

Кожевников Сергей Олегович

Кандидат технических наук, доцент,
Ивановский государственный
политехнический университет
(Иваново, Россия)
E-mail: kojevnikov_so@mail.ru

Kozhevnikov Sergey Olegovich

PhD (Technology), Associate Professor,
Ivanovo state Polytechnic University
(Ivanovo, Russia)
E-mail: kojevnikov_so@mail.ru

Калинин Евгений Николаевич

Доктор технических наук, профессор,
Ивановский государственный
политехнический университет
(Иваново, Россия)
E-mail: enkalini@gmail.com

Kalinin Evgeniy Nikolayevich

Doctor of technical Sciences, Professor,
Ivanovo state Polytechnic University
(Ivanovo, Russia)
E-mail: enkalini@gmail.com

**К ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ
МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ
ЖИДКОЙ СРЕДЫ
В ПЕРЕМЕШИВАЮЩЕМ
АППАРАТЕ**

**ABOUT THE TASK FOR
SIMULATION OF LIQUID MOTION
IN THE KNEADING
MACHINE**

Аннотация. В статье представлены результаты моделирования жидкой среды в аппарате, оснащённом вращающейся мешалкой с образованием воронки. Разработана математическая модель движения идеальной жидкости в аппарате, оснащённом мешалкой, равномерно вращающейся относительно вертикальной оси рабочей камеры.

В результате модельного эксперимента средствами вычислительного комплекса MathCaD в форме численной модели получены зависимости составляющих скоростей движения жидкости в аппарате и получены профили радиальной, окружной и осевой составляющей абсолютной скорости потока жидкости. Получены функциональные зависимости, дающие возможность оптимизировать скоростной режим движения жидкости в аппарате с вращающейся мешалкой и решить задачи по геометрическому и динамическому синтезу аппарата.

Ключевые слова. Компьютерное моделирование, вращающаяся мешалка, образование воронки.

Abstract. The article presents the results of the fluid motion simulation in the apparatus equipped with a rotary stirrer with formation of funnel. A mathematical model of the motion of an ideal fluid in an apparatus equipped with a stirrer, uniformly rotating about a vertical axis of the working chamber is developed.

As a result of the model experiment by means of MathCaD computing system, correspondence between components of liquid velocities in the machine and received profiles of the radial, axial and circumferential component of the absolute velocity of the liquid flow were obtained in the form of numerical-term model. The functional relationship provided in the paper enable to optimize the speed of fluid movement in the apparatus equipped with a rotary stirrer agitator and solve problems on the geometric and dynamic synthesis apparatus.

Key words. Computer modeling, rotary stirrer, funnelling.

Введение

Выполненный анализ конструкций перемешивающих устройств, предназначенных для получения материалов высокой дисперсности, показал, что они требуют

дальнейшего совершенствования [2], [3]. Применяемые для этой цели устройства имеют высокие показатели потребляемой мощности [2].

Наши исследования [2] показали, что для получения высокодисперсных суспензий можно использовать аппарат, оснащенный рабочим органом, состоящим из ротора с трубками переменного сечения. При прохождении жидкости через трубки переменного сечения, которые в свою очередь совершают вращательное движение, скорость среды на выходе многократно возрастает. Моделирование процесса движения жидкой среды позволит определить распределение скоростей движения жидкости в аппарате, выполнить его конструктивную, режимную оптимизацию и представляет особый интерес.

Основная часть

Перспективным направлением развития химико-технологических процессов является получение высокодисперсных материалов. Применяемые в промышленности конструкции перемешивающих устройств для получения материалов высокой дисперсности характеризуются небольшим разнообразием рабочих органов. Анализ способов получения материалов высокой дисперсности и конструктивного оформления процесса показал, что существующие перемешивающие устройства имеют высокую потребляемую мощность и требуют дальнейшего совершенствования рабочих органов смесителей [2], [3].

Собственные исследования [2], а также исследования других авторов [1] показали, что для получения высокодисперсных материалов наилучшим является применение вращающихся мешалок с дополнительным прохождением жидкости через трубки переменного сечения. Особый интерес представляет моделирование распределения скорости движения жидкости в аппарате с мешалкой. Моделирование процесса движения жидкой среды в аппарате позволит определить оптимальный скоростной режим движения жидкости, предотвратить образование застойных зон и решить задачи его геометрического и динамического синтеза.

Представим движение жидкости в аппарате с глубиной погружения H мешалки (рис. 1). При этом движение жидкости симметрично относительно оси вращения мешалки.

