть по блоку с наихудшим соотношением наработки и параметров надежности.

[1] Willits C. J., Dietz D. C., Moore A. H. Series-system Reliability-Estimation Using Very Small Binomial Samples. *IEEE Transactions on Reliability*, 1997, vol. 46, no. 2, pp. 296–302.

Следствием bottleneck-эффекта может быть риск потери информации о распределении наработок по блокам, потому что два различных набора экспериментальных данных могут давать близкие системные оценки, если доминирующий элемент остается неизменным, а также резкие изменения результатов при переключении доминирующего блока – даже при незначительных вариациях исходных данных.

Основная часть

В настоящей статье представлены и проанализированы три уточненных подхода к построению нижней доверительной границы надежности системы в условиях нулевых отказов. Их общая цель – устранение bottleneck-эффекта.

Материалы и методы:

1. IMP-1 – метод, основанный на γ -квантиле взвешенной суммы случайных величин χ^2 -типа. Позволяет напрямую учитывать хвосты суммарного показателя риска.

2. IMP-2a – подход с частотной совместной гарантией. Использует фиксированный Šidák-сплит системного уровня доверия $\gamma^{1/m}$ и суммирование вкладов всех блоков.

3. IMP-2b – усовершенствованная версия IMP-2a. Заменяет равномерный сплит на профильную оптимизацию γ_i, минимизирующую системную экспоненту при сохранении условия $\prod \gamma_i \geq \gamma$.

Все методы базируются на экспоненциальной форме представления (4):

$$R_{L,\gamma}(t) = \exp\left\{-c_\gamma(t)\right\}, \tag{4}$$

где $c_\gamma(t)$ – неотрицательная функция, определяемая конкретной процедурой агрегирования данных.

Метод IMP-1: использование «квантиля суммы» *S*(*t*) на основе обобщенной опорной величины

Основная идея метода заключается в замене принципа «узкого места», реализуемого в LFG через операцию $\min_i$, на агрегирование вкладов всех блоков посредством суммарного стохастического показателя $S(t)$.

Методологическая основа соответствует подходу обобщенных опорных величин (generalized pivotal quantity, GPQ)[1] и фидуциального подхода. Суть состоит в построении вспомогательной случайной величины, распределение которой (при фиксированных данных T_i) используется в качестве опорного для определения квантильной нижней доверительной границы системы. Данный метод может быть представлен

[1] Tsui K. W., Weerahandi S. Generalized p-Values in Significance Testing of Hypotheses in the Presence of Nuisance Parameters. *Journal of the American Statistical Association*, 1989. no. 84 (406), pp. 602–607. https://doi.org/10.1080/01621459.1989.10478810

как способ получения доверительного распределения, условного распределения для функционала параметров без задания априорного распределения.

Стохастическая конструкция $S(t)$.

Для системы из m блоков вводятся:

– независимые случайные величины $U_i \sim \chi_2^2,\ i = 1,\ldots,m$;

– весовые коэффициенты $w_i(t) = \dfrac{t^{\alpha_i}}{2T_i}$.

Затем формируется взвешенная сумма χ^2-величин (5):

$$S(t) = \sum_{i=1}^{m} w_i(t) \cdot U_i\,. \tag{5}$$

В отличие от агрегирования в LFG, конструкция $S(t)$ не сводится к одному блоку: даже при доминировании одного веса остальные слагаемые сохраняются. Математически задача сводится к вычислению квантилей распределения взвешенной суммы χ^2-величин, что относится к классу хорошо изученных задач.

Экспоненциальная форма системной границы.

Определим *γ*-квантиль распределения $S(t)$ согласно выражению (6):

$$c_\gamma^{IMP1}(t) = Q_\gamma(S(t))\,, \tag{6}$$

тогда нижняя доверительная граница системы задается в виде (7):

$$R_{L,\gamma}^{IMP1}(t) = \exp\left\{-c_\gamma^{IMP1}(t)\right\}. \tag{7}$$

На практике (аналогично другим методам в статье) это реализуется на дискретной сетке по *t* либо методом бисекции по *t*.

