

DOI 10. 23859/1994-0637-2019-1-88-1
УДК 303.732.4

© Горбунов В. А., Рапак Г. Г., Банщиков Г. Т.,
Лукин С. В., Ревелев И. М., 2019

Горбунов Вячеслав Алексеевич

Доктор физико-математических наук,
профессор, Вологодский государственный
университет
(Вологда, Россия)
E-mail: gorbunov1945@inbox.ru

Gorbunov Vyacheslav Alekseevich

Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Pro-
fessor, Vologda State University
(Vologda, Russia)
E-mail: gorbunov1945@inbox.ru

Рапак Георгий Германович

Кандидат технических наук, доцент,
Вологодский государственный университет
(Вологда, Россия)
E-mail: grapakov@yandex.ru

Rapakov Georgij Germanovich

PhD in Technical Sciences, Associate Professor,
Vologda State University
(Vologda, Russia)
E-mail: grapakov@yandex.ru

Банщиков Геннадий Трофимович

Доктор медицинских наук, главный
внештатный специалист-терапевт
Департамента здравоохранения области,
врач-кардиолог, БУЗ ВО
«Вологодская областная клиническая больница»
(Вологда, Россия)
E-mail: vologdauzo@inbox.ru,
vol_obl_bol1@mail.ru

Banshchikov Gennadii Trofimovich

Doctor of Medicine,
M.D. Cardiologist,
Vologda region clinical hospital
(Vologda, Russia)
E-mail: vologdauzo@inbox.ru,
vol_obl_bol1@mail.ru

Лукин Сергей Владимирович

Доктор технических наук, профессор,
Череповецкий государственный
университет
(Череповец, Россия)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Lukin Sergey Vladimirovich

Doctor of Technical Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: s.v.luk@yandex.ru

Ревелев Игорь Михайлович

Врач (сердечно-сосудистый хирург),
БУЗ ВО «Вологодская городская
больница № 2»
(Вологда, Россия)
E-mail: postservice2016@yandex.ru

Revelev Igor' Mikhailovich

Physician, Cardiovascular Surgeon,
Vologda municipal hospital no. 2
(Vologda, Russia)
E-mail: postservice2016@yandex.ru

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
КОМПЬЮТЕРНОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОЦЕНКЕ
МГНОВЕННОГО РИСКА
СМЕРТНОСТИ НА ОСНОВЕ
КЕРНФУНКЦИЙ**

**COMPUTER MODELLING
BY THE KERNEL FUNCTION
TECHNIQUES IN THE MORTALITY
HAZARD ESTIMATE**

Аннотация. Исследованы методы одномомерной оценки плотности распределения вероятностей на основе ядерной функции и ядерного сглаживания в задаче анализа демографического риска смертности при информационно-аналитической поддержке формирования муниципальной здоровьесберегающей среды. На основе данных мониторингового медико-социологического исследования для мужской и женской частей пенсионной когорты получена оценка функции мгновенного риска методом ядерного сглаживания с использованием ядерной функции Епанечникова, обеспечивающей минимизацию средней единой квадратичной ошибки. Результаты представлены неунимодальными зависимостями. Точечные оценки демографического риска позволяют выделить волны смертности. Результаты моделирования использованы для поддержки управленческих решений в муниципальной концепции активного долголетия.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, метод ядерных функций, ядерное сглаживание, оценка риска, анализ времени до события, волны смертности, поддержка принятия решений

Abstract. The opportunity of univariate kernel density hazard estimation and smoothing Epanechnikov kernel technique to estimate the hazard function was considered. Based on the data of the medical-sociological research for pension cohort the results are non-unimodal dependencies and minimization of the average uniform quadratic error was obtained. Point estimates of demographic risk allow us to identify waves of mortality. The adequate and statistically significant model has been created and the estimator of parameters was calculated. Results were used for decision support of active longevity project for Vologda city.

Keywords: computer modeling, kernel function method, kernel smooth, hazard estimate, time-to-event analysis, mortality waves, decision making

Введение

Оценивание плотности распределения вероятностей и моделирование функции мгновенной интенсивности отказов относят к важной части множества статистических задач в области событийного анализа [9]. Практическая значимость работы обусловлена социальной значимостью риска смертности как информативного показателя состояния здоровья населения, подлежащего ежемесячному государственному статистическому наблюдению. В связи с этим актуальной является задача изучения возможностей применения непараметрического подхода в анализе плотности распределения и исследования метода ядерного сглаживания с использованием ядерных функций для оценки мгновенного риска в ходе анализа выживаемости при создании здоровьесберегающего пространства активного долголетия [1]. Цель исследования состоит в компьютерном моделировании функции мгновенного риска смертности лиц старше трудоспособного возраста при помощи метода ядерного сглаживания. Результаты анализа демографического риска позволяют повысить эффективность управленческих решений в региональной системе медицинской профилактики при реализации концепции активного долголетия (КАД), что обуславливает новизну работы.