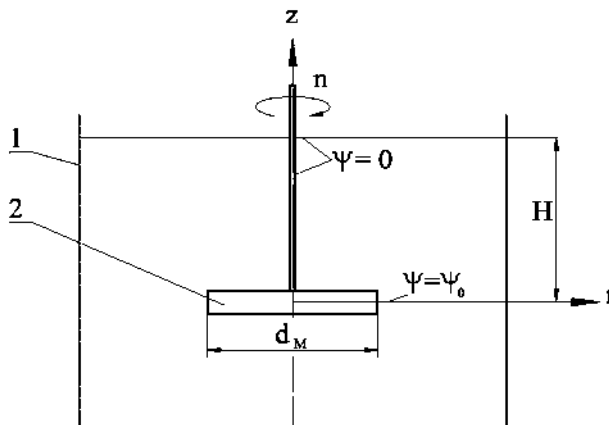


Рис. 1. Расчетная схема: 1 – аппарат; 2 – мешалка

Для упрощения анализа влияние вязкости среды не учитывается. Свободную поверхность будем полагать плоской горизонтальной, пренебрегая ее понижением у оси.

В общем случае, когда на оси потока окружные скорости достигают бесконечно больших значений и в реальном потоке образуется воронка, задача приводится к неоднородному дифференциальному уравнению [4]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + k^2 \psi = -kC, \quad (1)$$

где ψ – функция тока жидкости, м; r – текущий радиус, м; z – координата по высоте аппарата, м; k – постоянная, равная удвоенному отношению модуля угловой скорости вращения частицы к модулю скорости ее перемещения; C – постоянная.

Начало цилиндрических координат совместим с вертикальной осью мешалки и с горизонтальной осью центров лопаток. Граничные условия приняты в соответствии с рис. 1:

$$\begin{aligned} \psi(0, r) &= \psi_0, \\ \psi(H, r) &= 0, \\ \psi(z, 0) &= 0, \end{aligned}$$

где постоянное значение функции тока ψ_0 связано с насосным эффектом, создаваемым мешалкой, зависимостью

$$\psi_0 = \frac{V_p^*}{2\pi}.$$

где V_p^* – насосный эффект мешалки, м³/с, определяемый по формуле [4]:

$$V_p^* = J \cdot n \cdot d_M^3,$$

где J – коэффициент, зависящий от типа мешалки [4]; n – частота вращения мешалки, с⁻¹; d_M – диаметр мешалки, м.

Решим уравнение (1) при помощи рядов Фурье. Для этого введем вместо функции тока жидкости функцию

$$U = \psi - \psi_0 \left(1 - \frac{z}{H} \right), \quad (2)$$

С учетом (2) уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + k^2 U = -k(k\psi_0 + C) + \frac{k^2 \psi_0}{H} z, \quad (3)$$

с граничными условиями $U(0, r) = 0$; $U(H, r) = 0$; $U(z, 0) = -\psi_0 (1 - (z/H))$.

Решение уравнения (3), удовлетворяющее указанным граничным условиям, можно представить в виде ряда Фурье. Функция тока винтового потока

$$\psi = \psi_0 \left\{ \left(1 - \frac{z}{H} \right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1 + \left[1 - (-1)^n \frac{C}{k\psi_0} \right]}{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} - \left(1 + \frac{1 + \left[1 - (-1)^n \frac{C}{k\psi_0} \right]}{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \right) \Omega_n \right] \right\} \sin \frac{n\pi z}{H};$$

где Ω_n – постоянная, при $\frac{n\pi}{kH} > 1$:

$$\Omega_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \cdot k \cdot r \cdot K_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \cdot k \cdot r \right);$$

при $\frac{n\pi}{kH} = 1$:

$$\Omega_n = 1;$$

при $\frac{n\pi}{kH} < 1$:

$$\Omega_n = -\frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2} \cdot k \cdot r \cdot Y_1 \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2} \cdot k \cdot r \right),$$

где $Y_1(x)$ – функция Бесселя второго рода; $K_1(x)$ – функция Бесселя мнимого аргумента.

При практических расчетах значения аргумента бesselевых функций x оказываются обычно во втором и последующих членах ряда столь большими, что можно воспользоваться асимптотическими представлениями этой функции при $x \rightarrow \infty$ [4]

$$Y_n(x) \approx \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}; \quad K_n(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot e^{-x},$$

Окружная скорость определяется выражением

$$v_\phi = \frac{k\psi + C}{r},$$

где C – коэффициент, зависящий от скорости движения жидкости в аппарате, $\text{м}^2/\text{с}$.