Существуют два основных подхода к вычислению γ-квантиля $Q_\gamma(S(t))$:

а) метод Монте-Карло:

– для фиксированного t генерируются выборки $U_i^{(b)} \sim \chi_2^2$;

– вычисляются выборочные значения $S^{(b)}(t) = \sum_i w_i(t) \cdot U_i^{(b)}$;

– $c_\gamma^{IMP1}(t)$ определяется как эмпирический квантиль.

Данный подход отличается простотой реализации и устойчивостью при достаточной выборке *B*, фиксированном *seed* и контроле погрешности по квантилю.

б) алгоритмы вычисления функции распределения и квантилей взвешенных сумм χ^2:

ISSN 3034-5472

– классические методы (инверсия характеристической функции, численное интегрирование): подходы Imhof, Davies, Farebrother и их программные реализации[1];

– быстрые аппроксимации (например, Liu–Tang–Zhang[2]), основанные на подгонке распределения суммы по кумулянтам / моментам, целесообразные при массовых расчетах на сетке.

Метод IMP-2a: нижняя доверительная граница системы с Šidák-коррекцией

Метод IMP-2a формирует нижнюю доверительную границу системы как одновременную гарантию уровня γ по совокупности m блоков системы. Ключевой принцип – декомпозиция системного уровня доверия на компонентные уровни с применением правила Šidák[3].

Пусть для каждого блока определено событие A_i – «выполнение компонентного ограничения». При условии статистической независимости случайных величин $\{A_i\}$ справедливо соотношение (8):

$$P\left\{\bigcap_{i=1}^{m} A_i\right\} = \prod_{i=1}^{m} P\{A_i\} \ . \tag{8}$$

Для обеспечения совместной гарантии уровня γ назначаются единые компонентные уровни доверия $\gamma_i = \gamma^{1/m}, i = 1, \ldots, m$, что гарантирует точное равенство (9):

$$\prod_{i=1}^{m} \gamma_i = \gamma \ . \tag{9}$$

Связь с коррекцией Šidák.

В терминах групповой ошибки первого рода (Family-Wise Error Rate, FWER) классическая формула Dunn–Šidák задает компонентный уровень значимости α_i [4] (10):

[1] Witkovsky V., Wimmer G., Duby T. *Computing the aggregate loss distribution based on numerical inversion of the compound empirical characteristic function of frequency and severity*. 2017. http://arxiv.org/abs/1701.08299; Davies R. B. Numerical inversion of a characteristic function. *Biometrika,* 1973, vol. 60, iss. 2, pp. 415–417. https://doi.org/10.1093/biomet/60.2.415

[2] Liu H., Tang Y., Zhang H. H. A new chi-square approximation to the distribution of non-negative definite quadratic forms in non-central normal variables. *Computational Statistics & Data Analysis,* 2009, no. 53, pp. 853–856.

[3] Šidák Z. Rectangular Confidence Regions for the Means of Multivariate Normal Distributions. *Journal of the American Statistical Association,* 1967, vol. 62, no. 318, pp. 626–633. https://doi.org/10.1080/01621459.1967.10482935

[4] Abdi H. Bonferroni and Sidak corrections for multiple comparisons. *Encyclopedia of Measurement and Statistics*, ed. N. J. Salkind. Thousand Oaks, CA: Sage 2007, pp. 103–107.

$$\alpha_i = 1-(1-\alpha)^{1/m}. \tag{10}$$

При переходе к коэффициентам доверия ($\gamma = 1-\alpha$, $\gamma_i = 1-\alpha_i$) получаем эквивалентную форму (11):

$$\gamma_i = 1-\alpha_i = (1-\alpha_i)^{1/m} = \gamma^{1/m}. \tag{11}$$

Данный подход широко применяется в теории множественных сравнений и при построении одновременных доверительных границ.

Формализация экспоненты и системной границы.

В рамках модели нулевых отказов используются опорные случайные величины $U_i \sim \chi_2^2$ (для каждого блока). Весовые коэффициенты определяются как $w_i(t) = \dfrac{t^{\alpha_i}}{2T_i}$.

В методе IMP-2a каждому блоку присваивается единый компонентный квантиль $\chi^2_{\gamma^{1/m}}(2)$.