Основная часть

В анализе времени до события выживаемость рассматривается как случайная величина. Прогнозирование выживаемости (отказов) позволяет определить вероятность $S(t)$, пережить момент времени t с начала наблюдения. Функция мгновенной интенсивности отказов $h(t) = -d[\log S(t)]/dt$ используется для оценки демографического риска. Мгновенный риск позволяет выполнить оценку вероятности летального исхода в следующем временном интервале наблюдения, если участник был жив к его началу. Сумму всех рисков при переходе от начала наблюдения к заданному моменту времени рассматривают как кумулятивный риск $H(t) = -\log S(t)$. Для получения функции выживаемости $S(t)$ и мгновенной интенсивности отказов $h(t)$ используются специальные статистические методы анализа времени до события: построение таблиц жизни и метод множительных оценок. Кумулятивный риск $H(t)$ рассчитывают при помощи непараметрического метода Нельсона – Аалена [1], [9], [12], [13].

Особенностью исследований в анализе времени до события является проблема выбытия. При изучении выживаемости людей старшего возраста пенсионеры наблюдаются от момента выхода на пенсию до смерти. Наряду с полными наблюдениями, которые заканчиваются смертью, существуют неполные, изъятые или цензурированные наблюдения, в ходе которых исследователь теряет объект из виду (например, в связи со сменой места жительства) и располагает лишь частью информации о времени его жизни. В этом случае о длительности жизни после выхода на пенсию можно лишь сказать, что она превышает некоторый срок. Этими сведениями нельзя пренебрегать. Истинная продолжительность пенсионного стажа в этом случае остается неизвестной.

Анализ данных базируется на проведении мониторингового медико-социологического исследования. Данные цензурированы справа. Для удобства анализа лица старшего возраста начали наблюдаться одновременно. Объем выборки обеспечивает необходимую точность оценки не ниже 5 % с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$. Данные удовлетворяют базовым требованиям исследования выживаемости: для всех наблюдений известно время их начала и окончания; тип наблюдения – полное или изъятое; выбор объектов случайный. Независимой переменной является пенсионный стаж в месяцах. Для категориальной переменной «пол» выбраны значения «мужской» и «женский».

Анализ плотности распределения вероятностей непрерывной переменной на основе значений, полученных из выборки, может исходить из предположения о соответствии эмпирической функции одному из теоретических распределений. Если подгонка данных исследования, выполненная с их использованием, является удовлетворительной, для описания соответствующей плотности распределения достаточно знания параметров выбранного базового распределения вероятностей (экспоненциального, Гомпертца, лог-логистик, Вейбулла, логнормального, гамма или др.). К числу параметров для различных распределений относят: масштабный коэффициент, параметр формы распределения, среднее значение, среднее квадратическое отклонение. Подгонка распределения выполняется методом максимального правдоподобия. Наряду с параметрическим подходом находит применение непараметрический ме-

тод, который не требует знания априорной информации о законе распределения результатов измерений.

Ознакомление с источниками и их анализ позволили сопоставить цели и методы работы с аналогичными задачами. Вместе с триммингом данных, простым робастным и двойным экспоненциальным сглаживанием в анализе данных используется метод ядерного сглаживания [10], [11]. Функции ядра находят применение в качестве активационных для искусственных нейронных сетей при аппроксимации стохастических процессов [3]. Ядерное сглаживание демографического риска является удачным способом графического представления мгновенной интенсивности отказов $h(t)$ и позволяет выделить волны риска смертности, обсуждаемые в работе [8]. Статья [2] посвящена выбору параметра сглаживания, влияющему на точность оценки Берана, которая определена на основе ядерной функции, для условной функции надежности при заданном значении ковариаты. Из числа рассмотренных вариантов с позиций усредненного отклонения авторы рекомендуют кватрическую кернфункцию и ядро Епанечникова. Решению задач анализа времени до события содействуют смешанные подходы, основанные на привлечении традиционной статистики и методов искусственного интеллекта. С ростом количества контролируемых параметров возрастает роль интеллектуальных систем, прогнозирующих отказы в условиях малого количества поломок [7]. Методы анализа времени до события показали свою высокую эффективность при информационно-аналитической поддержке управленческих решений в региональном здравоохранении [6]. Функция мгновенной интенсивности отказов была получена на основе расчета таблиц продолжительности жизни. Выявлено, что мгновенный риск смертности среди мужчин в 2–5 раз выше, чем среди женщин. Однако для отдельных периодов времени это отношение достигает 5–21. Для мужской (males) и женской (females) частей пенсионной когорты и независимой переменной (времени наступления исхода) эмпирические функции риска, построенные на основе группировки событий с использованием временных интервалов, рассмотрены в [5].

