

УДК 621.746. 27

Н.Г. Баширов, Э.М. Мухамадиев, А.Н. Наимов

РАСЧЕТ НАГРУЗКИ НА РОЛИКИ НА УЧАСТКЕ ПРАВКИ КРИВОЛИНЕЙНОЙ МАШИНЫ НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК

В данной статье изложен расчет нагрузки на ролики на участке правки криволинейной ролико-форсуночной машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), возникающей от плавного разгиба сляба, путем определения кривизны упругой деформации с использованием теории дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами.

МНЛЗ, нагрузка правки, изгибающий момент, кривизна сляба, линейные уравнения с разрывными коэффициентами.

The paper presents the mathematical model for calculating the load on the rollers at the correcting site of a curved roller-injector type of the continuous casting machine. The model occurs in case of smooth straightening of slab by determining the curvature of the elastic deformation and using the theory of differential equations with discontinuous coefficients.

Continuous casting machine, dressing load, bending moment, curvature of slab, linear equations with discontinuous coefficients.

В данной статье ставится и решается задача нахождения дифференциальных уравнений для определения нагрузок на ролики в зоне разгиба на криволинейных ролико-форсуночных машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) с целью дальнейшей оптимизации расхода электроэнергии на привод тянущих роликов. Для решения задач оптимизации необходимо, чтобы дифференциальные уравнения включали влияние на расчет нагрузок как можно больше основных технологических и конструктивных факторов непрерывной разливки. Такими факторами являются: скорость литья, ширина и толщина сляба, толщина его корки, принятая система охлаждения сляба, величина шагов роликов. На величину нагрузки также влияют температурные прогибы роликов вследствие замедления скорости литья и остаточные прогибы роликов, асинхронность температурных прогибов роликов на стыках смены их диаметров, локальное изменение растворов роликов из-за неточности их настройки, разрушения подшипников, жесткости роликового аппарата и перепадов в жесткостях траверс различных конструкций и т.д. Заметим также, что знание нагрузок на ролики нужно для расчета размеров самих роликов.

Как известно, кроме минимизации расхода электроэнергии на привод тянущих роликов основными требованиями к организации режимов охлаждения слябов на МНЛЗ могут быть: обеспечение заданной производительности машины, разливка металла необходимого качества, увеличение срока службы поддерживающих и тянущих роликов, уменьшение числа поверхностных и внутренних трещин в металле, снижение расхода охлаждающей воды и т.п. Поскольку данные требования являются взаимосвязанными друг с другом, то можно ставить многокритериальную задачу оптимизации охлаждения сляба на МНЛЗ [1]. Эта задача может быть рассмотрена толь-

ко после получения формул определения нагрузок и разгибающего момента на ролики в зоне разгиба.

Определение нагрузок является сложной, с математической точки зрения, процедурой, так как необходимо при этом учитывать высокотемпературную ползучесть и упругие свойства материала сляба, переменные как по сечению сляба, так и вдоль технологической оси и податливость роликового аппарата, обладающего способностью к перераспределению нагрузок. На участке правки криволинейной МНЛЗ задача определения нагрузок на ролики от плавного разгиба сляба усложняется также необходимостью учета ферростатического давления жидкого металла. В работе [2] данная проблема поставлена и решена при стационарной разливке металла. Авторы отмечают, что непосредственное решение, таким образом, поставленной задачи, затруднительно.

Во-первых, в работе [2] для решения приведенной выше задачи получена система из $4(n-1)$ уравнений с $4(n-1)$ неизвестными. Как отмечается в работе «...непосредственное решение задачи в таком виде не представляется возможным. Возникает необходимость в применении целой серии приемов как математического (формального), так и вычислительного характера» [2, с. 199]. Поэтому авторы упростили постановку задачи и решали поставленную задачу в виде известных и неизвестных углов вместо смещений роликов – чисто геометрически.

Во-вторых, для решения таким образом поставленной задачи применяется итерационный метод решения системы операторных уравнений. Необходимость применения итерационного метода для решения системы уравнений вызвана тем, что одновременное решение уравнений упругой деформации и деформации ползучести не представляется возможным. Поэтому решаются эти уравнения итераци-

онно, допустим в виде уравнений $y = f(x)$ и $x = f(y)$, подставляя начальное приближение x_1 в первое уравнение и полученное выражение во второе и т.д. Однако, при таком подходе к решению системы уравнений $y = f(x)$ и $x = f(y)$ вполне возможен случай, когда итерационная последовательность $x_1, x_2, x_3, \dots$ расходится.

