УДК 669.02/09

Н.И. Шестаков, Ю.А. Калягин, А.Л. Кузьминов

К ВОПРОСУ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ РЕЖИМОМ РАБОТЫ КРИСТАЛЛИЗАТОРА МАШИНЫ НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК

Получено аналитическое решение о температурном поле в слитке. Найденное решение может быть применено для целей автоматического управления режимом работы машины непрерывного литья заготовок.

Автоматическое управление, кристаллизатор, температура, слиток.

The article presents an analytical solution to a temperature field in the ingot. The found solution can be used for the purposes of automatic control of the regime of the work of the continuous casting billets machine.

Automatic control, crystallizer, temperature, ingot.

При контроле и управлении охлаждением слитка в зонах вторичного охлаждения машины непрерывного литья заготовок необходимо знать параметры слитка на выходе из кристаллизатора, в частности, толщину твердой фазы и температуры жидкого металла и твердой оболочки по поперечному сечению слитка.

В настоящее время в алгоритмах управления чаще используют значения этих параметров, полученные численными методами решением задачи затвердевания при заданных граничных условиях. При управлении в реальном масштабе времени это предполагает использование значительного объема памяти вычислительных машин и налагает определенные обязательства на их быстродействие.

Известно аналитическое решение задачи Стефана применительно к условиям непрерывной разливки металла при отсутствии перегрева расплава [2] – [4]. Дано также решение задачи о затвердевании непрерывного слитка, при котором перегрев расплава учитывается путем введения так называемой эффективной теплоты кристаллизации. Кроме того приведено решение, которое учитывает темп снижения перегрева расплава. Все три задачи впервые решены при реальных граничных условиях третьего рода, т.е. при известной или заданной интенсивности охлаждения слитка.

Указанные выше параметры слитка могут быть получены аналитическим путем, поэтому теоретический и практический интерес для целей управления и контроля за формированием слитка представляет решение задачи о его затвердевании при граничных условиях третьего рода, когда теплообмен в расплаве осуществляется по закону Фурье, что характерно для непрерывной разливки стали по технологии, предусматривающей относительно невысокий перегрев жидкого металла, подаваемого в кристаллизатор.

Введем следующие допущения:

- теплофизические параметры стали зависят только от ее состояния (жидкая или твердая фаза), но не зависят от температуры;

- граница раздела фаз имеет форму поверхности (изотермическая поверхность при $T = T_{\text{крист}}$), при этом в качестве температуры $T_{\text{крист}}$ кристаллизации может быть принята температура T_s солидуса;

- охлаждение слитка по его периметру равномерное.

Тогда температурное поле в твердой $T_3(x,\tau)$ и жидкой $T_1(x,\tau)$ фазах по аналогии с [1] можно описать функциями:

$$T_3(x,\tau) = T_{\text{в}} + (T_S - T_{\text{в}})\frac{\operatorname{erf}\dfrac{x+b}{2\sqrt{a_3(\tau+s)}}}{\operatorname{erf}\dfrac{\beta}{2\sqrt{a_3}}};$$

$$0 \le x \le \xi(\tau); \qquad (1)$$

$$T_1(x,\tau) = T_{\text{ж}} - (T_{\text{ж}} - T_S)\frac{\operatorname{erf}\dfrac{x+b}{2\sqrt{a_1(\tau+s)}}}{\operatorname{erf}\dfrac{\beta}{2\sqrt{a_1}}};$$

$$\xi(\tau) \le x \le B/2,$$

где $T_{\text{в}}$ – температура охлаждающей воды в кристаллизаторе; $T_{\text{ж}}$ – температура жидкой стали, подаваемой в кристаллизатор; x – текущая координата (начало координат находится на поверхности слитка); τ – время; $\xi(\tau)$ – толщина твердой фазы; a – коэффициент температуропроводности; $B/2$ – половина толщины слитка; β, b, s – параметры, подлежащие определению. Индексы 3 и 1 относятся к твердой и жидкой фазам стали соответственно.