Использование гистограмм для оценки плотности распределения вероятностей f обусловлено простотой метода. Альтернативой является непараметрический подход, при котором оценивание f для случайной величины X , представленной выборкой $X_i, i = 1, 2, \dots, n$, выполняется на основе метода функций ядра или кернфункций. Подгонка эмпирической плотности при помощи кернфункции относится к инструментарию исследовательского анализа данных. Эта идея была предложена Б. Пирсом после начала использования гистограмм, и до последнего времени ее реализация была осложнена [12], [13].

Метод функций ядра позволяет найти оценку $\hat{f}_n(x)$ без необходимости делать предварительное допущение о принадлежности f к известному семейству функций. При оценке плотности ядро с заданной полосой пропускания, по существу, скользит в виде окна соответствующей ему ширины вдоль ряда данных, подсчитывая и должным образом взвешивая наблюдения, попадающие в него. При проведении аналогии с гистограммой возникает перекрытие ее диапазонов значений. Интервал, скользящий вдоль ряда данных, представляет собой окно. В отличие от гистограммы, вместо простого подсчета количества наблюдений в окне оценщик плотности ядра назна-

чает им веса в диапазоне от нуля до единицы, в зависимости от расстояния до центра окна, и суммирует взвешенные значения. Ядро представляет собой функцию, определяющую эти веса. В отличие от гистограммы оценка плотности ядра обеспечивает сглаживание и обладает независимостью от выбора начала координат (размещения столбцов гистограммы). Метод ядерного сглаживания может быть применен для удаления недостоверных данных. Особенность использования ядерных функций состоит в том, что при сильном сглаживании возможен пропуск подробностей, которые могут быть информативными. Чересчур малое сглаживание отвлекает исследователя лишними деталями [10], [11].

Оценка плотности ядра $\hat{f}_n(x)$ формируется посредством суммирования взвешенных значений, вычисленных при помощи ядерной функции заданного вида K :

$$\hat{f}_n(x) = \frac{1}{qb} \sum_{i=1}^n w_i K\left(\frac{x - X_i}{b}\right),$$

где $q = \sum_i w_i$, если веса являются взвешенными по частоте (frequency weights) или аналитическими (analytic weights). Для значимых весов (importance weights) $q = 1$. Применение аналитических весов меняет шкалу отсчета так, что $\sum_i w_i = n$. Если веса не используются, то $w_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$ [12]. Ширина полосы пропускания (ширина окна b) в ряде случаев рассматривается как коэффициент сглаживания: при увеличении значения b будет получена более гладкая оценка [11]. Большинство исследователей сходятся во мнении о том, что выбор ширины окна превалирует над выбором функции ядра [12]. Однако при постановке задачи в [2] это свойство нарушается.

Наиболее эффективную оценку с точки зрения минимизации средней единой квадратичной ошибки дает ядерная функция Епанечникова (Epanechnikov) [12]:

$$K_{\text{Epanechnikov}}[z] = \begin{cases} \frac{3}{4} \left(1 - \frac{z^2}{5}\right) / \sqrt{5} & \text{if } |z| < \sqrt{5} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Использование других функций ядра носит специальный характер и может потребовать коррекции на границах диапазона для обеспечения надежности оценки [12]. Так, достоверность метода падает для ядерных функций epan2, biweight и rectangular, когда оценка выполняется вблизи границ данных. В этом случае используется коррекция ядра на границах. Для ядерной функции Епанечникова оценка риска выполняется с минимизацией краевых эффектов в пределах диапазона значений аргумента $[L+b, R-b]$, где L, R – минимальное и максимальное значения временного аргумента [13].