Экспонента строится путем суммирования вкладов всех блоков (12):

$$c_\gamma^{IMP2a}(t) = \sum_i w_i(t)\cdot\chi^2_{\gamma^{1/m}}(2) = \chi^2_{\gamma^{1/m}}(2)\sum_{i=1}^{m}\frac{t^{\alpha_i}}{2T_i}, \tag{12}$$

соответственно нижняя доверительная граница системы имеет вид (13):

$$R_{L,\gamma}^{IMP2a}(t) = \exp\left\{-c_\gamma^{IMP2a}(t)\right\} = \exp\left\{\chi^2_{\gamma^{1/m}}(2)\sum_{i=1}^{m}\frac{t^{\alpha_i}}{2T_i}\right\}. \tag{13}$$

Метод IMP-2a обеспечивает простую и воспроизводимую одновременную НДГ, а также учет полной информации по всем блокам системы.

Вместе с тем из-за фиксированной равномерной декомпозиции $\gamma^{1/m}$ метод может быть избыточно строгим. Это мотивирует разработку метода IMP-2b, в котором компонентные уровни γ_i оптимизируются (профилируются) и сохраняется совместная трактовка $\prod_{i=1}^{m}\gamma_i > \gamma$.

Метод IMP-2b: нижняя доверительная граница системы с профильной оптимизацией Šidák сплита

Метод IMP-2b развивает подход IMP-2a, сохраняя частотную совместную гарантию уровня γ, но заменяя равномерное правило Šidák ($\gamma_i = \gamma^{1/m}$) на адаптивный (профильный) сплит $\{\gamma_i\}$. Цель – минимизировать консерватизм оценки при соблюдении совместного уровня доверия γ.

Данный подход соответствует концепции неравномерного распределения уровня значимости (unequal allocation) и взвешенной процедуры Šidák (weighted Šidák procedure), направленных на повышение мощности критерия за счет ослабления избыточной строгости равномерного сплита.

Совместная гарантия (частотная трактовка).

Как и в IMP-2a, для каждого блока строится одновременная гарантия на основе событий A_i. При условии статистической независимости компонентных статистик (14):

$$P\left\{\bigcap_{i=1}^{m} A_i\right\} = \prod_{i=1}^{m} P\left\{A_i\right\}. \tag{14}$$

Любая система уровней $\gamma_i \in (0,1)$, удовлетворяющая условию (15):

$$\prod_{i=1}^{m} \gamma_i > \gamma, \tag{15}$$

обеспечивает совместную гарантию не ниже γ (при равенстве – точно γ).

Обобщение идеи Šidák: вместо фиксированного $\gamma^{1/m}$ допускается неравномерная декомпозиция системного уровня доверия.

Оптимизационная постановка (профильная минимизация экспоненты).

В модели нулевых отказов экспонента системной границы имеет суммарный вид (16):

$$c(t,\{\gamma_i\}) = \sum_i w_i(t) \cdot \chi^2_{\gamma_i}(2), \tag{16}$$

где $w_i(t) = \dfrac{t^{\alpha_i}}{2T_i}$.

Метод IMP-2b определяет $\{\gamma_i\}$ решением профильной оптимизационной задачи (17):

$$\min_{\gamma_i \in (0,1)} \sum_i w_i(t) \cdot \chi^2_{\gamma_i}(2), \tag{17}$$

при условии $\sum_{i=1}^{m} \ln\gamma_i > \ln\gamma$.

Оптимальная экспонента имеет вид (18):

$$c_{\gamma}^{IMP2b}(t) = \min_{\prod_{i=1}^{m}\gamma_i > \gamma} c(t,\{\gamma_i\}), \tag{18}$$

соответственно нижняя доверительная граница системы имеет вид (19):

$$R_{L,\gamma}^{IMP2b}(t) = \exp\left\{-c_{\gamma}^{IMP2b}(t)\right\} = \exp\left\{\min_{\prod_{i=1}^{m}\gamma_i > \gamma} c(t,\{\gamma_i\})\right\}. \quad (19)$$

По сути, это оптимальный Šidák-сплит: совместная гарантия сохраняется, но распределение уровня доверия γ по блокам проводится неравномерно – с учетом их весов $w_i(t)$.