Параметр β, характеризующий интенсивность охлаждения, определяется из характеристического уравнения

$$\frac{\lambda_3(T_s - T_{\text{в}})\exp(-\beta^2/4a_3)}{\sqrt{a_3}\operatorname{erf}\left(\beta/2\sqrt{a_3}\right)} + \frac{\lambda_1(T_{\text{ж}} - T_{\text{в}})\exp(-\beta^2/4a_1)}{\sqrt{a_1}\operatorname{erfc}\left(\beta/2\sqrt{a_1}\right)} = L\rho_1\sqrt{\pi}\,\beta/2,$$

где λ – коэффициент теплопроводности; L – удельная теплота кристаллизации металла; ρ – плотность.

Параметр b, характеризующий геометрические размеры в зоне теплопередачи, определяется соотношением

$$b = \lambda_3 R_{35},$$

где R_{35} – термическое сопротивление тепловому потоку на участке «поверхность слитка – охлаждающая вода»,

$$R_{35} = R_{з.к} + R_4 + R_{45},$$

где $R_{з.к}$, R_4, R_{45} – термические сопротивления соответственно зоны контакта слитка с кристаллизатором, рабочей стенки кристаллизатора и теплоотдаче к охлаждающей воде. Методика их расчета рассмотрена ниже.

Закономерность роста толщины твердой фазы определяется уравнением

$$\xi = \beta\sqrt{\tau + s} - b\,. \qquad (2)$$

Параметр s, характеризующий время охлаждения, можно найти из условия

$$\xi(\tau = 0) = 0. \qquad (3)$$

Из (2) с учетом (3) получим

$$s = (b/\beta)^2\,.$$

На установившемся режиме (при ω = const) справедливо соотношение

$$\tau = z/\omega,$$

где z – текущая координата (вдоль оси слитка); ω – скорость вытягивания слитка.

Плотность теплового потока определяется законом Фурье $q = \lambda_3(\partial T/\partial x)$, тогда с учетом (1) получим

$$q(x,\tau) = \frac{\lambda_3(T_S - T_в)}{\mathrm{erf}(\beta/2\sqrt{a_3})}\frac{1}{\sqrt{\pi a_3(\tau+s)}}\exp\left(\frac{(x+b)^2}{4a_3(\tau+s)}\right). \qquad (4)$$

На поверхности слитка (x = 0) соотношение (4) примет вид

$$q(x=0) = \frac{T_S - T_в}{\mathrm{erf}(\beta/2\sqrt{a_3})}\sqrt{\frac{\lambda_3 C_3 \rho_3}{\pi(\tau+s)}}\exp\left(-\frac{b^2}{4a_3(\tau+s)}\right). \qquad (5)$$

Таким образом, плотность теплового потока на поверхности слитка, как функция от времени затвердевания металла, выражается уравнением

$$q(0,\tau) = \frac{\gamma_1}{\sqrt{\tau+s}}\exp\left(\frac{\gamma_2}{\tau+s}\right), \qquad (6)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{(T_S - T_в)\sqrt{\lambda_3 C_3 \rho_3/\pi}}{\mathrm{erf}\left(\beta/2\sqrt{a_3}\right)}; \qquad (7)$$

$$\gamma_2 = -b^2/(4a_3). \qquad (8)$$

Соотношения (5) – (8) справедливы лишь при b = const.

Для нахождения средней плотности теплового потока функцию (6) необходимо проинтегрировать по времени в интервале $[0, \tau_{кр}]$, где $\tau_{кр}$ – продолжительность пребывания слитка в кристаллизаторе:

$$q_{ср} = 1/\tau_{кр}\int_0^{\tau_{кр}} q(0,\tau)\,d\tau\,. \qquad (9)$$

Первообразная от функции (6) не сводится к конечному числу элементарных функций, поэтому для вычисления интеграла (9) ее необходимо разложить в ряд Маклорена

$$q(0,\tau) = \frac{\gamma_1}{\sqrt{\tau+s}} + \frac{\gamma_1\gamma_2}{(\tau+s)^{3/2}} + \frac{\gamma_1\gamma_2^2}{2(\tau+s)^{5/2}} +$$

$$+ \frac{\gamma_1\gamma_2^3}{6(\tau+s)^{7/2}} + \ldots + \frac{\gamma_1\gamma_2^n}{n!(\tau+s)^{n+1/2}} + \ldots.$$