В основу рациональной траектории участка правки взята такая траектория, где осуществляется плавный разгиб с постоянной скоростью деформации на фронте кристаллизации. Как известно, упругая деформация приблизительно равна второй производной функции $\chi_e(x) = y_e''(x)$, тогда как четвертая производная означает постоянную скорость деформации сляба. Скорость изменения кривизны деформации во времени ползучести определяли формулой

$$\dot{y}_p''(x) = \left(\frac{p(x)}{g(x)} \cdot y_e''(x)\right)^5, \quad x_{i-1} < x < x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

С учетом постоянной скорости разливки V последнюю формулу переводим в третью производную по координате

$$y_p'''(x) = \frac{1}{V} \left(\frac{p(x)}{g(x)} \cdot y_e''(x)\right)^5, \quad x_{i-1} < x < x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Поэтому математически задача ставится следующим образом: найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} y_e^{IV}(x) = 0, & x_{i-1} < x < x_i, \\ y_p'''(x) = \frac{1}{V} \left(\frac{p(x)}{g(x)} \cdot y_e''(x)\right)^5, & x_{i-1} < x < x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (1)$$

удовлетворяющее в точках x_i условиям, учитывающим упругую и пластическую деформации, смещение роликов с учетом их податливости $y(x_i) = y_i + \delta_i$, $i = 0, \dots, n$ или

$$y_e = y_i - y_p + \delta_i, \quad (2)$$

где δ_i – смещение i -го ролика с учетом податливости, оно пропорционально нагрузке на ролик F_i : $\delta_i = k_i \cdot F_i$, $i = 0, \dots, n$, k_i (мм/МН) – податливость роликов, $y(x_i)$ – координата роликов в рабочем состоянии, y_i – известные координаты в нерабочем состоянии машины.

Чтобы найти траекторию точек нейтральной оси при отсутствии внешних сил, т.е. накопленную к данному времени деформацию ползучести, нужно взять интеграл

$$\int_{x_0}^x (x-s) \left(\frac{p(s)}{g(s)} \cdot z(s)\right)^5 ds,$$

где $g(x)$ и $p(x)$ пропорциональны 10^{-8} и 10^{-10} соответственно.

Так как сила равна производной от изгибающего момента по координате, то уравнение (2) запишется в виде

$$y_p(x_i) + y_e(x_i) + k_i \left(\frac{y_e''(x_i+0)}{g(x_i+0)} - \frac{y_e''(x_i-0)}{g(x_i-0)} \right) = y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad (2')$$

$$\frac{y_e''(x_i+0)}{g(x_i+0)} - \frac{y_e''(x_i-0)}{g(x_i-0)} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad y_e''(x_0+0) = 0, \quad y_e''(x_n+0) = 0, \quad (3)$$

где (x_i, y_i) – координаты роликов с 0-го по n -й; $g(x)$, $p(x)$ – непрерывные ограниченные функции на каждом интервале (x_{i-1}, x_i) – характеристики сечения сляба; $n+1$ – число роликов; $y_p''(x)$ – кривизна (при слабоизогнутой балке), соответствующая накопленной к данному моменту времени деформация ползучести; $y_e''(x)$ – кривизна, соответствующая упругой деформации, вызванной внешними силами. Уравнение (3) показывает, что изгибающий момент непрерывен при переходе через ролики.

В условиях (2') предполагается, что величина $y_e'''(x_0-0)$ и $y_e'''(x_n+0)$ равны нулю:

$$y_e'''(x_0-0) = 0, \quad y_e'''(x_n+0) = 0.$$

Дополнительно будем предполагать, что функции $y_p(x)$ и $y_e(x)$ непрерывны и имеют непрерывные производные $y_p'(x)$, $y_p''(x)$ и $y_e'(x)$ при переходе через ролики:

$$y_p^{(j)}(x_i-0) = y_p^{(j)}(x_i+0),$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1, \quad j = 0, 1, 2,$$

$$y_e^{(j)}(x_i-0) = y_e^{(j)}(x_i+0) \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad j = 0, 1.$$

Кроме того функция $y_p(x)$ при $x = x_0$ удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$y_p(x_0) = y_{p0}, \quad y_p'(x_0) = y_{p1}, \quad y_p''(x_0) = \frac{1}{R}, \quad (4)$$

где $y_{p0} = y_0$ – координата 0-го ролика, где начинается разгиб сляба; y_{p1} – угол наклона касательной к слябу в точке контакта с нулевым роликом, R – радиус кривизны участка МНЛЗ.