Коэффициент C определяется из уравнения

$$C = V_p^* / r.$$

Радиальная скорость винтового потока

$$v_r = \frac{\Psi_0}{Hr} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 + \left[1 - (-1)^n \frac{C}{k\Psi_0} \right]}{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} - \left(1 + \frac{1 + \left[1 - (-1)^n \frac{C}{k\Psi_0} \right]}{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \right) \Omega_n \right] \cos \frac{n\pi z}{H} - 1 \right\}.$$

Осевая скорость потока

$$v_z = -\frac{2k^2\Psi_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1 + \left[1 - (-1)^n \frac{C}{k\Psi_0} \right]}{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \right) \Omega_n' \sin \frac{n\pi z}{H},$$

где при $\frac{n\pi}{kH} > 1$ постоянная Ω_n' :

$$\Omega_n' = \left[\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1 \right] \cdot K_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 - 1} \cdot k \cdot r \right);$$

при $\frac{n\pi}{kH} = 1$:

$$\Omega_n' = 0;$$

при $\frac{n\pi}{kH} < 1$:

$$\Omega_n' = -\frac{\pi}{2} 1 - \left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2 \cdot Y_1 \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{n\pi}{kH} \right)^2} \cdot k \cdot r \right).$$

где n – нечетное число, $n = 1, 3, 5, \dots$

Расчет параметров винтового потока жидкости в аппарате с перемешивающим устройством без учета физических свойств движущейся среды реализован в среде MathCAD в соответствии с приведенными уравнениями при следующих входных параметрах: $d_m = 0,05$ м, $J = 10$, $C = 0,2$ м²/с, $H = 0,11$ м, $r = 0,14$ м.

Распределение скоростей в аппарате с мешалкой показано на рис. 2, а профиль образующей воронки – на рис. 3.