Тогда

$$q_{ср} = \frac{2\gamma_1}{\tau_{кр}}\left(\sqrt{\tau_{кр}+s} - \sqrt{s} - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\tau_{кр}+s}} + \frac{\gamma_2}{\sqrt{s}} - \right.$$

$$- \frac{\gamma_2^2}{2\cdot 3(\tau_{кр}+s)^{3/2}} + \frac{\gamma_2^2}{2\cdot 3 s^{3/2}}\frac{\gamma_2^3}{5\cdot 6(\tau_{кр}+s)^{5/2}} + \frac{\gamma_2^3}{5\cdot 6 s^{5/2}} - \ldots -$$

$$\left. - \frac{\gamma_2^n}{n!(n-1)!(\tau_{кр}+s)^{n-1/2}} + \frac{\gamma_2^n}{n!(n-1)!(s)^{n-1/2}} - \ldots\right). \qquad (10)$$

Используя формулу (10), среднюю плотность теплового потока можно вычислить с любой точностью. Для инженерных расчетов достаточно ограничиться 4 членами ряда. Тогда

$$q_{ср} = \frac{2\gamma_1}{\tau_{кр}}\left(\frac{\tau_{кр}+s-\gamma_2}{\sqrt{\tau_{кр}+s}} + \frac{\gamma_2 - s}{\sqrt{s}}\right). \qquad (11)$$

Полный тепловой поток от слитка в кристаллизаторе определяется по формуле

$$Q = \frac{2F_{з.к}(T_S - T_в)\sqrt{\lambda_3 C_3 \rho_3/\pi}}{\tau_{кр}\,\mathrm{erf}\left[\beta/(2\sqrt{a_3})\right]}\times$$

$$\times\left(\frac{\tau_{кр}+s+b^2/(4a_3)}{\sqrt{\tau_{кр}+s}} - \frac{s+b^2/(4a_3)}{\sqrt{s}}\right), \qquad (12)$$

где $F_{з.к}$ – полная площадь контакта слитка с кристаллизатором.

Расчетная зависимость (12) найдена из (11) с учетом (7) и (8). Влияние интенсивности охлаждения слитка на величину теплового потока проявляется через параметры *b* и *s*.

На рис. 1 показано полученное расчетом влияние интенсивности охлаждения слитка (критерий Био) и коэффициента (параметр β), характеризующего интенсивность охлаждения, на параметр *s*. Под критерием Био в данном случае понимается соотношение

$$\mathrm{Bi} = (B/2)/R_{35}\lambda_{31},$$

где $B/2$ – половина толщины слитка, при расчете принято $B/2 = 0{,}1$ м.

Из рис. 1 следует, что при низкой интенсивности охлаждения параметр *s* может достигать большого значения, в частности при $\mathrm{Bi} \to 0$ $s \to 0$.

При высокой интенсивности охлаждения параметр *s* существенно снижается, стремясь в пределе к нулю (при $\mathrm{Bi} \to \infty$ значение $s \to 0$). С коэффициентом кристаллизации металла β параметр *s* связан зависимостью, близкой к обратноквадратичной, т.е. с увеличением β параметр *b* существенно снижается.

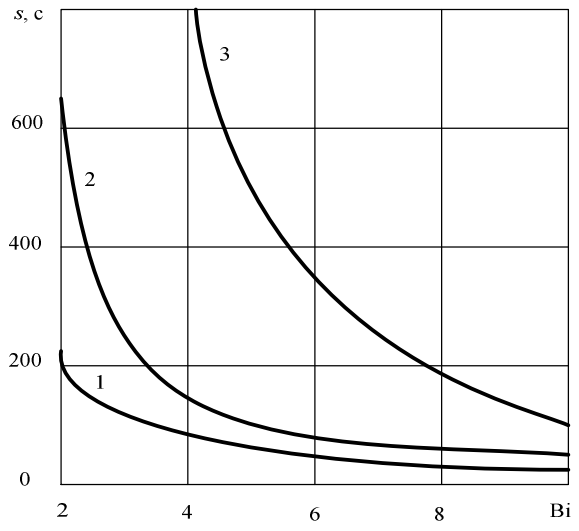


Рис. 1. Влияние интенсивности охлаждения слитка на параметр *s* при значениях β:
1 – $3 \cdot 10^{-3}$ м · с$^{-0,5}$; 2 – $2 \cdot 10^{-3}$ м · с$^{-0,5}$; 3 – $1 \cdot 10^{-3}$ м · с$^{-0,5}$