Для упрощения решения задачи (1) – (3) введем замену в виде

$$y_e''(x) = z(x), \quad x_0 < x < x_n, \quad x \neq x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (5)$$

Тогда первое уравнение системы (1) и граничные условия (3) примут вид:

$$z''(x_i) = 0, \quad x_{i-1} < x < x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{z(x_i - 0)}{g_i^-} = \frac{z(x_i + 0)}{g_i^+}, & i = 1, 2, \dots, n-1, \\ z(x_0 + 0) = 0, \quad z(x_n - 0) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $g_i^- = g(x_i - 0)$, $g_i^+ = g(x_i + 0)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$.

Общее решение уравнения (6) на каждом интервале (x_{i-1}, x_i) является линейной функцией $z(x) = A_i(x - x_i) + B_i$ и поэтому граничные условия (7) в точках $x_0, x_1, \dots, x_n$ примут вид:

$$\begin{cases} \frac{A_i \cdot 0 + B_i}{g_i^-} = \frac{A_{i+1} \cdot (x_i - x_{i+1}) + B_{i+1}}{g_i^+}, & i = 1, 2, \dots, n-1, \\ A_1(x_0 - x_1) + B_1 = 0, \quad A_n \cdot 0 + B_n = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Из условий (8) выразим коэффициенты B_i через $A_1, A_2, \dots, A_i$:

$$B_1 = (x_1 - x_0) \cdot A_1,$$

$$B_2 = \frac{g_1^+}{g_1^-} \cdot B_1 + (x_2 - x_1) \cdot A_2,$$

.....

$$B_{i+1} = \frac{g_i^+}{g_i^-} \cdot B_i + (x_{i+1} - x_i) \cdot A_{i+1},$$

$$B_n = \frac{g_{n-1}^+}{g_{n-1}^-} \cdot B_{n-1} + (x_n - x_{n-1}) \cdot A_n.$$

Из этих равенств легко получить явное представление B_{i+1} через $A_1, A_2, \dots, A_{i+1}$:

$$B_1 = (x_1 - x_0) \cdot A_1,$$

$$B_2 = \frac{g_1^+}{g_1^-} \cdot (x_1 - x_0) A_1 + (x_2 - x_1) \cdot A_2,$$

$$B_3 = \frac{g_2^+}{g_2^-} \cdot \frac{g_1^+}{g_1^-} (x_1 - x_0) A_1 + \frac{g_2^+}{g_2^-} (x_2 - x_1) A_2 + (x_3 - x_2) A_3$$

.....

$$B_{i+1} = \left(\prod_{k=1}^i \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) \cdot (x_1 - x_0) A_1 + \left(\prod_{k=2}^i \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) (x_2 - x_1) \cdot A_2 + \dots + (x_{i+1} - x_i) \cdot A_{i+1},$$

для $i \leq n-2$, причем

$$B_n = \left(\prod_{k=1}^{n-1} \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) (x_1 - x_0) A_1 +$$

$$+ \left(\prod_{k=2}^{n-1} \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) (x_2 - x_1) A_2 + \dots + (x_n - x_{n-1}) A_n = 0. \quad (9)$$

Таким образом, общее решение $z(x) = z(x, A_1, A_2, \dots, A_n)$ задачи (6) – (7) является кусочно-линейной функцией переменной x на каждом интервале (x_{i-1}, x_i) , зависящие от произвольных параметров $A_1, A_2, \dots, A_n$, удовлетворяющих условию (9).

Итак, задавая произвольные постоянные $A_1, A_2, \dots, A_n$, удовлетворяющие условию (9), определяем решение $z(x) = z(x, A_1, A_2, \dots, A_n)$ задачи (6) – (7). Это решение является кусочно-линейной функцией переменной x на каждом интервале (x_{i-1}, x_i) , возможно имеющей разрывы первого порядка в точках x_i , $i = 1, 2, \dots, n-1$.

Согласно общей теории линейных уравнений с разрывными коэффициентами (см., например, [3]), уравнение (5) имеет непрерывно дифференцируемое решение, представляемое в виде:

$$y_e(x) = A_0 + A_{n+1}(x - x_0) + \int_{x_0}^x (x-s)z(s)ds, \quad x_0 < x < x_n, \quad (14)$$

где A_0 и A_{n+1} – произвольные постоянные, которые необходимо определить.

