

DOI 10.23859/1994-0637-2017-2-77-6
УДК 536.24

© Синицын Н.Н., Ревякина Д.С., Прокопьева Д.С.,
Костылева А.А., Плашенков В.В., 2017

Синицын Николай Николаевич

Доктор технических наук, профессор
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Sinitsyn Nikolay Nikolaevich

Doctor of technical sciences, Professor
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Ревякина Дарья Сергеевна

Магистрант, Череповецкий государственный
университет (Череповец, Россия)
E-mail: d.revyakina@yandex.ru

Revyakina Daria Sergeevna

Master's degree student, Cherepovets State
University (Cherepovets, Russia)
E-mail: d.revyakina@yandex.ru

Прокопьева Дарья Сергеевна

Магистрант, Череповецкий государственный
университет (Череповец, Россия)
E-mail: 1109dasha.pro94@mail.ru

Prokopeva Daria Sergeevna

Master's degree student, Cherepovets State
University (Cherepovets, Russia)
E-mail: 1109dasha.pro94@mail.ru

Костылева Алина Алексеевна

Магистрант, Череповецкий государственный
университет (Череповец, Россия)
E-mail: alina.nifontova@mail.ru

Kostyleva Alina Alekseevna

Master's degree student, Cherepovets State
University (Cherepovets, Russia)
E-mail: alina.nifontova@mail.ru

Плашенков Валерий Владимирович

Доктор военных наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Plashenkov Valeriy Vladimirovich

Doctor of Military Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГРЕВА
КАПЛИ ВОДЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ В
УСЛОВИЯХ ОХЛАЖДЕНИЯ
СТАЛЕПЛАВИЛЬНОГО
ШЛАКОВОГО ПОЛЯ**

**MATHEMATICAL MODELING OF
THE HEATING OF THE WATER
DROPLETS WHEN DRIVING IN
CONDITIONS OF COOLING
OF STEELMAKING SLAG FIELD**

Аннотация. В статье представлена разработанная математическая модель прогрева капли воды в условиях охлаждения сталеплавильного шлака. Математическая модель содержит уравнения нестационарной теплопроводности и движения точки переменной массы. Получено решение численными методами прогрева капли при ее движении с учетом испарения воды, траектории движения капли воды с учетом скорости движения воздуха, а также коэффициенты теплоотдачи при движении частицы шаровой формы. Представлены результаты моделирования траектории движения капель.

Abstract. The article presents the developed mathematical model of the heating water drops in the conditions of cooling of steelmaking slag. The mathematical model contains equations of transient heat conduction and the motion of a point of variable mass. The solution is reached by numerical methods of heating drops as it moves taking into account the evaporation of the water, the trajectory of drops of water, given the air velocity and the coefficients of heat transfer at the motion of a particle of spherical shape. The results of modeling the trajectory of the drops are presented.

Ключевые слова. Теплопроводность, уравнения движения точки переменной массы, аэродинамическое сопротивление, неявная схема.

Key words. The thermal conductivity, the equations of motion of a point of variable mass, the aerodynamic resistance implicit scheme.

Введение

При охлаждении сталеплавильного шлакового поля необходимо оценить распределение жидкости по охлаждаемой поверхности, чтобы обеспечить равномерное охлаждение шлака. В этом случае максимальная равномерность будет достигаться при выполнении следующих условий: вся заданная поверхность смачивается жидкостью, т.е. перекрывается факелами; взаимное наложение минимально; количество жидкости, выпадающее за пределы площадки орошения, минимально. При проектировании такой сложной оросительной системы возникает задача размещения распылителей таким образом, чтобы добиться максимальной эффективности их работы. Для этого необходимо разработать математическую модель движения капли воды в условиях шлакового поля с учетом ее прогрева при орошении поверхности расплава шлака. При этом необходимо учитывать также и испарение воды. Температурное поле капли воды необходимо для учета тепломассообмена на поверхности расплавленного шлака и расчета расхода жидкости, чтобы обеспечить эффективное охлаждение расплавленного материала.

Цель работы состоит в разработке математической модели прогрева капли воды в условиях охлаждения сталеплавильного шлака.

Основная часть

В начальный момент времени при $\tau = 0$ во всех точках капли одинаковая температура T_0 . Вводим допущение о сферической форме капли с радиусом r_0 . Капля после вылета из форсунки начинает прогреваться за счет лучистого и конвективного теплообмена.

Сначала идет прогрев капли, но как только температура ее поверхности достигнет температуры фазового перехода воды, резко интенсифицируется испарение влаги с возникновением фронта испарения, который по мере прогрева капли перемещается к ее центру. Этот процесс происходит в условиях неоднородного поля температур по сечению капли. Поэтому прогрев капли описывается нестационарным уравнением теплопроводности с переменными коэффициентами температуропроводности, зависящими от температуры, и переменными граничными условиями.

