

резца), равен $\Omega = \pi/2$ ($\beta = \alpha = \gamma = 90^\circ$). Рассмотрим, как изменится t_1 , если изменить величину β (один из плоских углов трехгранного угла клина резца) от $\beta = 90^\circ$ до $\beta = 60^\circ$. Телесный угол шаровой поверхности трехгранного угла клина резца при $\beta = 60^\circ$ равен $\Omega = \pi/3$. Рассмотрим соотношение температуры передней поверхности резца t_1' при $\beta = 60^\circ$ к t_1'' при $\beta = 90^\circ$, используя зависимость (7):

$$\frac{t_1'}{t_1''} = \frac{\frac{Q}{\lambda} \cdot \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot \frac{1}{\pi/3} \right]}{\frac{Q}{\lambda} \cdot \left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot \frac{1}{\pi/2} \right]} = \frac{3}{2}. \quad (10)$$

Из уравнения (8) видно, что $t_1' = 1,5 \cdot t_1''$. Данный результат согласуется с $\theta_{П,СР}$ из формулы (1). Однако при изменении β, α, γ (трех плоских углов) от 90 до 60° величина t_1 увеличится в 3 раза, что невозможно проследить с помощью уравнения (1), так как данная формула позволяет анализировать изменение только одного из плоских углов резца. Отсюда следует, что целесообразно для оценочных

работ использовать уравнение передачи теплоты через шаровую стенку, которое позволяет учитывать влияние профиля режущего инструмента на процессы теплоотвода.

Выводы.

Очевидно, что теплофизическая интерпретация $\theta_{П,СР}$ является приближенной и дает лишь качественную оценку тепловых процессов при резании. Однако предложенные обоснования вполне оправданы, так как позволяют аналитически обосновать необходимость учета, как угла заострения, так и объемного профилирования режущего инструмента.

Литература

1. *Волынский, Б. А.* Сферическая тригонометрия / Б. А. Волынский. – М., 1977.
2. *Исаченко, В. П.* Теплопередача / В. П. Исаченко. – М., 1981.
3. *Кожевников, Д. В.* Режущий инструмент / [Д. В. Кожевников и др.]. – М., 2007.
4. *Резников, А. Н.* Теплофизика резания / А. Н. Резников. – М., 1969.
5. *Чертов, А. Г.* Единицы физических величин / А. Г. Чертов. – М., 1977.

УДК 681.5.015.24

Р.Ф. Теляков

*Научный руководитель: доктор технических наук, профессор О. А. Толпегин
Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова*

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СПУСКОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ЗАДАННУЮ ОБЛАСТЬ ПРИЦЕЛИВАНИЯ С ЗАДАННЫМ УГЛОМ НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ ПРИ НАЛИЧИИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

В статье рассмотрен алгоритм выбора управления спускаемого летательного аппарата (СЛА), обеспечивающий попадание в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории на основе методов оптимального управления. Рассмотрена зависимость точности попадания СЛА в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории от наличия ошибок измерения параметров движения. Коррекция программы спуска происходит на основе информации, получаемой на выходе минимаксного фильтра с коррекцией от спутниковой навигационной системы. Для обеспечения попадания в заданную область прицеливания с минимальным отклонением предлагается в каждой позиции использовать коррекцию оптимальной программы спуска.

Оптимальное управление, спускаемый летательный аппарат, минимаксный фильтр, коррекция программы спуска, заданная область прицеливания, заданный угол наклона траектории, бесплатформенная инерциальная навигационная система.

The paper considers the algorithm of choice of the descending aircraft, providing hit in a given aiming area to specify the angle of the trajectory, using the methods of optimal control. The dependence of the accuracy of hit of the landing aircraft into a given aiming area with the predetermined angle of inclination of the trajectory on the measurement errors of motion parameters is considered. Correction of the descent program occurs on the basis of information obtained at the output of the minimax filter with correction of the satellite navigation system. In order to get into a given aiming area with minimal deviation, one should use the correction of optimal descent program in each position.

Optimal control, landing aircraft, minimax filter, correction program descent, given aiming area, specified path angle, strapdown inertial navigation system.

