

© Синицын Н.Н., Телин Н.В.,
Плашенко В.В., Андреев А.С., 2017

Синицын Николай Николаевич

Доктор технических наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Sinitsyn Nikolay Nikolaevich

Doctor of Technical Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Телин Николай Владимирович

Доктор технических наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: telin_nv@mail.ru

Telin Nikolay Vladimirovich

Doctor of Technical Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: telin_nv@mail.ru

Плашенко Валерий Владимирович

Доктор военных наук, профессор,
Череповецкий государственный университет
(Череповец, Россия)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Plashenkov Valeriy Vladimirovich

Doctor of Military Sciences, professor,
Cherepovets State University
(Cherepovets, Russia)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Андреев Александр Сергеевич

Кандидат технических наук, доцент,
Череповецкое высшее инженерное военное
училище радиоэлектроники
(Череповец, Россия)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

Andreev Aleksandr Sergeyevich

PhD (Technology), Associate professor,
Cherepovets higher engineering military school
of radio electronics (Cherepovets, Russia)
E-mail: sinitsyn@chsu.ru

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ РАСЧЕТА
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ
ПРОГРЕВЕ ГРАНУЛ ИЗ БИОТОПЛИВА***

**DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL
MODEL CALCULATION OF
TEMPERATURE FIELD ON HEATING
GRANULES OF BIOFUELS**

Аннотация. Представлена математическая модель одномерного симметричного процесса прогрева гранул из биотоплива в форме бесконечного цилиндра. Математическая модель включает в себя сквозное уравнение теплопроводности общее для сухой зоны, влажной зоны, двухфазной зоны, содержащей пар и воду, при граничных условиях третьего рода. Используется метод конечных разностей, явная схема аппроксимации производных. Представлена методика расчета поля температур и координаты фронта испарения влаги. Представлено тестирование модели реального процесса методом оценки баланса теплоты в теле.

Summary. In the article a mathematical model of a one-dimensional symmetrical heating process the granules of the biofuel in the form of an infinite cylinder is proposed. Mathematical model comprises a through heat equation, general for the dry zone, wet zone and two-phase zone, that contains the vapor and water, in the boundary conditions of the third kind. It uses the finite difference method, the explicit scheme of approximation of derivatives. The technique for calculating the temperature field and coordinates of the front vapor are proposed. Testing the model of the actual process by evaluating the heat balance in the subject is proposed.

* В работе принимали участие М.С. Виноградова, Э.В. Гаркавиченко, Т.В. Гневашева, В.П. Кузнецова, А.И. Павлова.

Ключевые слова. Прогрев, фазовый переход, гранулы, биотопливо.

Keywords. Warming, the phase transition, pellets, biofuels.

Введение

Энергетическое пользование древесного топлива открывает большие возможности в плане охраны окружающей среды и создания экологически чистых производств. Древесные топливные гранулы – облагороженное топливо, полученное путем прессования сухой размолотой первичной или вторичной древесины, коры или их смеси в различных пропорциях. По стандартам различных стран диаметр гранул составляет от 6 до 12 мм, а длина от 5 до 30 мм. Однородность гранулометрического состава гранул позволяет обеспечить полную локализацию и автоматизацию всех циклов технологического процесса котлоагрегата с меньшими затратами. Оценка температурного поля гранулы при ее прогреве необходима при расчетах выгорания топлива, оптимизации аэродинамики топочной камеры с целью изменения выноса недогоревших частиц при проектировании способа сжигания топлива, горелочного устройства. Прогрев частиц твердого топлива в камере сгорания происходит за счет конвективного и радиационного теплообмена между частицей и потоком горячих газов, которые с помощью тех или иных конструктивных мероприятий подводятся к частице.

Основная часть

Расчет нестационарной температуры по сечению гранулы является актуальной задачей. Для изучения закономерностей охлаждения гранул разработано математическое описание процесса. При разработке описания принято во внимание, что гранула имеет форму бесконечного цилиндра. Охлаждение осуществляется принудительной конвекцией холодного воздуха. Математическая модель одномерного симметричного процесса охлаждения включает сквозное уравнение теплопроводности, общее для зоны содержащей пар влажной зоны, и зоны конденсации влаги

$$C_{эф} \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \quad (1)$$

интегрируемая в области: $0 \leq r \leq S$, $0 \leq \tau \leq \tau_k$;

– начальное условие:

$$T(r, 0) = T^o \quad (2)$$

– граничные условия:

$$\text{при } r = 0 \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$\text{при } r = s \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha (T - T_{cp}) \quad (4)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, T_{cp} – температура среды; T – текущая температура, r – текущий радиус; λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность; $c_{эф}$ – эффективная удельная теплоемкость; s – радиус цилиндра; τ и τ_k – текущее и конечное время.