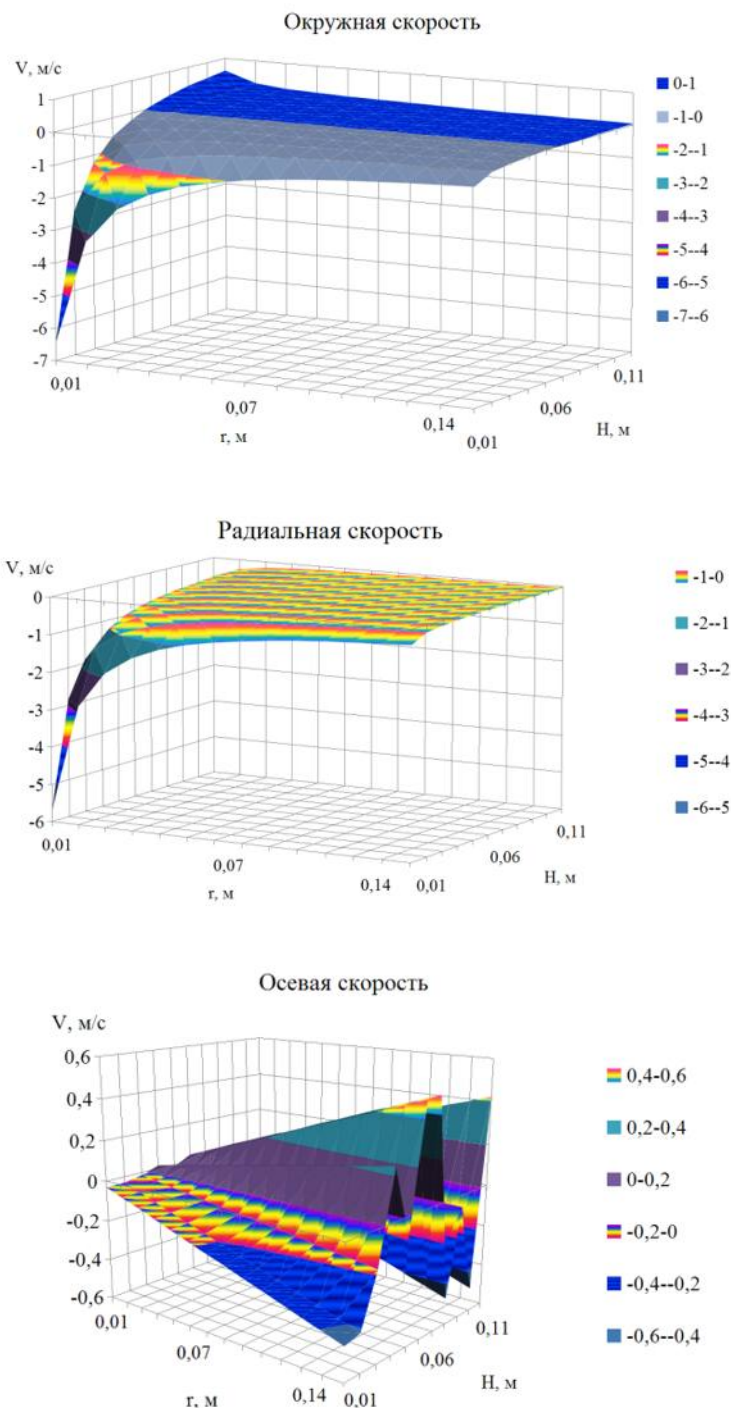


Рис. 2. Профили скоростей жидкости в аппарате с мешалкой

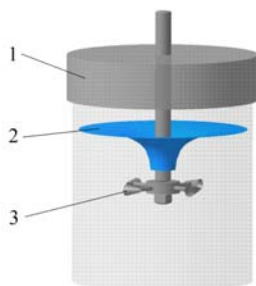


Рис. 3. 3-D модель профиля воронки жидкости в аппарате с мешалкой:
1 – аппарат; 2 – воронка жидкости; 3 – мешалка

Выводы

1. Разработана математическая модель движения идеальной жидкости в аппарате, оснащённом мешалкой, равномерно вращающейся относительно вертикальной оси рабочей камеры, реализованная средствами вычислительного комплекса MathCAD в форме численной модели с возможностью анализа кинематических параметров жидкой среды.

2. В результате модельного эксперимента получены зависимости составляющих скоростей движения жидкости в аппарате при входном значении скорости вращения $n = 10 \text{ с}^{-1}$ и получены профили радиальной, окружной и осевой составляющей абсолютной скорости потока жидкости.

3. Полученные функциональные зависимости дают возможность определить оптимальный скоростной режим движения жидкости в аппарате с вращающейся мешалкой и, как следствие, решить задачи по геометрическому и динамическому синтезу аппарата.

Литература

1. Васильев О.Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. М. ; Л., 1958. 144 с.
2. Кожевников С.О., Гююмджян П.П. Методы диспергирования жидких сред // Информационная среда вуза: Материалы XIII Междунар. науч.-техн. конф. Иваново, 2008. С. 865–868.
3. Кожевников С.О. Обзор основных типов перемешивающих устройств для получения технологических жидкостей // Вестник научно-промышленного общества. Вып. 6. М., 2003. С. 67–69.
4. Кожевников С.О. Определение конструктивных параметров перемешивающего устройства непрерывного действия // Вестник научно-промышленного общества. Вып. 19. М., 2012. С. 8–12.

References

1. Vasil'ev O.F. *Osnovy mekhaniki vintovykh i tsirkuliatsionnykh potokov* [Fundamentals of mechanics of screw and flow patterns]. Moscow ; Leningrad, 1958. 144 p.
2. Kozhevnikov S.O., Giumdzian P.P. Metody dispergirovaniia zhidkikh sred [Methods of dispersing liquid media]. *Informatsionnaia sreda vuza: Materialy KhIII Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [University Infomedia: Proceedings of VIII International conference. scientific and engineering. Conf.]. Ivanovo, 2008, pp. 865–868.
3. Kozhevnikov S.O. Obzor osnovnykh tipov peremeshivaiushchikh ustroystv dlia polucheniia tekhnologicheskikh zhidkosteï [Review of the main types of mixing devices for processing liquids].

Vestnik nauchno-promyshlennogo obshchestva. Vyp. 6. [Bulletin of the scientific and industrial community], 2003, Iss. 6, pp. 67–69.

4. Kozhevnikov S.O. Opredelenie konstruktivnykh parametrov peremeshivaiushchego ustroystva nepreryvnogo deistviia [Determination of structural parameters continuous mixing apparatus]. *Vestnik nauchno promyshlennogo obshchestva. Vyp. 19* [Journal of Industrial Research Associations], 2012, Iss. 19, pp. 8–12.

Кожевников С.О., Калинин Е.Н. К постановке задачи моделирования движения жидкой среды в перемешивающем аппарате // Вестник Череповецкого государственного университета. 2017. №1. С. 40–47.

For citation: Kozhevnikov S.O., Kalinin E.N. About the task for simulation of liquid motion in the kneading machine. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2017, no. 1, pp. 40–47.