Введение.

В статье рассмотрен алгоритм выбора управления спускаемого летательного аппарата (СЛА), обеспечивающий попадание в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории, с использованием методов оптимального управления на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина [3].

При использовании методов оптимального управления необходимо в каждой позиции движения СЛА знать параметры собственного движения. Для оценки параметров движения СЛА используется бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), на выходе которой ошибки измерений возрастают с увеличением времени функционирования. Для оценки вектора состояния СЛА при действии возмущений используется метод минимаксной фильтрации с коррекцией от спутниковой навигационной системы [5]. Для обеспечения попадания в заданную область прицеливания с минимальным отклонением в каждой позиции движения СЛА используется коррекция оптимальной программы спуска [5].

В статье рассмотрена зависимость точности попадания СЛА в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории от наличия ошибок измерения параметров движения. Показано, что при наличии ошибок измерения параметров движения СЛА конечный угол наклона вектора скорости принимает меньшее значение, чем в случае измерения параметров движения без ошибок.

Основная часть.

Постановка задачи

Движение СЛА в вертикальной плоскости с выключенным двигателем определяется следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -(c_{x0} + A \cdot \alpha^2) \cdot \frac{S \cdot \rho \cdot V^2}{m} - g \cdot \sin \Theta; \\ \frac{dy}{dt} &= V \cdot \sin \Theta; \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \frac{(c_y^\alpha \cdot \alpha + c_y^\delta \cdot \delta) \cdot S \cdot \rho \cdot V}{m} - \frac{g \cdot \cos \Theta}{V}; \\ \frac{dx}{dt} &= V \cdot \cos \Theta; \\ m &= m_0 = \text{const}; \rho = \rho_0 \cdot e^{(-y/10000)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – скорость; Θ – угол наклона траектории; y – высота; x – дальность; m – масса; ρ – плотность воздуха на высоте полета СЛА; $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха на уровне моря; $c_{x0}, c_y^\alpha, c_y^\delta, A, m_z^\alpha, m_z^\delta$ – безразмерные аэродинамические коэффициенты; α – угол атаки; δ – угол отклонения рулей высоты; S – площадь миделя; g – ускорение свободного падения.

При составлении модели предполагается, что для разворота СЛА относительно центра масс используется отклонение аэродинамических рулей высоты. Инерционность СЛА не учитывается и предполагается, что угол атаки СЛА определяется из балансирующего соотношения:

$$\alpha \cdot m_z^\alpha + \delta \cdot m_z^\delta = 0. \quad (2)$$

Угол отклонения рулей высоты удовлетворяет ограничению:

$$|\delta| \leq \delta_{\max}. \quad (3)$$

Задано положение СЛА в начальный момент времени t_0 :

$$t = t_0, \quad V(t_0) = V_0, \quad \Theta(t_0) = \Theta_0, \quad y(t_0) = y_0, \quad x(t_0) = x_0. \quad (4)$$

Движение СЛА заканчивается при:

$$y(\vartheta) = 0. \quad (5)$$

Момент окончания движения ϑ определяется в процессе спуска.

С помощью измерительных средств СЛА удастся наблюдать вектор:

$$\chi(t) = z(t) + \xi(t), \quad (6)$$

где $\chi^T = [\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4]$ – вектор сигналов на выходе БИНС СЛА; $\xi^T = [\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4]$ – вектор погрешностей измерений БИНС СЛА; $z^T = [V, \Theta, y, x]$ – вектор параметров движения СЛА.

Вектор $\xi(t)$ является возмущением, о возможных реализациях которого известно лишь то, что оно удовлетворяет ограничению:

$$|\xi_i(t)| \leq \xi_{iM}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Требуется определить управление СЛА с учетом ошибок измерения параметров собственного движения, определяемых на выходе минимаксного фильтра с коррекцией от спутниковой навигационной системы, обеспечивающее попадание в заданную область с отклонением от $x_{\text{зад}}$ не больше некоторой допустимой величины $W_{\max}$ и отклонением от заданного угла наклона траектории СЛА $\Theta_{\text{зад}}$ не больше некоторой допустимой величины $\Theta_{\max}$.