Для сферической изотропной частицы (капли) процессы прогрева с изменением агрегатного состояния воды можно описать следующим уравнением ($Bi > 0,1$) [1], [2]:

$$c\rho \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right] + \frac{2\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \quad \text{при } 0 < r \leq \xi = R; \quad (1)$$

где $T(r, \tau)$ – текущая температура; r – текущая координата; ξ – текущая координата фронта испарения; $\lambda = \lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности капли; $c = c(T)$ – удельная теплоемкость капли; R – текущий размер капли, ρ – плотность; τ – время.

Начальное условие: $T(r, 0) = T_0$.

В качестве граничных условий принимаем условия, учитывающие лучистый и конвективный теплообмен капли с потоком газа:

при прогреве капли:

$$\lambda \frac{\partial T(r_0, \tau)}{\partial r} = q_{\text{пов}}; \quad (2)$$

$$q_{\text{пов}} = \alpha_k [T_\Gamma - T(r_0, \tau)] + \sigma_0 \alpha_\phi \varepsilon [T_\Gamma]^4 - \sigma_0 \varepsilon [T(r_0, \tau)]^4; \quad (3)$$

при испарении капли:

$$\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} = \rho r_n \frac{d\xi}{d\tau} + q_{\text{пов}}; \quad (4)$$

$$q_{\text{пов}} = \alpha_k [T_\Gamma - T(R, \tau)] + \sigma_0 \alpha_\phi \varepsilon [T_\Gamma]^4 - \sigma_0 \varepsilon [T(R, \tau)]^4 + c_{pn} [T_\Gamma - T(R, \tau)] \frac{G_n}{F}; \quad (5)$$

$$T(\xi, \tau) = T_{\text{исп}} = \text{const} = 100^\circ \text{C}; \quad (6)$$

$$\text{при } r = 0; \quad \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} = 0;$$

где α_k – коэффициент теплоотдачи конвекцией; T_Γ – температура потока, обтекающего частицу (каплю); α_ϕ – степень черноты газового потока; σ_0 – коэффициент Стефана-Больцмана; ε – степень черноты воды; $T(R, \tau)$ – температура поверхности капли; c_{pn} – изобарная теплоемкость пара; G_n – поток пара с поверхности капли; F – площадь поверхности капли; r_n – теплота парообразования.

Коэффициент теплоотдачи конвекцией определяем по формуле [1], [2]:

$$Nu = 2 + 0,495 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,33} \quad \text{при } Re = 5 \dots 5 \cdot 10^3, \quad (7)$$

где $Re = W_{\text{отн}} \cdot 2r_0 \cdot \rho / \mu$ – критерий Рейнольдса; $Pr = \mu c / \lambda$ – критерий Прандтля; μ, c, λ – коэффициенты динамической вязкости, теплопроводности и удельная теплоемкость газа; $W_{\text{отн}}$ – относительная скорость движения капли; $Nu = \frac{\alpha_k 2r_0}{\lambda}$ – число

Нуссельта.

Систему уравнений (1)–(7) можно решить численно. При решении этой системы уравнений применяется метод контрольного объема, в котором рассматриваемое поле разбивается на несколько концентрических объемов ΔV конечных размеров. В результате использования метода контрольного объема вместо системы дифференциальных уравнений получается система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. При испарении капли используется неявный разностный метод с ловлей фронта испарения в узле сетки [3]. При этом шаг сетки вдоль пространственной координаты принимается постоянным, а шаг вдоль оси времени – величина переменная, определяемая последовательно в процессе счета исходя из условия, что в течении шага вдоль оси времени фазовый фронт перемещается точно на шаг вдоль оси координаты. Этот метод пригоден для решения лишь одномерных задач, когда число фаз не превышает двух [3].

Уравнение теплового баланса для капли с учетом прогрева, испарения жидкости и перегрева пара при $Bi < 0,1$:

при прогреве:

$$m \cdot c \cdot \frac{dT(R, \tau)}{d\tau} = \alpha_k [T_r - T(R, \tau)] + \sigma_0 a_{\phi} \varepsilon [T_r]^4 - \sigma_0 \varepsilon [T(R, \tau)]^4;$$

при испарении:

$$\alpha_k [T_r - T(R, \tau)] + \sigma_0 a_{\phi} \varepsilon [T_r]^4 - \sigma_0 \varepsilon [T(R, \tau)]^4 = [r_n + c_{pn} (T_r - T(R, \tau))] \frac{G_n}{F};$$

где m – масса капли.