Аналогично, по заданной функции $z(x) = z(x, A_1, A_2, \dots, A_n)$ из второго уравнения системы (1) определим единственное, дважды непрерывно дифференцируемое на (x_0, x_n) решение $y_p(x)$, которое удовлетворяет начальным условиям (4):

$$y_p(x) = y_p(x_0) + y_p'(x_0)(x - x_0) + y_p''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2} + \frac{1}{2 \cdot v} \int_{x_0}^x (x-s) \cdot \left(\frac{p(s)}{g(s)} \cdot z(s) \right)^5 ds. \quad (11)$$

Теперь для определения неизвестных коэффициентов $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}$ воспользуемся условиями (2), которые примут вид:

$$\begin{aligned} A_0 + \frac{k_0}{g_0} \cdot A_1 &= 0, \quad i = 0, \\ y_p(x_i) + y_e(x_i) + k_i \left(\frac{A_{i+1}}{g_i^+} - \frac{A_i}{g_i^-} \right) &= y_i, \\ i &= 1, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (12)$$

$$y_p(x_n) + y_p(x_n) - k_n \cdot \frac{A_n}{g_n^-} = y_n, \quad i = n.$$

К системе (12) добавим уравнение, обеспечивающее условие (9):

$$\left(\prod_{k=1}^{n-1} \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) \cdot (x_1 - x_0) A_1 + \left(\prod_{k=2}^{n-1} \frac{g_k^+}{g_k^-} \right) (x_2 - x_1) \cdot A_2 + \dots + (x_n - x_{n-1}) \cdot A_n = 0. \quad (13)$$

Система (12) вместе с уравнением (13) образуют систему $(n+2)$ уравнений с неизвестными $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}$. Решая систему (12) – (13), определим неизвестные $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}$ и тем самым определим функцию $y_e(x)$ и $y_p(x)$ с помощью равенств (10) и (11) соответственно.

Используя функции $y_e(x)$ и $y_p(x)$, можно найти численно нагрузки на ролики участка выпрямле-

ния МНЛЗ, возникающие от плавного разгиба слитка и изгибающие моменты.

Далее для аналитического нахождения нагрузок на ролики необходимо:

- провести априорную оценку решений нелинейной системы уравнений;
- установить (доказать) разрешимость системы нелинейных уравнений;
- разработать алгоритмы поиска приближенного решения нелинейной системы уравнений.

Литература

1. Буланов, Л.В. Машины непрерывного литья заготовок / [Л.В. Буланов и др.]. – Казань, 2003.
2. Лукин, С.В. Оптимизация вторичного охлаждения в машине непрерывного литья заготовок / С.В. Лукин, А.В. Гофман, Н.Г. Баширов // Вестник Череповецкого государственного университета. – Череповец, – 2010. – № 1. – С. 115 – 119.
3. Филиппов, А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М., – 1985.

УДК 004.414.23

И.Е. Жигалов, М.И. Озерова

АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В настоящей статье рассмотрен математический аппарат модуля анализа графической информации для телекоммуникационной системы. Данный модуль впоследствии был выполнен в виде JavaApplet на базе языка программирования Java. Приложение отличается кроссплатформенностью, компактностью, интуитивно понятный интерфейс, выполненный по аналогии с наиболее распространенными САПР-системами.

JavaApplet, анализ графической информации, дистанционное обучение, начертательная геометрия, инженерная графика.

The mathematical apparatus of the analysis module of graphical data for telecommunication system is considered in the paper. The module was later made as JavaApplet based on the programming language Java. Application is cross-platform and compact, it has intuitive interface, made by analogy with the most popular CAD systems.

JavaApplet, analysis of graphical information, distance learning, descriptive geometry, engineering graphics.

Введение. Современное развитие информационных технологий позволяет автоматизировать процесс распознавания графических образов. Существует множество алгоритмов и математических аппаратов по реализации данного процесса. В монографии А.М. Берлянта «Геоиконика» дано определение: «распознавание графических образов, то есть создание системы решающих правил для их идентификации, классификации и интерпретации» [1]. Сегодня актуальна задача сравнения изображений в той или иной сфере, будь то поиск нечетких дубликатов изображений, аутентификация при помощи распознавания лиц, однако мало изучены методы анализа графического изображения и получения автоматизированного результата проведенного исследования графического объекта. Последнее связано с непосредственным использованием цифровых изображений в огромном количестве бытовых и научно-

технических приложений, а также с тем, что теоретический предел [3] восстановления различных цифровых изображений современными алгоритмами фильтрации на данный момент полностью не достигнут. С развитием возможностей телекоммуникационных средств организации учебного процесса совершенствуются и технологии структурирования и анализа учебной информации [2]. В настоящее время известно множество программных платформ для тестирования, позволяющих работать с графическими объектами. Многие системы дают возможность включения в тесты графических материалов, однако их применение для адекватной автоматической проверки знаний по графическим дисциплинам невозможно. Поэтому сегодня актуальной является разработка методов и математического аппарата автоматизированной системы оценки решения графических задач.