Решение задачи

При решении задачи спуска в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории

управление СЛА выбирается в дискретные моменты времени $t_0, t_1 = t_0 + \Delta t$, и т. д. до момента окончания движения, где Δt – шаг дискретизации.

Алгоритм вычисления управления СЛА в позиции $\{t_*, z(t_*)\}$, обеспечивающий попадание в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории с учетом ошибок измерения параметров собственного движения, состоит из следующих шагов:

Шаг 1. Для решения задачи попадания СЛА в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории решается задача оптимального управления о минимуме функционала:

$$J = \frac{1}{2}(x(\vartheta) - x_{\text{зад}})^2 + \frac{1}{2}(\Theta(\vartheta) - \Theta_{\text{зад}})^2, \quad (7)$$

где $x_{\text{зад}}$ – координата заданной точки прицеливания;

$\Theta_{\text{зад}}$ – заданный угол наклона траектории.

Для решения задачи оптимального управления (1)–(6) используем необходимые условия принципа максимума. Возникающая при этом краевая задача решается методом последовательных приближений Крылова-Черноусько [6].

Функция Гамильтона для системы (1) с терминальным критерием (7) имеет вид $H = H_0 + H_1 \cdot \delta^2 + H_2 \cdot \delta$, где:

$$\begin{aligned} H_0 &= \Psi_V \cdot \left(-c_{x0} \cdot \frac{S}{m} \cdot q - g \cdot \sin \Theta \right) - \Psi_\Theta \cdot \frac{g \cdot \cos \Theta}{V} + \\ &+ \Psi_y \cdot V \cdot \sin \Theta + \Psi_x \cdot V \cdot \cos \Theta; \\ H_1 &= -\Psi_V \cdot A \cdot \left(\frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} \right)^2 \cdot \frac{q \cdot S}{m}; \\ H_2 &= \Psi_\Theta \cdot \left(-c_y^\alpha \cdot \frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} + c_y^\delta \right) \cdot \frac{q \cdot S}{m \cdot V}. \end{aligned} \quad (8)$$

Сопряженная система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_V}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V} = \Psi_V \cdot c_{x0} \cdot \frac{S}{m} \cdot \rho \cdot V + \Psi_V \cdot \delta^2 \cdot A \cdot \left(\frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} \right)^2 \times \\ &\times \frac{\rho \cdot V \cdot S}{m} - \Psi_\Theta \cdot \delta \cdot \left(-c_y^\alpha \cdot \left(\frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} \right) + c_y^\delta \right) \cdot \frac{\rho \cdot S}{2 \cdot m} - \\ &- \Psi_\Theta \cdot \frac{g \cdot \cos \Theta}{V^2} - \Psi_y \cdot \sin \Theta - \Psi_x \cdot \cos \Theta; \\ \frac{d\Psi_\Theta}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \Theta} = \Psi_V \cdot g \cdot \cos \Theta - \\ &- \Psi_\Theta \cdot \frac{g \cdot \sin \Theta}{V} - \Psi_y \cdot V \cdot \cos \Theta + \Psi_x \cdot V \cdot \sin \Theta; \\ \frac{d\Psi_y}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial y} = -\Psi_V \cdot \left(c_{x0} + \delta^2 \cdot A \cdot \left(\frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} \right)^2 \right) \cdot \frac{S}{m} \cdot \frac{V^2}{2} \cdot \frac{\rho_0}{a_0} \cdot e^{\frac{y}{a_0}} + \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &+ \Psi_\Theta \cdot \delta \cdot \left(-c_y^\alpha \cdot \left(\frac{m_z^\delta}{m_z^\alpha} \right) + c_y^\delta \right) \cdot \frac{S}{m} \cdot \frac{V}{2} \cdot \frac{\rho_0}{a_0} \cdot e^{\frac{y}{a_0}}; \\ \frac{d\Psi_x}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим условия transversальности для момента времени ϑ , который не задан:

$$\left[\frac{\partial J}{\partial t} - H \right]_{t=\vartheta}^T \delta t_\vartheta = 0; \quad (10)$$

$$\left[\frac{\partial J}{\partial z} + \Psi \right]_{t=\vartheta}^T \delta z_\vartheta = 0, \quad (11)$$

где $\Psi^T = [\Psi_V, \Psi_\Theta, \Psi_y, \Psi_x]$; $\delta z_\vartheta^T = [\delta V_\vartheta, \delta \Theta_\vartheta, \delta y_\vartheta, \delta x_\vartheta]$.