Для определения коэффициента теплоотдачи в области $Re < 200$ применим формулу [2]

$$Nu = 2 + 0,16 Re^{2/3}.$$

Для определения траекторий движения частиц численно решалась система уравнений теплового и материального баланса на стадии прогрева и кипения и уравнений движения.

На рис. 1. представлена схема к расчету траектории движения капель воды с учетом изменения их массы в начальный момент времени. Ось Oy направлена вдоль оси форсунки [1].

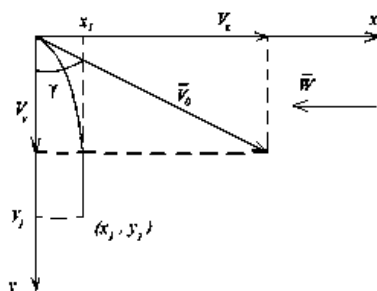


Рис. 1. Схема к расчету траектории движения капель

$\vec{W}, \vec{V}_0$ – векторы скоростей газа и капли; γ – угол вылета капли; V_x, V_y – проекции вектора скорости на оси координат; x_1, y_1 – конечная координата траектории

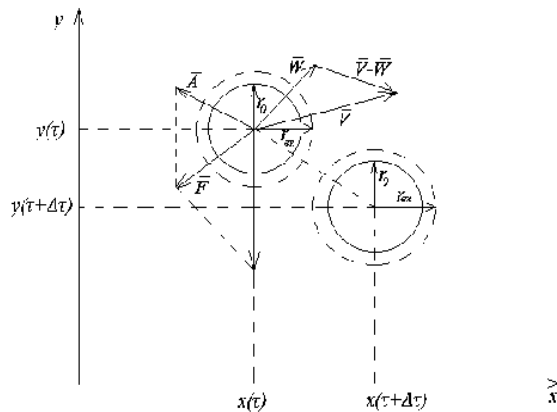
При расчете диапазон начальных скоростей частиц и газа задается исходя из условия диспергирования материала. Угол вылета капель варьируется в пределах от 0 до 180°, скорость вылета капель варьируется в пределах от 1 до 70 м/с, начальный радиус капель принимается от 0,00005 до 0,001 м. Результатом расчета по программе является совокупность данных, которые затем могут быть использованы для построения траекторий движения капель распыленной жидкости в потоке газа.

Движение капель в газовом потоке описывается уравнением движения частиц переменной массы В.М. Мещерского [2]:

$$m \frac{d\vec{V}}{d\tau} = \sum_{i=1}^k \vec{P}_i, \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\vec{P}_c &= \frac{1}{2} c_m f \rho_e (\vec{W} - \vec{V}) |\vec{W} - \vec{V}|; \\ \vec{P}_B &= \vec{g} m,\end{aligned}\tag{9}$$

$\vec{A}, \vec{P}, \vec{F}$ – силы аэродинамического сопротивления, тяжести и инерции, соответственно; $r_{\text{пл}}$ – внешний радиус приведенной пленки.



Движение одиночной капли воды в проекциях в двухмерной системе координат задается уравнениями:

$$\begin{cases} m \frac{dV_X}{d\tau} = \frac{c_m f \rho_r}{2} (W_X - V_X) \sqrt{(W_X - V_X)^2 + (W_Y - V_Y)^2}; \\ m \frac{dV_Y}{d\tau} = \frac{c_m f \rho_r}{2} (W_Y - V_Y) \sqrt{(W_Y - V_Y)^2 + (W_X - V_X)^2} - mg, \end{cases} \quad (10)$$

где V_X, V_Y – проекции скорости движения капли; W_X, W_Y – проекции скорости движения газового потока; $c_m = f(Re)$ – коэффициент аэродинамического сопротивления капли, определяемый в зависимости от значения критерия Рейнольдса:

при $Re < 1$ (область Стокса) $c_m = \frac{24}{Re}$;

при $1 \leq Re \leq 10^3$ (переходная область) $c_m = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt[3]{Re}}$ (формула Шелла-Клячко);

при $2 \cdot 10^4 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5$ (автомодельная область) $c_m = 0,48$;

при $Re > 2 \cdot 10^6$ (закритическая область) $c_m = 0,2$.

На рис. 3 (а, б) показаны траектории движения капли диаметром 2 мм в попутном и во встречном потоках воздуха. Скорость потока воздуха изменяется от 0 до 20 м/с. Максимальное отклонение от вертикальной оси (оси форсунки) при попутном потоке увеличивается на 25 %.