В зоне конденсации влаги выделяется теплота, которую можно учесть в уравнении (1) с помощью эффективной теплоемкости $c_{эф}$:

$$c_{\text{эф}} = \begin{cases} c_1(T), T < T_c; \\ c_2(T_{\text{л}})(1-\psi) + c_2(T_c)\psi + \frac{gL}{\Delta T}, T_c \leq T \leq T_{\text{л}}; \\ c_2(T), T \geq T_{\text{л}} \end{cases}$$

где $T_{\text{л}} = T_{\text{ф}} + \Delta T / 2$, $T_c = T_{\text{ф}} - \Delta T / 2$ – фиктивные температуры начала и окончания конденсации влаги в элементарном объеме; ΔT – фиктивный интервал температуры конденсации воды; $c(T)$ – теплоемкость материала; c_1 и c_2 – теплоемкости влажного и содержащего пар материала; g – доля влаги в элементе объема; L – удельная теплота конденсации влаги; ψ – доля влажного материала; $T_{\text{ф}}$ – температура фазового перехода.

Коэффициент теплопроводности и плотность определим по формулам:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_1, T < T_c; \\ \lambda_1(1-\psi) + \lambda_2\psi, T_c \leq T \leq T_{\text{л}}; \\ \lambda_2, T > T_{\text{л}} \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \rho_1, T < T_c; \\ \rho_1(1-\psi) + \rho_2\psi, T_c \leq T \leq T_{\text{л}}; \\ \rho_2, T > T_{\text{л}} \end{cases}$$

где ρ_1 и ρ_2 – плотности влажного и содержащего пар материала; λ_1 и λ_2 – коэффициенты теплопроводности влажного и содержащего пар материала.

Величина ψ определяется по формуле:

$$\psi = \begin{cases} 1, T < T_c; \\ \frac{T_{\text{л}} - T}{T_{\text{л}} - T_c}, T_c \leq T \leq T_{\text{л}}; \\ 0, T > T_{\text{л}} \end{cases}$$

На рис. 1 показана схема расчетной области конденсации влаги в грануле.

Система уравнений (1)–(4) решена численным методом. При использовании метода конечных разностей значения температуры находят в узлах расчетной области, координаты которых рассчитываются по формуле: $r_i = (i - 0,5) \cdot \Delta r$, для дискретных моментов времени $\tau^n = \Delta \tau \cdot n$, где $i = \overline{0, N+1}$, N – количество узлов внутри расчетной области, 0 и $N+1$ – номера фиктивных узлов, находящихся за пределами области на расстоянии $\frac{\Delta r}{2}$; $\Delta r = \frac{S}{N}$ – расстояние между узлами; $\Delta \tau$ – расчетный шаг по времени. Для краткости температуры $T(r_i, \tau^n)$ обозначают T_i^n .

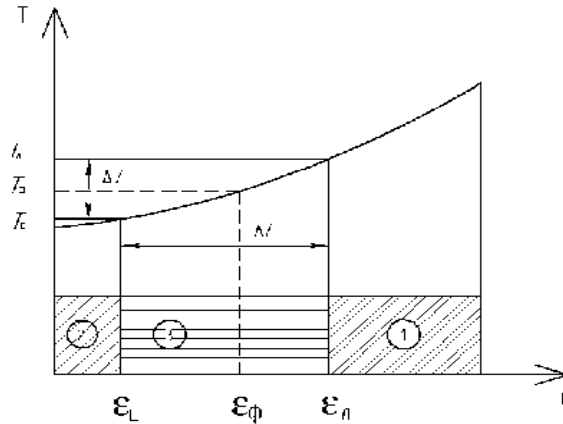


Рис. 1. Схема расчетной области
1 – сухая зона; 2 – влажная зона; 3 – двухфазная зона, содержащая пар и воду; ε_c , ε_ϕ и ε_n – коэффициенты изотерм начала испарения влаги, фазового перехода влаги и окончания испарения влаги

При использовании явной схемы аппроксимации производных по координате температуру в N внутренних узлах в момент времени $n + 1$ определяют по зависимости:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\Delta r}{c(T_i^n) \cdot \rho(T_i^n) \cdot \Delta r^2} \cdot \left[\lambda_{i+\frac{1}{2}} (T_{i+1} - T_i) - \lambda_{i-\frac{1}{2}} (T_i - T_{i-1}) \right]^n,$$

где $i = \overline{1, N}$, $\lambda_{i+\frac{1}{2}} = \lambda \left(\frac{T_{i+1}^n + T_i^n}{2} \right)$, $\lambda_{i-\frac{1}{2}} = \lambda \left(\frac{T_{i-1}^n + T_i^n}{2} \right)$.