Из условия (10) находим:

$$H|_{t=\vartheta} = 0. \quad (12)$$

Условие (11) в развернутом виде имеет вид:

$$\begin{aligned} &\Psi_V(\vartheta) \cdot \delta V_\vartheta + (\Theta(\vartheta) - \Theta_{\text{зад}} + \Psi_\Theta) \cdot \delta \Theta_\vartheta + \\ &+ \Psi_y(\vartheta) \cdot \delta y_\vartheta + (x(\vartheta) - x_{\text{зад}} + \Psi_x) \cdot \delta x_\vartheta = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как при $t = \vartheta$ фазовые координаты V , Θ и x могут принимать любые значения, то из условия transversальности, в силу независимости вариаций δV_ϑ , $\delta \Theta_\vartheta$, δx_ϑ получаем следующие граничные условия для фазовых координат сопряженной системы:

$$\begin{aligned} \Psi_V(\vartheta) &= 0, \quad \Psi_\Theta(\vartheta) = \Theta_{\text{зад}} - \Theta(\vartheta), \\ \Psi_x(\vartheta) &= x_{\text{зад}} - x(\vartheta). \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, задача оптимального управления сводится к краевой задаче – найти решение системы уравнений (1) и (9), фазовые координаты которых удовлетворяют начальным условиям (4) и граничным условиям (5) и (14). Кроме того, согласно принципу максимума, функция Гамильтона при оптимальном управлении должна достигать максимума, причем управление $\delta(t)$ должно удовлетворять ограничению (3).

Функция H достигает максимума при следующих значениях управления:

$$\tilde{\delta}(t) = \begin{cases} \delta^*(t), & \text{если } H_1 < 0, |\delta^*(t)| \leq \delta_{\text{max}}; \\ \delta_{\text{max}} \cdot \text{sign}[\delta^*], & \text{если } H_1 < 0, |\delta^*(t)| > \delta_{\text{max}}; \\ \delta_{\text{max}}, & \text{если } H_1 \geq 0, H_2 > 0; \\ -\delta_{\text{max}}, & \text{если } H_1 \geq 0, H_2 < 0; \\ \pm \delta_{\text{max}}, & \text{если } H_1 > 0, H_2 = 0; \\ 0, & \text{если } H_1 = H_2 = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где $\delta^*(t)$ определяется из условия:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta^*} = 0, \quad (16)$$

откуда:

$$\delta^*(t) = -\frac{H_2}{2 \cdot H_1}. \quad (17)$$

Исследования показывают, что режим особого управления (ОУ в (15)) в данной задаче на отличном от нуля интервале времени не возникает [6].

Шаг 2. Из позиции $\{t_*, \hat{z}^1(t_*)\}$, полученной в результате наблюдения и фильтрации параметров собственного движения СЛА (алгоритм минимаксной фильтрации с коррекцией от спутниковой навигационной системы рассмотрен в [5]), решается гипотетическая задача оптимального спуска в заданную область прицеливания (см. шаг 1).

Шаг 3. С управлением $\tilde{\delta} = \delta\{t_*, \hat{x}^1(t_*)\}$, полученным при решении задачи оптимального спуска в заданную область прицеливания, происходит переход из позиции $\{t_*, z(t_*)\}$ в новую позицию $\{t_* + \Delta t_*, z(t_* + \Delta t_*)\}$.

Шаг 4. В новой позиции происходит наблюдение и фильтрация параметров собственного движения СЛА $\{t_* + \Delta t_*, \hat{z}(t_* + \Delta t_*)\}$ и переходят к шагу 2.