Выбор b зависит от того, как много значений наблюдений n будет включено в оценку плотности. В целом, зная дисперсию (variance) и межквартильный размах (interquartile range) выборки, можно найти полосу пропускания, которая не зависит от ядра, а является функцией данных [12]:

$$b = \frac{0,9m}{n^{1/5}};$$

$$m = \min\left(\sqrt{\text{variance}_X}, \frac{\text{interquartile range}_X}{1,349}\right).$$

На основе сведений мониторингового медико-социологического исследования выполнен анализ плотности распределения мгновенного риска смертности для мужской и женской частей пенсионной когорты на основе метода функций ядра. Ширина полосы составила 0,00011448, редукция не использовалась. Построена модель распределения, получена локальная оценка плотности ядра для центра распределения эмпирической переменной. Надежность оценки на границах снижается. Поскольку плотность не измеряется с использованием вероятностной шкалы, значения распределения на графике превышают единичные. Оценка функции риска $\hat{h}(t)$ базируется на методе взвешенного ядерного сглаживания расчетного вклада риска $\Delta\hat{H}(t_j) = \hat{H}(t_j) - \hat{H}(t_{j-1})$:

$$\hat{h}(t) = b^{-1} \sum_{j=1}^D K_t \left(\frac{t-t_j}{b} \right) \Delta\hat{H}(t_j),$$

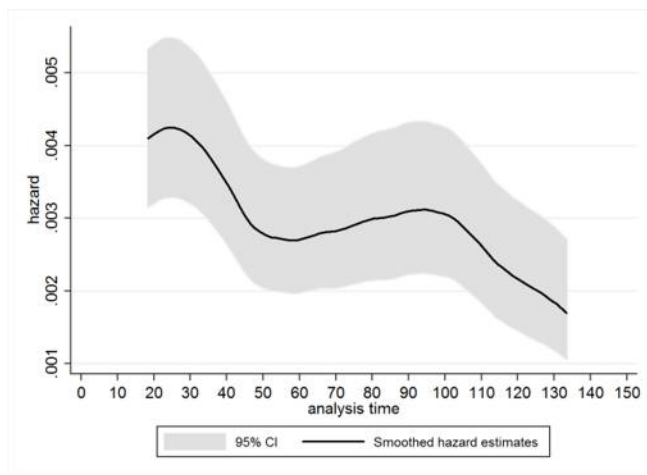
где K_t – кернфункция; b – полоса пропускания; суммирование при расчете риска выполняется для D времен [13].

Поточечный доверительный интервал (ДИ) для сглаженной функции риска вычисляется с помощью метода логарифмического преобразования [13]:

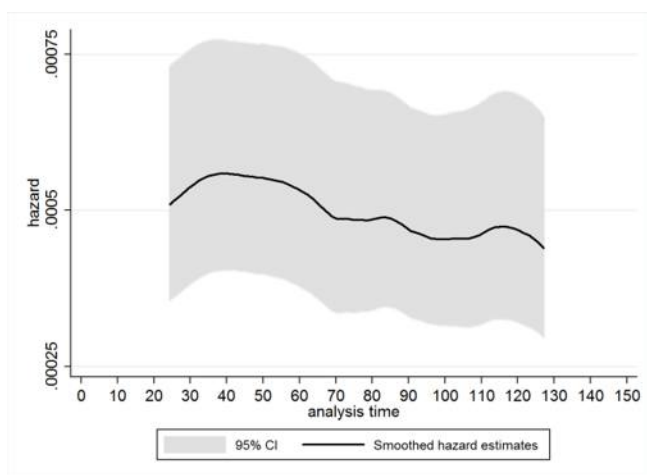
$$\hat{h}(t) \exp \left[\pm \frac{Z_{1-\alpha/2} \sigma(\hat{h}(t))}{\hat{h}(t)} \right].$$

При непараметрическом оценивании плотности для вычисления доверительного интервала используется редукция полосы пропускания. В случае малых выборок, насчитывающих десятки наблюдений, ширина ДИ получается избыточной. Для повышения информативности доверительного интервала рекомендуется увеличение объема выборки. Для обнаружения мультимодальности распределения используется адаптивное оценивание плотности. Оценка доверительного интервала в случае ядра с заданной полосой пропускания может дать дополнительные свидетельства для гипотезы мультимодальности [12].