Температуру в начальный момент времени задают по формуле: $T_i = T^0$, для $i = \overline{0, N+1}$.

Температуру в фиктивных узлах в момент времени $n+1$ определяют по выражениям:

$$T_0 = T_1; \quad T_{N+1} = \frac{(1-\chi)T_N + 2\chi T_{cp}}{1+\chi}, \quad \chi = \frac{\alpha \Delta r}{2\lambda}.$$

Координату фазового перехода воды определяют по координате изотермы конденсации влаги в поле температуры в цикле по $i = \overline{2..N}$ из условия:

$$\text{Если } T_{i-1} \leq T_\phi \leq T_i, \text{ то } \varepsilon_\phi = \Delta r \left(i - \frac{3}{2} \right) + \Delta r \frac{T_{i-1} - T_\phi}{T_{i-1} - T_i}.$$

Численное решение при явной схеме аппроксимации является условно устойчивым. В этом случае расчетный шаг определяем по формуле: $\Delta \tau = \frac{\Delta r^2}{k_y a}$, где $k_y > 4$;

a – коэффициент температуропроводности.

Погрешность численного решения в данном случае будет зависеть от настроечных параметров алгоритма N , k_y и ΔT . Необходимо эти параметры выбрать таким

образом, чтобы погрешность результатов моделирования не превосходила данную величину.

Тестирование модели реального процесса производим методом оценки погрешности баланса тепла в теле в процессе моделирования реального объема [1]. Для этого составляется уравнение баланса в момент времени τ : для цилиндра длиной 1 м $Q_{\text{пр}} = Q_{\text{т}}$, где $Q_{\text{пр}}$ – количество теплоты, пришедшее в тело за время τ ; $Q_{\text{т}}$ – количество теплоты, оставшееся в теле к моменту времени τ .

Далее конкретизируем приведенные величины для случая исследования тепловых процессов в бесконечном цилиндре:

$$Q_{\text{пр}} = \int_0^{\tau} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} 2\pi r d\tau \quad \text{и} \quad Q_{\text{т}} = c \cdot \rho \int_0^r (T - T^a) dr.$$

При использовании метода конечных разностей интегралы вычисляются численно. В связи с этим левая и правая части баланса теплоты будут отличаться. Для оценки погрешности моделирования определим: $\varepsilon = \frac{|Q_{\text{пр}} - Q_{\text{т}}|}{Q_{\text{пр}}} \cdot 100\%$.

При варьировании количества узлов погрешность будет изменяться. Допустим, что $\varepsilon = f(N)$, можно изучить эту зависимость и определить оптимальное количество узлов, при котором погрешность баланса теплоты не превышает допустимую погрешность.

Формулы для определения $Q_{\text{пр}}$ и $Q_{\text{т}}$ в конечно-разностной форме при $\lambda = \lambda(T)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} Q_{\text{пр}} &= \sum_0^{n^*} \lambda(T) \frac{T_{N+1} - T_N}{\Delta r} \cdot 2\pi s \Delta \tau = \frac{\Delta \tau}{\Delta r} \sum_{n=0}^{n^*} \lambda \left(\frac{T_{N+1} + T_N}{2} \right) (T_{N+1} - T_N) 2\pi s = \\ &= 2\pi s \frac{\Delta \tau}{\Delta r} \sum_{n=0}^{n^*} \lambda \left(\frac{T_{N+1} + T_N}{2} \right) (T_{N+1} - T_N), \\ Q_{\text{т}} &= c \cdot \rho \cdot \pi \sum_{i=1}^N (T_i - T^0) (I-1)^2 \Delta r^2 = c \cdot \rho \cdot \pi \sum_{i=1}^N (T_i - T_{\text{ср}}) [(I-1)\Delta r]^2, \end{aligned}$$

где N – количество внутренних узлов в расчетной области; $N+1$ – фиктивный узел; $\Delta \tau$, Δr – расчетный шаг по времени и координате; i – индекс узла; n – индекс временного шага; n^* – индекс, соответствующий текущему моменту времени $\tau^* = \Delta \tau \cdot n^*$.

При тестировании исследовали влияние настроечных параметров конечно-разностного решения задачи Стефана на результаты и погрешность моделирования. Исследование влияния количества узлов N на погрешность моделирования температурного поля приведено на рис. 2 при настроечном коэффициенте $K_y = 4$.