Шаг 5. Решение задачи продолжается до окончания движения СЛА, соответствующего $y(\theta) = 0$.

Результаты моделирования

Рассмотрим результаты моделирования с использованием предлагаемого алгоритма. Моделирование проводилось для гипотетической модели СЛА [2], зависимость аэродинамических коэффициентов от числа Маха которой представлена в табл. 1, параметры приведены в табл. 2.

При моделировании рассматривались некоррелированные случайные процессы. Возмущение по каждой фазовой координате вектора $z(t)$ изменялось по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями m_ξ и среднеквадратическими отклонениями σ_ξ :

$$\xi^T = [N(m_V, \sigma_V), N(m_\Theta, \sigma_\Theta), N(m_y, \sigma_y), N(m_x, \sigma_x)]$$

Таблица 1

Зависимость аэродинамических коэффициентов СЛА от числа Маха

М	c_{x0}	A	c_y^α	c_y^δ	m_z^α	m_z^δ
0,5	0,15811	3,89	0,06856	0,02151	-0,01441	-0,01015
0,9	0,28339	4,32	0,07226	0,02410	-0,01672	-0,01141
1,5	0,38242	4,91	0,07101	0,02078	-0,01527	-0,00999
3	0,19451	4,85	0,06449	0,00988	-0,00880	-0,00474
5	0,12062	4,73	0,05919	0,00535	-0,00573	-0,00257

Таблица 2

Параметры математической модели гипотетического СЛА

Параметр	Обозначение	Размерность	Величина
1	2	3	4
Диаметр СЛА	d	м	0,920
Начальная скорость СЛА	V_0	м/с	2100
Начальный угол наклона траектории СЛА	Θ_0	... ⁰	0
Начальная координата СЛА по высоте	y_0	м	15000
Начальная координата СЛА по горизонту	x_0	м	0
Масса СЛА	m	кг	2100
Максимальный угол отклонения рулей высоты	$\delta_{\max}$	... ⁰	30
Точность попадания в заданную область прицеливания	$W_{\max}$	м	± 100
Точность заданного угла наклона траектории	$\Theta_{\max}$	... ⁰	± 10
Шаг интегрирования	Δt	с	0,05
Шаг перехода в новую позицию	Δt_*	с	0,2

1	2	3	4
Среднеквадратичное отклонение скорости	σ_V	м/с	2
Среднеквадратичное отклонение угла наклона траектории	σ_Θ	рад	0,0087
Среднеквадратичное отклонение высоты	σ_y	м	$0,55 \cdot t$
Среднеквадратичное отклонение дальности	σ_x	м	$0,55 \cdot t$

На рис. 1 представлены траектории движения СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$ для различных координат заданной точки прицеливания $x_{\text{зад}}$. На рис. 2 показаны изменения угла наклона вектора скорости СЛА при движении в различные точки прицеливания с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$. На рис. 3 представлены оптимальные программы управления СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$.

На рис. 1–3 приведены следующие результаты моделирования: на рис. 1 – траектория движения при наличии ошибок измерения параметров движения СЛА: $x_{\text{зад}} = 38500$ м (кривая 1); $x_{\text{зад}} = 59000$ м (кривая 3); $x_{\text{зад}} = 64000$ м (кривая 5); на рис. 2 – при отсутствии ошибок измерения параметров движения СЛА: $x_{\text{зад}} = 38500$ м (кривая 2); $x_{\text{зад}} = 59000$ м (кривая 4); $x_{\text{зад}} = 64000$ м (кривая 6). Рис. 3 – оптималь-

ные программы управления СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$.

Для выбранных параметров математической модели гипотетического СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$ размер возможной области прицеливания составляет $x = 38500 - 64000$ м.

При спуске в заданную точку прицеливания $x_{\text{зад}} = 38500$ м при наличии ошибок измерения параметров движения СЛА конечный угол наклона вектора скорости составил $\Theta = 1,03$ рад, а при отсутствии ошибок измерения составил $\Theta = 1,22$ рад.