На рис. 2 показано температурное поле непрерывного слитка в безразмерных координатах и введены обозначения: $X = (x+b)/b$; $Y = (\tau + s)/s$; $\theta = (T_з - T_в)/(T_s - T_в)$. Значение θ = 1 соответствует изотерме кристаллизации металла. В начале координат $X = Y = 1$, что соответствует верхней плоскости металла в кристаллизаторе («зеркало металла»). На рис. 2 кривая 1 соответствует пребыванию металла непосредственно в зоне кристаллизатора. Тангенс угла наклона кривой 1 равен начальной скорости кристаллизации металла (при классическом решении задачи Стефана эта величина стремится к бесконечности, что противоречит физической природе протекаемых процессов).

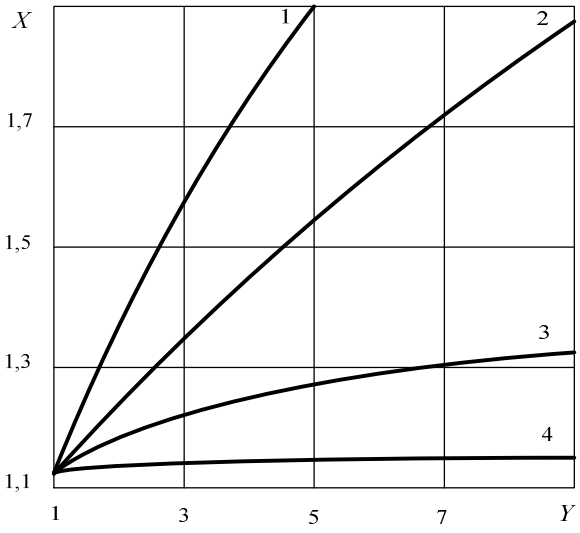


Рис. 2. Температурное поле непрерывного слитка при значениях θ:
1 – 1; 2 – 0,9; 3 – 0,8; 4 – 0,75

Изложенная выше методика расчета теплообмена основана на допущении $R_{з.к}(z)$ = const, поэтому функцию для нахождения среднего значения необходимо проинтегрировать на отрезке [0, *H*]:

$$R_{\text{з.к ср}} = 1/H \int_0^H \left\{ a_o + a_1 / \left[a_2 + a_3 \Phi^{V}(a_4 z) \right] \right\} dz .$$

Кристаллизатор по его высоте условно разбивается на измерительные участки, в пределах которых можно считать $R_{з.к}$ = const. Методика расчета теплообмена на первом участке не отличается от вышеизложенной. При расчете теплообмена на втором участке в качестве начальных условий задаются конечные результаты, полученные при расчете теплообмена на втором участке и т.д. Все расчеты в процессе автоматического управления машиной осуществляются в реальном масштабе времени.

Литература

1. *Ламухин, А.М.* Методика расчета теплообмена в слябовой заготовке при непрерывной разливке стали / А.М. Ламухин, Н.И. Шестаков, Ю.А. Калягин // Вестник ЧГУ. – 2002. – № 1. – С. 59 – 60.

2. *Шестаков, Н.И.* Расчет процесса затвердевания металла при непрерывной разливке / Н.И. Шестаков // Изв. АН СССР. Металлы. – 1991. – № 2. – С. 55 – 58.

3. *Шестаков, Н.И.* Расчет процесса затвердевания непрерывной заготовки с учетом окалинообразования / Н.И. Шестаков, Н.В. Запатрина, И.И. Фогельзанг // Изв. АН СССР. Металлы. – 1991. – № 1. – С. 72 – 75.

4. *Шестаков, Н.И.* Расчет температурного поля непрерывного слитка при заданной интенсивности охлаждения / Н.И. Шестаков // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1991. – № 4. – С. 81 – 82.