По итогам мониторингового медико-социологического исследования для мужской и женской частей пенсионной когорты получена оценка функции риска по методу ядерного сглаживания с использованием кернфункции Епанечникова. Количество точек составило 50 и выбиралось из условия $\min(n, 50)$ [12] (рис. 1).



a)



б)

Рис. 1. Оценка функции риска методом ядерного сглаживания с использованием ядренной функции Епанечникова:
a – мужская часть пенсионной когорты; *б* – женская

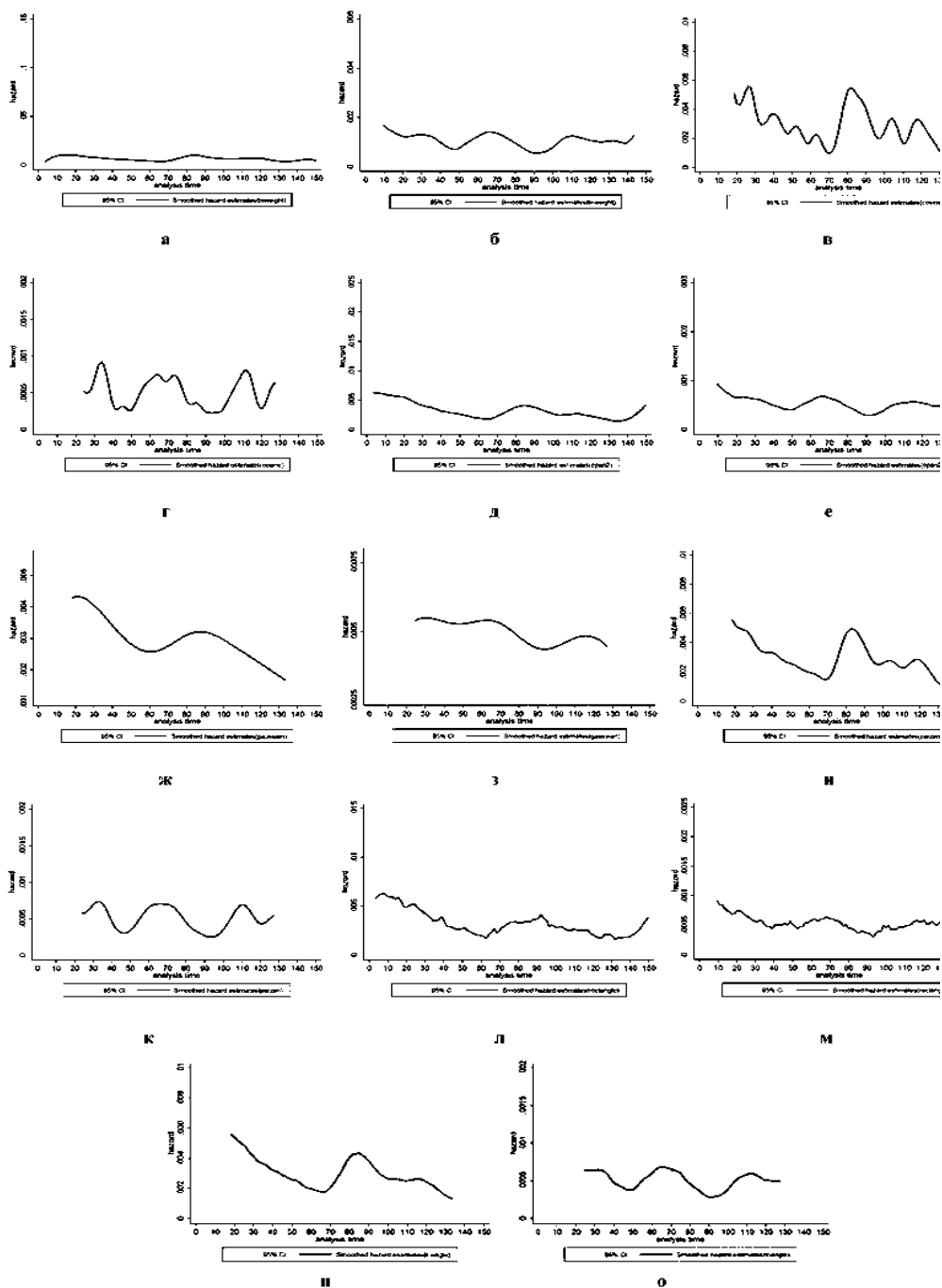


Рис. 2. Оценка функции риска по методу ядерного сглаживания с использованием kernфункций: biweight (а, б); cosine (в, г); erfan2 (д, е); gaussian (ж, з); parzen (и, к); rectangular (л, м); triangular (н, о) (мужская и женская части пенсионной когорты)