При спуске в заданные точки прицеливания $x_{\text{зад}} = 59000$ м и $x_{\text{зад}} = 64000$ м при наличии ошибок измерения параметров движения СЛА конечный угол наклона вектора скорости составил $\Theta = 0,88$ рад, а при отсутствии ошибок измерения – $\Theta = 0,95$ рад.

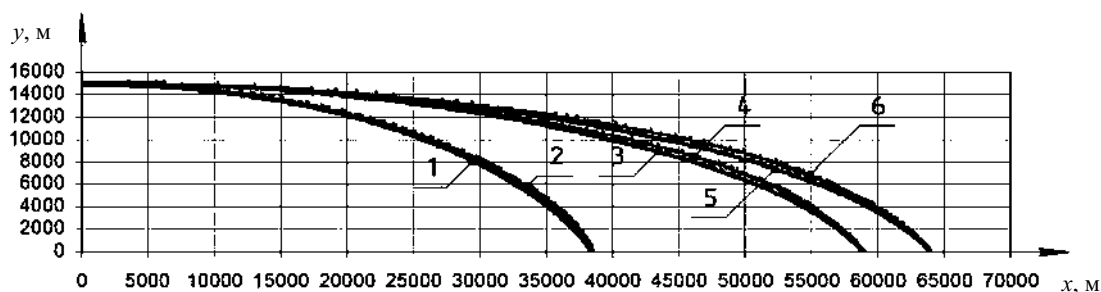


Рис. 1. Траектории движения СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$

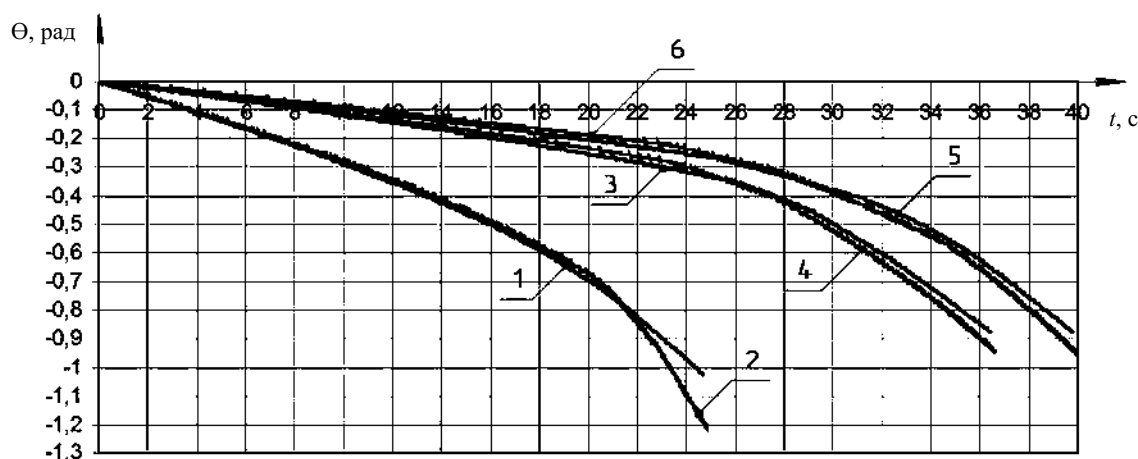


Рис. 2. Изменение угла наклона вектора скорости СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$