Интерпретация оптимального решения.

В точке оптимума, как правило, выполняется равенство $\prod_{i=1}^{m}\gamma_i = \gamma$ (иначе можно увеличить некоторые γ_i и уменьшить экспоненту). Условия оптимальности удобно анализировать через множители Лагранжа. Оптимальный сплит балансирует:

– «цену» увеличения γ_i (снижение квантиля $\chi^2_{\gamma_i}(2)$);

– вес $w_i(t)$, отражающий вклад блока в суммарную экспоненту.

Характерные особенности распределения γ_i:

– блоки с большими весами $w_i(t)$ (как правило, сочетание высокого α_i и / или малого T_i) получают более жесткие уровни (меньшие γ_i), поскольку их вклад в сумму существенен;

– блоки с малыми весами часто имеют γ_i близкие к 1, то есть практически не «потребляют» совместный уровень γ.

Вектор $\gamma_i(t_{RL})$ выступает в качестве диагностического инструмента, который позволяет объяснить механизм того, как метод IMP-2b обеспечивает меньшую консервативность по сравнению с IMP-2a, при этом сохраняя характеристики суммарного информационного метода, не сводимого к подходу с эффектом «узкого места».

Результаты и обсуждение

Метод IMP-1 интегрирует хвосты распределений всех блоков через распределение суммы $S(t)$, что позволяет преодолеть потерю информации, характерную для LFG. Он может быть как строже, так и мягче LFG – это зависит от распределения весов $w_i(t)$ и требуемого уровня γ. Благодаря прямой симуляции $S(t)$ метод IMP-1 легко верифицируется (сходимость квантиля по *B*, оценка дисперсии квантиля, контроль монотонности $c_\gamma(t)$), что удобно для раздела «численной верификации». IMP-1 демонстрирует, что переход от LFG к суммарной величине способен существенно изменить оценку надежного ресурса, особенно при неоднородных α_i и / или асимметрии T_i.

Методы IMP-2a / 2b дополнительно обеспечивают явную совместную интерпретацию уровня γ. В методе IMP-2a экспонента $c_\gamma^{IMP2a}(t)$ представляет собой сумму вкладов всех блоков, что исключает эффект «схлопывания» на одном элементе, в отличие от LFG, где граница определяется через $\min_i \frac{T_i}{t^{\alpha_i}}$. Равномерная Šidák-декомпозиция $\gamma^{1/m}$ может приводить к консервативности оценки и занижению ресурса, поскольку совместная гарантия обеспечивается по всем блокам одновременно, а не через доминирующий блок. Это соответствует известному свойству Šidák-подхода: он обеспечивает точный совместный уровень доверия при независимости и, как правило, дает более строгие результаты по сравнению с локальными аппроксимациями «узкого места».

Метод IMP-2b не строже IMP-2a при той же модели, поскольку IMP-2a соответствует частному случаю $\gamma_i = \gamma^{1/m}$. Таким образом, IMP-2b смягчает Šidák-сумму, что делает его предпочтительным для неоднородных систем. В отличие от LFG, IMP-2b исключает min-схлопывание, поскольку экспонента остается суммой по блокам. Метод сохраняет совместную / суммарную трактовку гарантии, что может приводить к существенным расхождениям с bottleneck-оценкой LFG в условиях неоднородных α_i или асимметрии T_i.

Выводы

В ходе настоящего исследования было предложено 3 варианта совершенствования метода LFG, применяемого для оценки НДГ надежности системы с элементами, подчиняющимися модели распределения Вейбулла для случая безотказных испытаний.

Метод IMP-1 выполняет роль «переходного звена» между оценкой LFG, основанной на принципе «узкого места», и одновременными границами IMP-2a / 2b с явной частотной интерпретацией.

Метод IMP-2a остается корректным и не дает завышенных оценок в широком круге ситуаций, однако степень консерватизма может возрастать при наличии зависимости между блоками.

Метод IMP-2b следует трактовать как частотную совместную границу в логике Šidák, но с оптимальным распределением уровня по блокам. При наличии зависимости степень консерватизма / точности требует отдельной оценки, аналогично классическим обсуждениям Šidák / Bonferroni.