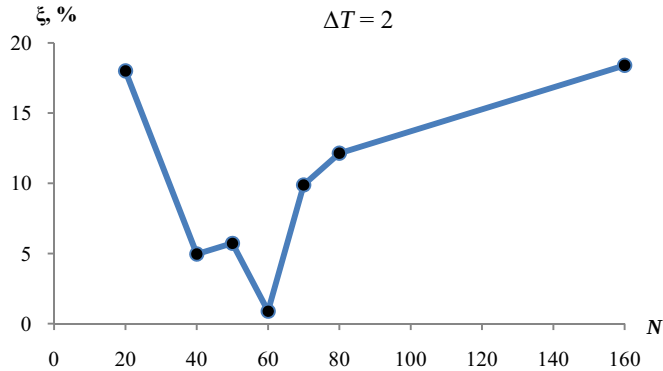


Рис. 2. Зависимость погрешности баланса теплоты от количества узлов при $\Delta T = 2^\circ\text{C}$

Как видно из рис. 2, зависимость $\varepsilon = f(N)$ имеет экстремальный характер. С увеличением N погрешность сначала уменьшается, затем увеличивается. При настроенном параметре $\Delta T = 2^\circ\text{C}$ оптимальное число узлов $N = 60$.

Исследование влияния фиктивного интервала ΔT (рис. 3) показало, что имеется оптимальное значение $\Delta T = 2^\circ\text{C}$, при котором численное решение по динамике фронта испарения влаги имеет наименьшее значение средней относительной погрешности баланса теплоты.

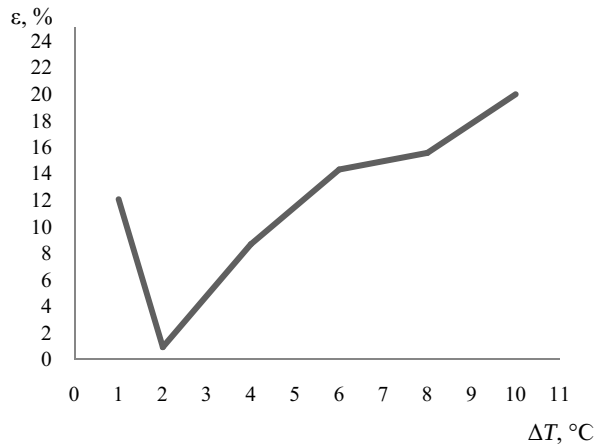


Рис. 3. Зависимость относительной погрешности баланса теплоты от ΔT (параметра модели: $N = 60$, $K_y = 4$)

Уменьшение ΔT приводит к тому, что количество узлов, попадающих в фиктивный интервал (Δl на рис. 1), становится недостаточным для аппроксимации источника испарения влаги. При увеличении $\Delta T > 2^\circ\text{C}$ погрешность повышается, так как увеличивается различие характера температурного поля в окрестности коэффициента фазового перехода.

Вывод

Предложена математическая модель процесса прогрева гранулы и методика тестирования конечно-разностного решения задачи прогрева гранулы с учетом фазового перехода воды (испарение влаги).

Литература

1. Грибкова Ю.В., Габелая Д.И., Кабаков З.К. Разработка методики оценки статей баланса теплоты в заготовке, отливаемой на МНЛЗ // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. №1. С. 132–134.
2. Синицын Н.Н., Кабаков З.К., Степанова А.В., Малинов А.Г. Модель замораживания железорудного концентрата // Вестник Череповецкого государственного университета. 2013. №2. Т.1. С. 19–22.
3. Синицын Н.Н., Кабаков З.К., Домрачев Д.А. Математическая модель сушки коры деревьев при высокоинтенсивном нагреве // Вестник Череповецкого государственного университета. 2013. №2. Т.2. С. 24–28.

References

1. Gribkova Yu.V., Gabelaya D.I., Kabakov Z.K. Razrabotka metodiki otsenki statey balansa teploty v zagotovke, otlivayemoy na MNLZ [The development of methodology for assessing articles of the heat balance in the workpiece, the cast on the caster]. *Mezhdunarodnyy zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy* [International Journal of Applied and Basic Research], 2016, no.1, pp. 132–134.
2. Sinitsyn N.N., Kabakov Z.K., Stepanova A.V., Malinov A.G. Model' zamorazhivaniia zhelezorudnogo kontsentrata. [Model of freezing of iron ore concentrate]. *Vestnik Cherepoveckogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Cherepovets State University], 2013, no. 2, pp. 19–22.
3. Sinitsyn N.N., Kabakov Z.K., Domrachev D.A. Matematicheskaya model' sushki kory derev'ev pri vysokointensivnom nagreve. [A mathematical model of drying bark at high intensity heat]. *Vestnik Cherepoveckogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Cherepovets State University], 2013, no. 2, pp. 24–28.

Синицын Н.Н., Телин Н.В., Плашенко В.В., Андреев А.С. Разработка математической модели расчета температурного поля при прогреве гранул из биотоплива // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. № 1. С. 81–86.

Sinitsyn N.N., Telin N.V., Plashenkov V.V., Andreev A.S. Development of mathematical model calculation of temperature field on heating granules of biofuels. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 1, pp. 81–86.