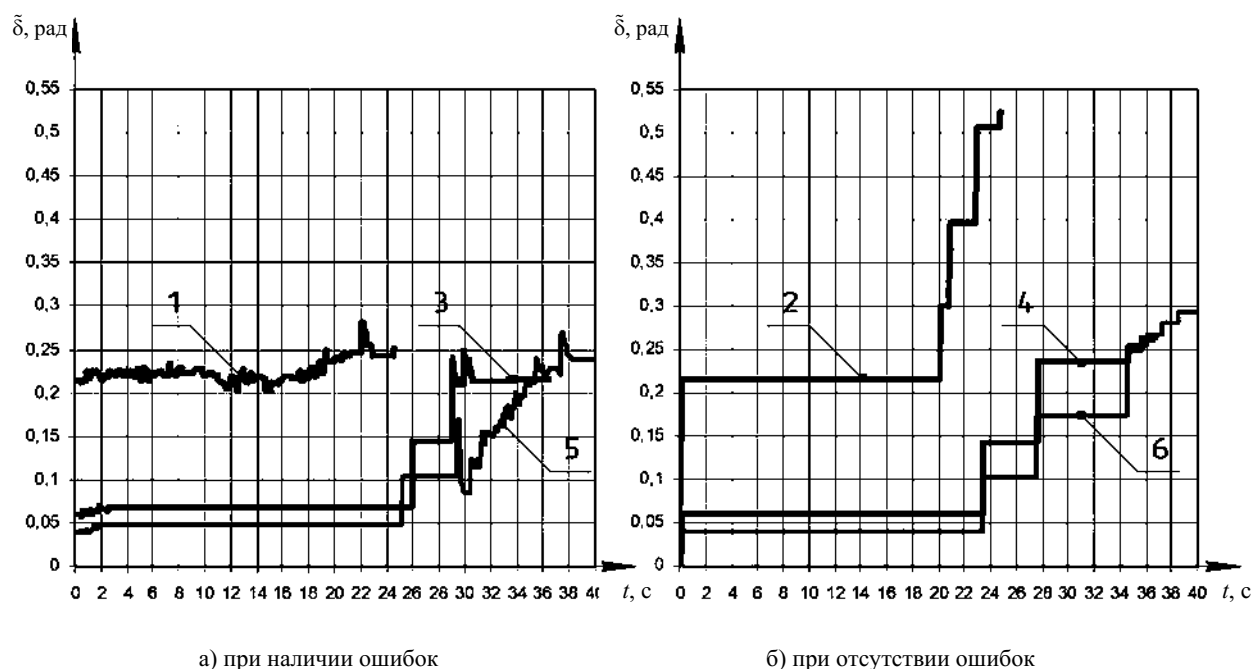


Рис. 3. Оптимальные программы управления СЛА при спуске с $\Theta_{\text{зад}} = 60^\circ$

Заключение.

В статье рассмотрена зависимость точности попадания СЛА в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории от наличия ошибок измерения параметров движения. Показано, что при наличии ошибок измерения параметров движения СЛА конечный угол наклона вектора скорости принимает меньшее значение, чем в случае измерения параметров движения без ошибок, что объясняется необходимостью совершать коррекцию оптимальной программы спуска для обеспечения попадания в заданную область прицеливания.

Рассмотренный алгоритм решения оптимальной задачи спуска позволяет определять оптимальную программу управления СЛА в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории, как при отсутствии ошибок измерения параметров собственного движения, так и при наличии ошибок измерения.

Литература

1. Дмитриевский, А. А. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. – М., 1978.

2. Теляков, Р. Ф. Влияние дискретности вычисления управления спускаемого летательного аппарата на скорость сходимости решения краевой задачи оптимального управления / Р. Ф. Теляков // Труды XVI Всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы защиты и безопасности». Т. 1. – СПб., 2013. – С. 443–449.

3. Теляков, Р. Ф. Исследование сходимости метода последовательных приближений при решении задачи спуска ЛА в заданную точку / Р. Ф. Теляков // Труды Международной научно-технической конференции «Пятые Уткинские чтения». – СПб., 2011. – С. 162–163.

4. Теляков, Р. Ф. Спуск беспилотного летательного аппарата в заданную область прицеливания с коррекцией управления при наличии ошибок измерения параметров движения / Р. Ф. Теляков // Труды XVII Всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы защиты и безопасности». Т. 1. – СПб., 2014. – С. 435–441.

5. Толпегин, О. А. Минимаксная фильтрация параметров движения спускаемого летательного аппарата с коррекцией от спутниковой навигационной системы / О. А. Толпегин, Р. Ф. Теляков // Труды XVII Всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы защиты и безопасности». Т. 1. – СПб., 2014. – С. 429–434.

6. Толпегин, О. А. Численные методы решения задач оптимального программного управления: Учеб. пособие / О. А. Толпегин. – Л., 1987.