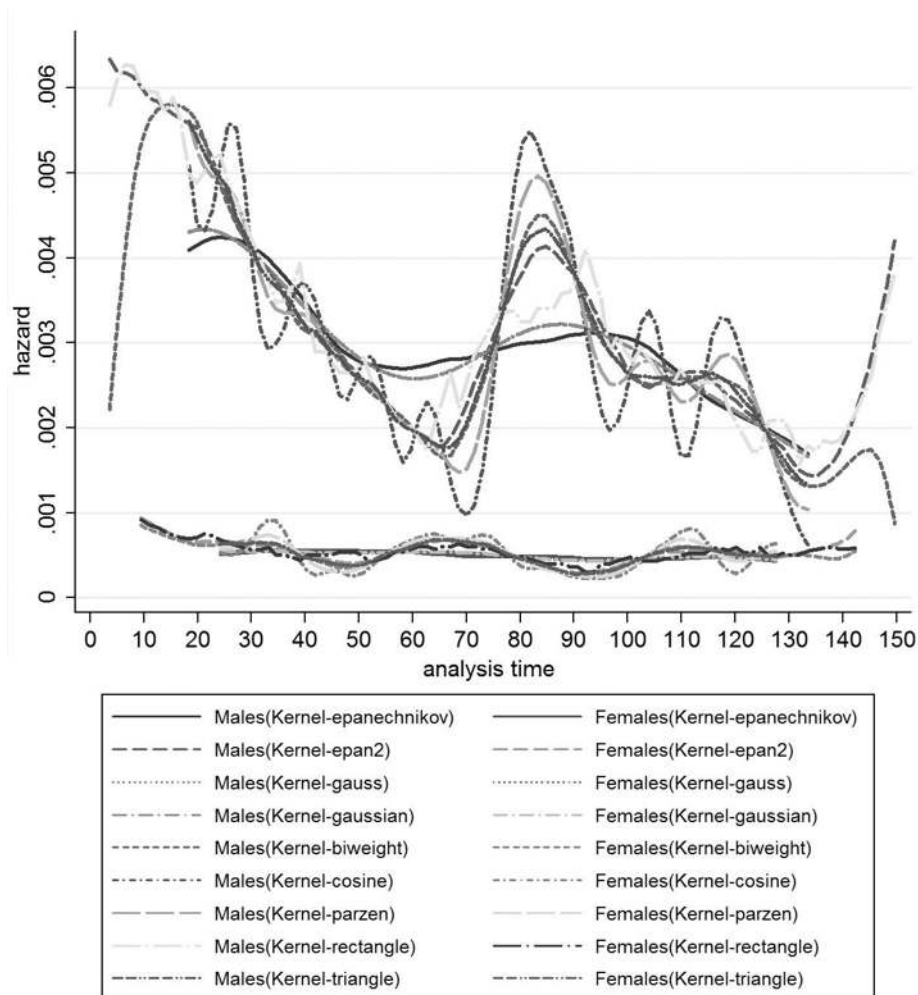


Рис. 3. Оценка функции риска методом ядерного сглаживания с использованием kernфункций (мужская (males) и женская (females) части пенсионной когорты)

Для других функций ядра (biweight, cosine, epan2, gaussian, parzen, rectangular, triangular) результаты представлены на рис. 2 (для мужской и женской частей пенсионной когорты) и визуализированы с помощью сводного графика (рис. 3). Вопросы моделирования волнообразных (двоугоизогнутых) зависимостей с позиций нелинейной динамики популяций обсуждаются в работе [4].

Выводы

Моделирование демографического риска на основе метода ядерного сглаживания с использованием kernфункций в анализе времени до события повышают эффективность подготовки, принятия и исполнения управленческих решений в региональной

системе медицинской профилактики при реализации концепции активного долголетия и формировании муниципальной здоровьесберегающей среды.

Для мужской части пенсионной когорты в результате подгонки определено выборочное среднее значение мгновенного риска (0,0029). В качестве точечных оценок демографического риска, позволяющих выделить волны риска смертности по результатам ядерного сглаживания мгновенной интенсивности отказов, выступают координаты двух экстремумов – точек максимума неунимодальной $\hat{h}(t)$: {(24,24; 0,0042), (93,61; 0,0031)}. Для женщин старше трудоспособного возраста координаты экстремумов – точки максимума волнообразной $\hat{h}(t)$: {(39; 0,00056), (83,27; 0,00049), (115,74; 0,00047)}.