Полученные результаты позволяют подтвердить значение нижней доверительной границы надежности системы с меньшими временными и материальными затратами по сравнению с существующими методами. Направлением дальнейших исследований является анализ чувствительности разработанной модели.

Список литературы / References

Артюшенко В. М., Брусков А. А. Применение распределения Вейбулла для оценок надежности космических аппаратов. *Вестник Воронежского государственного университета.*

Серия: Системный анализ и информационные технологии, 2024, № 2, с. 89–102. https://doi.org/10.17308/sait/1995-5499/2024/2/89-102; EDN: AYFLXU

Artiushenko V. M., Bruskov A. A. Application of the Weibull distribution for assessing the reliability of acoustic devices. *Bulletin of Voronezh State University. Series: Systems analysis and information technology*, 2024, no. 2, pp. 89–102. (In Russ.) https://doi.org/10.17308/sait/1995-5499/2024/2/89-102; EDN: AYFLXU

Афанасьев В. Б., Калинин Е. А., Мамаев В. А. и др. Определение вероятности безотказной работы системы в случае отсутствия отказов элементов. *Управление большими системами*, 2025, вып. 118, с. 7–22.

Afanasiev V. B., Kalinin E. A., Mamaev V. A., et al. Determining the reliability of a system in the case of absence of element failures. *Large-Scale Systems Control*, 2025, iss. 118, pp. 7–22. (In Russ.)

Колобов А. Ю., Блинов Д. С., Скоробогатов П. О. К вопросу о выборе рациональной методики оценки вероятности безотказной работы изделий ракетно-космической техники при летных испытаниях и эксплуатации. *Вестник Научно-производственного объединения им. С. А. Лавочкина*, 2024, № 2 (64), с. 45–49. EDN: BADCAG

Kolobov A. Iu., Blinov D. S., Skorobogatov P. O. On the issue of choosing a rational methodology for assessing the probability of trouble-free operation of rocket and space technology products during flight tests and operation. *Journal of the S. A. Lavochkin Scientific and Production Association*, 2024, no. 2 (64), pp. 45–49. (In Russ.) EDN: BADCAG

Смирнов А. В., Белобрагин Б. А., Авотынь Б. А. и др. Точность оценки надежности образца по малой выборке безотказных опытов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2023, № 2, с. 50–61. https://doi.org/10.31857/S0235711923020098; EDN: COTZOM

Smirnov A. V., Belobragin B. A., Avotyn B. A., et al. Accuracy of reliability assessment of a sample based on a small sample of failure-free experiments. *Problems of mechanical engineering and machine reliability*, 2023, no. 2, pp. 50–61. (In Russ.) https://doi.org/10.31857/S0235711923020098; EDN: COTZOM

Царев Ю. А., Зубрилина Е. М., Грошев Л. М. и др. Параметрический подход при оценке надежности изделий одноразового использования. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*, 2019, № 146, с. 11–23. https://doi.org/10.21515/1990-4665-146-002; EDN: VWBNNO

Tsarev Iu. A., Zubrilina E. M., Groshev L. M., et al. Parametric approach to assessing the reliability of disposable products. *Scientific Journal of KubSAU*, 2019, no. 146, pp. 11–23. (In Russ.) https://doi.org/10.21515/1990-4665-146-002; EDN: VWBNNO

Abdi H. Bonferroni and Sidak corrections for multiple comparisons. *Encyclopedia of Measurement and Statistics,* N. J. Thousand Oaks, CA: Sage 2007, pp. 103–107.

Davies R. B. Numerical inversion of a characteristic function, *Biometrika*, 1973, vol. 60, iss. 2, pp. 415–417, https://doi.org/10.1093/biomet/60.2.415

Fan T. H., Balakrishnan N., Chang C. C. Bayesian approach for highly reliable electroexplosive devices using one-shot device testing. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2009, vol. 79, pp. 1143–1154. https://doi.org/10.1080/00949650802142592

Guo H., Honecker S., Mettas A. et al. Reliability estimation for one-shot systems with zero component test failures. *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium* (RAMS–2010), San Jose, CA, 2010, pp. 1–7. https://doi.org/10.1109/RAMS.2010.5448016