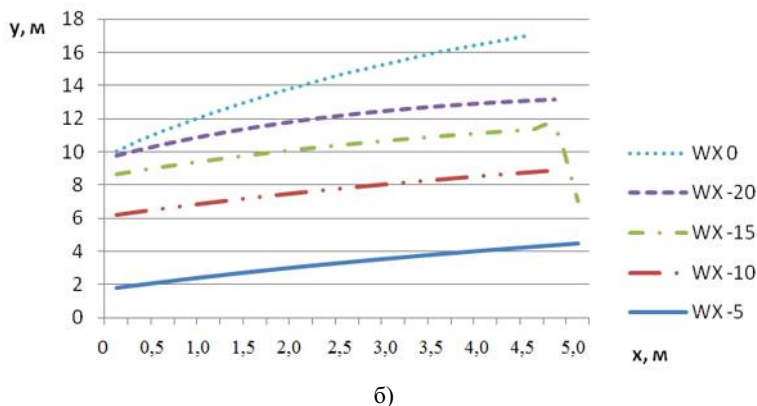
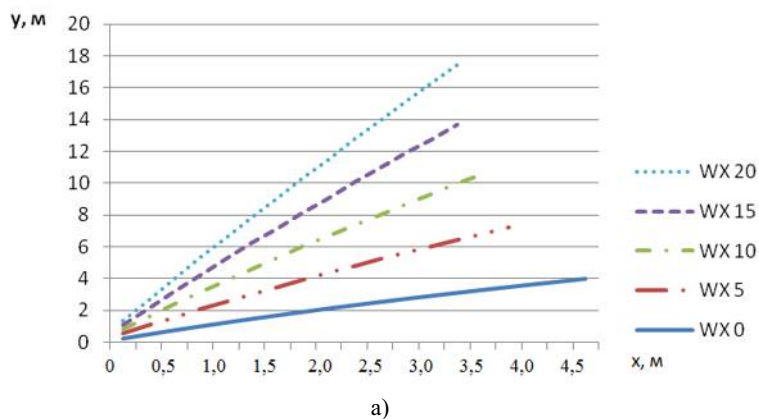


Рис. 3. Расчет траектории движения капель воды в попутном потоке (а); и во встречном потоке (б)

Траектории капель воды в потоке газа позволяют спрогнозировать площадь орошения поверхности в зависимости от влияния скорости ветра на промышленном объекте.

Выводы

Таким образом, математическая модель описывает процессы теплообмена капли воды при ее движении в газовом потоке с учетом ее прогрева, а так же испарение капли при ее движении в газовом потоке, расчет траектории движения капель воды в газовом потоке, с учетом изменения массы капель, начальной скорости вылета капли, угла вылета и скорости ветра.

Литература

1. Полеводова Л.А., Синицын Н.Н. Расчет траекторий движения капли воды с учетом фазовых переходов в системе газоочистки кислородного конвертера // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2007. Т. 3. № 6. С. 160–164.
2. Синицын Н.Н., Полеводова Л.А. Исследование теплообмена капли воды в высокотемпературном потоке газа системы газоочистки кислородного конвертера // Вузовская наука – региону: материалы IV Всероссийской науч.-техн. конф. Вологда: ВоГТУ, 2006. С. 121–124.
3. Никитенко Н.И. Исследование нестационарных процессов тепло- и массообмена методом сеток. Киев: Наукова Думка, 1971. 208с.

References

1. Polovodova L.A., Sinitsyn N.N. Raschet traektorii dvizheniia kapli vody s uchetom fazovykh perehodov v sisteme gazoochistki kislorodnogo konvertera [Calculation of trajectories of water droplets taking into account phase transitions in the gas cleaning system of BOF]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [VGUTU Herald of the Voronezh state technical University], 2007, vol. 3, no. 6, pp. 160–164.
2. Sinitsyn N.N., Polovodova L.A. Issledovanie teploobmena kapli vody v vysokotemperaturnom potoke gaza sistemy gazoochistki kislorodnogo konvertera [Study of heat transfer of water droplets in high temperature gas flow gas cleaning system of BOF]. *Vuzovskaya nauka – regionu: materialy IV Vserossiiskoi nauch.-tehn. konf.* [University science – region: proceedings of scientific IV Russian.-tech. Conf.]. Vologda, 2006, pp. 121–124.
3. Nikitenko N.I. *Issledovanie nestacionarnykh processov teplo- i massoobmena metodom setok* [Study of unsteady processes of heat and mass transfer by grid method]. Kiev: Naukova Dumka, 1971. 208 p.

Синицын Н.Н., Ревякина Д.С., Прокопьева Д.С., Костылева А.А., Плашенко В.В. Математическое моделирование прогрева капли воды при движении в условиях охлаждения сталеплавильного шлакового поля // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. №2(77). С. 45–51.

For citation: Sinitsyn N.N., Revyakina D.S., Prokopenko D.S., Kostyleva A.A., Plashenkov V.V. Mathematical modeling of the heating of the water droplets when driving in conditions of cooling of steelmaking slag field. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 2 (77), pp. 45–51.