На основе данных мониторингового медико-социологического исследования получена оценка функции мгновенного риска по методу ядерного сглаживания с использованием кернфункции Епанечникова, обеспечивающей минимизацию средней единой квадратичной ошибки.

Для мужской части пенсионной когорты результатом исследования является неунимодальная (двоугокоизогнутая) зависимость. Точечные оценки демографического риска позволяют выделить волны смертности: значения временного аргумента двух точек максимума составляют 24 и 94 месяца с момента выхода работников-мужчин на пенсию. Вероятность их смерти составляет 0,0042 и 0,0031 соответственно. Выполнено непараметрическое моделирование плотности распределения мгновенного риска смертности на основе метода функций ядра с шириной полосы 0,00012. Для мужчин старше трудоспособного возраста выборочное среднее значение риска составило 0,0029.

Для женщин старше трудоспособного возраста результат представляет собой неунимодальную (волнообразную) зависимость. Точечные оценки мгновенного риска смертности позволяют выделить ее волны: значения временного аргумента точек максимума составляют 39, 83 и 116 месяцев с момента выхода работников-женщин на пенсию. Соответствующие значения вероятности летального исхода составляют 0,00056, 0,00049 и 0,00047.

Дальнейшие перспективы работы связаны с моделированием мгновенного риска смертности методом ядерного сглаживания на основе кернфункций для когорты больных с онкопатологией.

Литература

1. Вологда – город долгожителей: концепция активного долголетия на территории муниципального образования «Город Вологда» на период до 2035 года: решение Вологодской городской Думы от 29 декабря 2014 г. № 129 // КонсультантПлюс: справочно-правовая система. URL: <https://www.consultant.ru>
2. Демин В. А., Чимитова Е. В., Щеколдин В. Ю. Исследование метода выбора оптимального параметра сглаживания при непараметрическом оценивании регрессионных моделей надежности // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 2 (27). С. 10–18.

3. Латыш С. К., Лезина И. В. Аппроксимация случайных процессов RBF-сетью с ядерными функциями активации // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2013. № 9. Т. 1. С. 369–370.
4. Переварюха А. Ю. Переход к устойчивому хаотическому режиму в новой модели динамики популяции в результате единственной бифуркации // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. № 2. С. 117–126.
5. Рапаков Г. Г., Горбунов В. А. Исследование совокупного риска при сравнении двух выборов // Информатизация процессов формирования открытых систем на основе СУБД, САПР, АСНИ и систем искусственного интеллекта: материалы VIII Международной научно-технической конференции. Вологда: Вологодский государственный университет, 2015. С. 142–146.
6. Рапаков Г. Г. Методы анализа выживаемости в задачах активного долголетия (опыт г. Вологды). Вологда: Вологодский государственный университет, 2015. 119 с.
7. Шаханов Н. И., Варфоломеев И. А., Ершов Е. В., Юдина О. В. Прогнозирование отказов оборудования в условиях малого количества поломок // Вестник Череповецкого государственного университета. 2016. № 6 (75). С. 36–41.
8. Abbott K. C., Glanton C. W., Trespalacios F. C. Body mass index, dialysis modality, and survival: Analysis of the United States renal data system dialysis morbidity and Mortality wave II study // *Kidney International*, 2004, no. 2, vol. 65, pp. 597–605.
9. Cleves M., Gould W., Gutierrez R., Marchenko Y. An Introduction to Survival Analysis Using Stata. 2nd ed. College Station, TX: Stata Press, 2008. 372 p.
10. Cox N. J. Speaking Stata: Density probability plots // *Stata Journal*, 2005, no. 5, P. 259–273.
11. Fiorio C. V. Confidence intervals for kernel density estimation // *Stata Journal*, 2004, no. 4, P. 168–179.
12. Stata Base Reference Manual Release 13. College Station, TX: Stata Press, 2013. 2550 p.
13. Stata Survival Analysis and Epidemiological Tables Reference Manual Release 13. College Station, TX: Stata Press, 2013. 560 p.