Jiang P., Xing Y., Jia X., Guo B. Weibull failure probability estimation based on zero-failure data. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015. 8 p. https://doi.org/10.1155/2015/681232

Li H., Zheng Z. Reliability estimation for zero-failure data based on confidence limit analysis method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 7839432. 11 p. https://doi.org/10.1155/2020/7839432

Li Z., Fu H., Guo J. Reliability assessment of a series system with Weibull-distributed components based on zero-failure data. *Applied Sciences*, 2025, vol. 15, p. 2869. https://doi.org/10.3390/app15052869

Li Z., Fu H., Wu Q. Phased system reliability modeling and assessment for construction of lunar scientific base. *Applied Sciences*, 2023, vol. 13, p. 9823. https://doi.org/ 10.3390/app13179823

Liu H., Tang Y., Zhang H. H. A new chi-square approximation to the distribution of non-negative definite quadratic forms in non-central normal variables. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2009, no. 53, pp. 853–856.

Šidák Z. Rectangular confidence regions for the means of multivariate normal distributions, *Journal of the American Statistical Association*, 1967, vol. 62, no. 318, pp. 626–633. https://doi.org/10.1080/01621459.1967.10482935

Tsui K. W., Weerahandi S. Generalized p-values in significance testing of hypotheses in the presence of nuisance parameters. *Journal of the American Statistical Association*, 1989, no. 84 (406), pp. 602–607. https://doi.org/10.1080/01621459.1989.10478810

Willits C. J., Dietz D. C., Moore A. H. Series-system reliability-estimation using very small binomial samples. *IEEE Transactions on Reliability*, 1997, vol. 46, no. 2. pp. 296–302.

Witkovsky V., Wimmer G., Duby T. *Computing the aggregate loss distribution based on numerical inversion of the compound empirical characteristic function of frequency and severity*, 2017. http://arxiv.org/abs/1701.08299

Сведения об авторах

Владимир Алексеевич Мамаев – ведущий инженер-математик отдела надежности; https://orcid.org/0009-0005-0373-8275, vova_kirov@mail.ru, Государственный научно-исследовательский институт приборостроения (д. 125, пр-т Мира, 129226 Москва, Россия);

Vladimir A. Mamaev – Chief Mathematician-Engineer of the Reliability Department, https://orcid.org/0009-0005-0373-8275, vova_kirov@mail.ru, State Research Institute of Instrument Engineering (125, pr. Mira, 129226 Moscow, Russia).

Валерий Павлович Рязанский – ведущий инженер-математик отдела надежности; https://orcid.org/0009-0002-4217-4204, kot-aldo@yandex.ru, Государственный научно-исследовательский институт приборостроения (д. 125, пр-т Мира, 129226 Москва, Россия); **Valeriy P. Ryazansky** – Chief Mathematician-Engineer of the Reliability Department, https://orcid.org/0009-0002-4217-4204, kot-aldo@yandex.ru, State Research Institute of Instrument Engineering (125, pr. Mira, 129226 Moscow, Russia).

Виктор Борисович Афанасьев – кандидат технических наук, начальник отдела надежности; https://orcid.org/0009-0007-5218-3581, vicbor54@bk.ru, Государственный научно-исследовательский институт приборостроения (д. 125, пр-т Мира, 129226 Москва, Россия); **Victor B. Afanasiev** – Candidate of Technical Sciences, Head of the Reliability Department, https://orcid.org/0009-0007-5218-3581, vicbor54@bk.ru, State Research Institute of Instrument Engineering (125, pr. Mira, 129226 Moscow, Russia).

Заявленный вклад авторов: Мамаев В. А. – постановка задачи, обзор литературы и разработка концепции; Рязанский В. П. – написание текста статьи; Афанасьев В. Б. – руководство проектом, научное редактирование. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: Vladimir A. Mamaev – task setting, literature review and concept development, Valeriy P. Ryazansky – writing the article, Victor B. Afanasiev – project management, scientific editing. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 19.02.2026; одобрена после рецензирования 16.03.2026; принята к публикации 08.04.2026.

The article was submitted 19.02.2026; Approved after reviewing 16.03.2026; Accepted for publication 08.04.2026.