References

1. Vologda – gorod dolgozhitelei: kontseptsiiia aktivnogo dolgoletiiia na territorii munitsipal'nogo obrazovaniia «Gorod Vologda» na period do 2035 goda: reshenie Vologodskoi gorodskoi Dumy ot 29 dekabria 2014 g. № 129 [Vologda is the city of long-livers: the concept of active longevity on the territory of the municipal education “Vologda city” up to 2035 year: the decision of Vologda’s Municipal Council dated the 29th December, 2014, no.129]. *Konsul'tantPlus: sprav.-pravovaia sistema. Kompaniia «Konsul'tantPlus»*. [Consultant Plus: information and law system. The company “ConsultantPlus”]. URL: <https://www.consultant.ru>
2. Demin V. A., Chimitova E. V., Shchekoldin V. Iu. Issledovanie metoda vybora optimal'nogo parametra sglazhivaniia pri neparametricheskom otsenivanii regressionnykh modelei nadezhnosti [The research of optimal choice method of bandwidth parameter for nonparametric estimation of reliability regression models]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naia tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science], 2014, no. 2 (27), pp. 10–18.
3. Latysh S. K., Lezina I. V. Approksimatsiia sluchainykh protsessov RBF-set'iu s iadernymi funktsiiami aktivatsii [Approximation of random processes by an RBF network with kernel activation functions]. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики* [Actual problems of aviation and cosmonautics], 2013, no. 9, vol. 1, pp. 369–370.
4. Perevariukha A. Iu. Perekhod k ustoychivomu khaoticheskomu rezhimu v novoi modeli dinamiki populatsii v rezul'tate edinstvennoi bifurkatsii [Transition to robust chaotic mode as a result of single bifurcation in the new model of population dynamic]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Ma-*

tematika. Mekhanika. Komp'uternye nauki [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science], 2010, no. 2, pp. 117–126.

5. Rapakov G. G., Gorbunov V. A. Issledovanie sovokupnogo riska pri sravnenii dvukh vyborok [Research of the total risk when comparing two samples]. *Informatizatsiia protsessov formirovaniia otkrytykh sistem na osnove SUBD, SAPR, ASNI i sistem iskusstvennogo intellekta: materialy VIII Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Informatization of the processes of formation of open systems based on DBMS, CAD, ASNI and artificial intelligence systems: proceedings of the eighth international scientific and technical conference]. Vologda: Vologda State University, 2015, pp. 142–146.

6. Rapakov G. G. *Metody analiza vyzhivaemosti v zadachakh aktivnogo dolgoletia (opyt g. Vologdy)* [Survival analysis algorithms and methods for active longevity project (the experience of Vologda)]. Vologda: Vologda State University, 2015. 119 p.

7. Shakhanov N. I., Varfolomeev I. A., Ershov E. V., Iudina O. V. Prognozirovaniie otkazov obrudovaniia v usloviakh malogo kolichestva polomok [Forecasting equipment failures at the conditions of a small number of breakdowns]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [The Bulletin of Cherepovets State University], 2016, no. 6 (75), pp. 36–41.

8. Abbott K. C., Glanton C. W., Trespalacios F. C. Body mass index, dialysis modality, and survival: Analysis of the United States renal data system dialysis morbidity and Mortality wave II study. *Kidney International*, 2004, no. 2, vol. 65, pp. 597–605.

9. Cleves M., Gould W., Gutierrez R., Marchenko Y. *An Introduction to Survival Analysis Using Stata*. 2nd ed. College Station, TX: Stata Press, 2008. 372 p.

10. Cox N. J. Speaking Stata: Density probability plots. *Stata Journal*, 2005, no. 5, pp. 259–273.

11. Fiorio C. V. Confidence intervals for kernel density estimation. *Stata Journal*, 2004, no. 4, pp. 168–179.

12. *Stata Base Reference Manual Release 13*. College Station, TX: Stata Press, 2013. 2550 p.

13. *Stata Survival Analysis and Epidemiological Tables Reference Manual Release 13*. College Station, TX: Stata Press, 2013. 560 p.

.

Для цитирования: Горбунов В. А., Рапакوف Г. Г., Баншичиков Г. Т., Лукин С. В., Ревелев И. М. Использование компьютерного моделирования при оценке мгновенного риска смертности на основе ядерных функций // Вестник Череповецкого государственного университета. 2019. № 1 (88). С. 8–19. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-1-88-1

For citation: Gorbunov V. A., Rapakov G. G., Bانشchikov G. T., Lukin S. V., Revelev I. M. Computer modelling by the kernel function techniques in the mortality hazard estimate. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2019, no. 1 (88), pp. 8–19. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-1-88-1